

Ministère de l'enseignement Supérieur et de la recherche Scientifique

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Badji Mokhtar Annaba University

Université Badji Mokhtar –
Annaba

Faculté de Technologie

Département de Métallurgie et
génie des matériaux



جامعة باجي مختار –
عنابة

كلية التكنولوجيا

قسم التعدين وهندسة المواد

Thèse

Présentée pour obtenir le diplôme de

Doctorat

Filière : Métallurgie

Spécialité : Mise en forme des métaux et alliages

Par :

MIMOUNE DERREZ

Thème :

Simulation et modélisation thermomécanique simplifiée d'un procédé de mise en forme (laminage tôle et rond a béton)

Thèse soutenue le 29/04/2025 devant le jury composé de :

N°	Nom et prénom	Grade	Etablissement	Qualité
01	MEBAREK Abdelmalek	Pr	U-Badji mokhtar-Annaba	Président
02	ZAAF Mohamed	Pr	U-Badji mokhtar-Annaba	Rapporteur
03	BALAN Tudor	Pr	Art et métier-Metz-France	Co-Directeur
04	BOUDEBBANE Azzedine	MCA	U-Badji mokhtar-Annaba	Examineur
05	GUECHICHI Hocine	Pr	Ibn Badis-Moustaghanem	Examineur
06	MATOUGUI Nedjoua	Pr	E-N-S-T-I- Annaba	Examineur

Remerciements

Je tiens tout d'abord à exprimer ma profonde gratitude envers le Bon Dieu, qui m'a offert cette opportunité d'accomplir mon cursus d'études supérieures et m'a accordé la force et la patience nécessaires pour mener à bien cette entreprise jusqu'à son terme.

*Je souhaite également adresser mes plus sincères remerciements à mon directeur de thèse **Zaaf Mohamed**, dont la présence constante à mes côtés, la disponibilité précieuse, et le partage généreux de son expérience scientifique ont été des sources inestimables de soutien et d'inspiration tout au long de ce parcours.*

*Un grand merci à mon co-directeur de thèse **Balan Tudor**, dont les conseils avisés et le soutien continu ont grandement contribué à la réalisation de ce travail. Je tiens aussi à remercier chaleureusement l'équipe du laboratoire de mise en forme ainsi que l'équipe du laboratoire d'accueil durant mon stage à Metz, en France, pour leur accueil, leur collaboration, et leur soutien technique.*

Je n'oublie pas le personnel du département de métallurgie, dont l'assistance et l'expertise ont été précieuses.

Enfin, je voudrais exprimer ma reconnaissance profonde à mes proches, en particulier à mes parents, mes frères et mes amis, pour leur soutien moral indéfectible. Votre présence et vos encouragements ont été essentiels pour me permettre de traverser les moments difficiles et atteindre cet accomplissement.

Merci infiniment à tous...

Pour ma mère ...

Abstract:

This doctoral research presents an original contribution to the modeling of rolling processes applied to flat and round products, through the development of predictive approaches grounded in rigorous physical formulations and validated against experimental data.

For flat products, conventional models are primarily based on the slab method combined with solid mechanics. While this approach reliably estimates rolling forces and torques, its inherent one-dimensional nature prevents accurate prediction of mechanical field distributions in the transverse and normal directions. To overcome these limitations, a novel approach has been developed, relying on fluid mechanics and an extended form of the Reynolds equations. Unlike prior models assuming linear Newtonian viscous behavior and relying on empirical coefficients, the proposed model incorporates viscoplastic behavior for hot rolling and rigid plasticity insensitive to strain rate for cold rolling. A dedicated algorithm has been formulated to determine the neutral point position and track viscosity evolution without empirical adjustments. The model's predictions—validated by experimental comparisons—accurately capture pressure distributions, shear stresses, and velocity fields across the rolled volume.

For round products, the study introduces and compares two complementary modeling approaches. The first is a simplified analytical model using geometrical transformations (e.g., round-to-square, oval-to-rectangle), significantly reducing computational time while maintaining acceptable precision. The second is a high-fidelity numerical model that incorporates the actual groove and product geometries, enabling detailed representation of complex interactions between tools and material. Both models were validated through industrial-scale experiments and benchmarked against finite element simulations. The analytical model proves advantageous for early-stage process design, whereas the numerical model is better suited for detailed analysis and optimization tasks.

The outcomes of this study demonstrate the complementarity of both approaches and pave the way for hybrid modeling strategies that combine the simplicity and speed of analytical methods with the precision of numerical simulations, thereby enabling enhanced control of rolling operations in industrial settings.

Résumé :

Cette thèse propose une contribution originale à la modélisation du procédé de laminage appliqué aux produits plats et ronds, en développant des approches prédictives fondées sur une formulation mécanique et physique et validées par confrontation expérimentale.

Dans le cas du laminage des produits plats, les approches conventionnelles utilisent majoritairement la méthode des tranches, basée sur la mécanique des milieux continus solides. Cette modélisation, bien que robuste pour l'évaluation des efforts et des couples de laminage, reste fondamentalement unidimensionnelle et ne permet pas de décrire les distributions des grandeurs mécaniques selon les directions transversale et normale. Pour dépasser ces limitations, une nouvelle formulation a été développée en s'appuyant sur les équations de la mécanique des fluides, et notamment une généralisation des équations de Reynolds. Contrairement aux travaux antérieurs fondés sur un comportement visqueux Newtonien linéaire et nécessitant des coefficients empiriques, le modèle proposé intègre un comportement viscoplastique pour le laminage à chaud et un comportement plastique indépendant de la vitesse de déformation pour le laminage à froid. Un algorithme a été conçu pour déterminer la position du point neutre et modéliser l'évolution de la viscosité sans ajustement empirique. Les résultats obtenus, validés par des données expérimentales, permettent de prédire de manière fiable les champs de pression, les contraintes de cisaillement et les vitesses dans l'ensemble du volume laminé.

En ce qui concerne les produits ronds, le travail a porté sur le développement et la comparaison de deux modèles complémentaires. Le premier est un modèle analytique simplifié, basé sur une transformation géométrique des sections (rond-carré, ovale-rectangle), permettant une réduction significative du temps de calcul tout en conservant une précision acceptable. Le second est un modèle numérique, intégrant les géométries réelles des cannelures et du produit, capable de capturer les interactions complexes entre l'outil et la matière. Les deux modèles ont été validés par des campagnes expérimentales industrielles et comparés à des simulations par éléments finis. Le modèle analytique se distingue par sa rapidité et sa pertinence pour les phases de préconception, tandis que le modèle numérique offre une précision accrue, adaptée aux analyses détaillées et aux optimisations avancées.

Les résultats démontrent la complémentarité des approches développées et ouvrent des perspectives pour la mise en œuvre de modèles hybrides, combinant les avantages des formulations analytiques et numériques, en vue d'une maîtrise optimisée du laminage des produits longs et plats dans un contexte industriel.

الملخص:

تُقدّم هذه الأطروحة إسهاماً أصيلاً في نمذجة عملية الدرفلة للمنتجات المسطحة والدائرية، من خلال تطوير نماذج تنبؤية مبنية على صياغات فيزيائية دقيقة، ومدعّمة بالتحقق التجريبي.

بالنسبة للمنتجات المسطحة، تعتمد النماذج التقليدية أساساً على طريقة الشرائح المرتبطة بقوانين ميكانيكا الأوساط المتصلة. ورغم كفاءة هذه الطريقة في حساب قوى وعزوم الدرفلة، إلا أن طبيعتها أحادية البعد تُقيد قدرتها على تمثيل التوزيعات الميكانيكية في الاتجاهين العرضي والعمودي. لتجاوز هذه القيود، تم تطوير نهج جديد يعتمد على ميكانيكا الموائع، من خلال تعميم معادلات رينولدز ضمن إطار لا خطي. وعلى خلاف النماذج السابقة التي تفترض سلوكاً لزجاً نيوتونياً خطياً وتستخدم معاملات تجريبية، فإن النموذج المقترح يدمج سلوكاً لزجاً-لدناً في حالة الدرفلة على الساخن، وسلوكاً لدناً مستقلاً عن معدل التشوه في حالة الدرفلة على البارد. وتم ابتكار خوارزمية متخصصة لحساب موضع النقطة المحايدة وتحديث لزوجة المادة أثناء التشوه دون الحاجة إلى معاملات تجريبية. وقد أظهرت النتائج، عند مقارنتها بالتجارب، قدرة النموذج على التنبؤ بدقة بتوزيعات الضغط، والجهود القص، ومجالات السرعة داخل المعدن المدرفل.

أما فيما يتعلق بالمنتجات الدائرية، فقد تناولت الدراسة تطوير ومقارنة نهجين متكاملين للنمذجة: الأول نموذج تحليلي مبسط يعتمد على تحويلات هندسية (مثل تحويل المقطع الدائري إلى مربع، أو البيضاوي إلى مستطيل)، مما يُقلل وقت الحساب بشكل كبير مع الحفاظ على دقة مقبولة. أما النموذج الثاني فهو رقمي عالي الدقة يأخذ بعين الاعتبار الأشكال الحقيقية للأخاديد والمادة، ويوفر تمثيلاً دقيقاً للتفاعلات المعقدة بين الأداة والمعدن. وقد تم التحقق من صحة النموذجين من خلال تجارب صناعية ومقارنتها بمحاكاة العناصر المحدودة. وقد أظهر النموذج التحليلي فعاليته في مراحل التصميم الأولية، في حين يتيح النموذج الرقمي تحليلاً تفصيلياً دقيقاً ملائماً لعمليات التحسين المتقدمة.

تُبرز النتائج تكامل النموذجين، وتفتح آفاقاً لتطوير نماذج هجينة تجمع بين سرعة وبساطة الطرق التحليلية ودقة المحاكاة الرقمية، مما يساهم في تحسين التحكم في عمليات الدرفلة ضمن السياق الصناعي.

Chapitre I Synthèse bibliographique

1.1 Introduction	4
1.2 Laminage des produits plat	4
1.3 Caractéristiques du procédé	5
1.4 Comportement du matériau	6
1.4.1 Modèles de comportement des matériaux	6
1.4.2 Approche thermodynamique	7
1.5 Matrice des efforts internes	8
1.5.1 Equation d'équilibre	9
1.5.2 Tenseur des déformations	11
1.5.3 Contrainte-Déformation	11
1.6 Modèles d'écrouissage	12
1.6.1 Contrainte équivalente	16
1.7 Comparaison des critères de Von-Mises et Tresca	14
1.8 Frottement entre le métal et les cylindres	17
1.8.1 Modèles de frottement	17
1.9 Confrontation a l'expérimentales	18
1.9.1 Technique expérimentales	18
1.10 Thermique de la bande et le cylindre	23
1.10.1 Transfert de chaleur	23
1.10.2 Thermique des cylindres de travail	24
Conclusion	26

Chapitre II Méthodes de calcul en laminage

2.1. Introduction	27
2.2. État de l'art des modèles de laminage de bandes	27
2.2.1. Prise en compte de l'aplatissement des cylindres de travail	28
2.3. Méthode des tranches	30
2.3.1. Principe de la méthode des tranches	30
2.3.2. Hypothèses de la méthode des tranches	31
2.3.3. Modélisation mécanique	32
2.3.4. Modèle classique (C.M)	33
2.3.4.1. Loi de comportement	33

2.3.4.2. Modèle de comportement	35
2.3.4.3. Modèles de frottement	35
2.3.5. Intégration numérique	38
2.3.6. Application du modèle classique dans différents cadres de laminage	38
a) Cadre plastique	40
b) Cadre viscoplastique	41
2.3.6.1. Identification de la loi de comportement viscoplastique	41
2.3.7. Résultats	42
a) Données d'entrée	42
b) Données de sortie du modèle	43
2.3.7.1. Exploration des influences variables sur le comportement du matériau dans le processus de laminage.	45
a) Analyse des paramètres rhéologiques du matériau	45
b) Analyse des paramètres du processus de laminage	46
2.4 Méthode de la borne supérieur MBS	46
2.5 Méthode des éléments finis (MEF)	47
2.5.1 Principe de la méthode	47
2.5.2 Etapes de calcul	47
2.5.2.1 Modélisation numérique du laminage	48
2.5.3 Résultats	49
2.6 Méthode hydrodynamique	50
2.6.1. Equation de Navier-Stokes	50
2.6.2. Le nombre de Reynolds	51
2.6.3. Modélisation hydrodynamique	51
2.6.3.1. Calcul du gradient de pression $\frac{dp}{dx}$	53
2.6.3.2. Calcul de la contrainte de cisaillement τ	54
2.6.4. Résultats et discussions	55
2.7 Conclusion	58
 <i>Chapitre. III Modèle Hydrodynamique Généralisé</i>	
3.1. Introduction	59
3.2. Évaluation du modèle hydrodynamique	59
3.2.1. Sensibilité du H.M au coefficient de correction géométrique n .	59

3.2.2. Sensibilité du modèle hydrodynamique à la viscosité η	61
3.3. Amélioration du modèle hydrodynamique	62
3.3.1. Détermination de la hauteur neutre (M.H.M)	62
3.3.2. Variation de la viscosité en fonction de la pression	63
3.4. Résultats et discussions	66
3.5. Validation du modèle hydrodynamique amélioré (I.H.M)	67
3.5.1. Résultats et analyses	68
3.6. Extension du modèle hydrodynamique	74
3.6.1. Modèle hydrodynamique généralisé (G.I.H.M)	74
3.6.2. Application du Modèle viscoplastique a la méthode hydrodynamique	74
3.6.2.1. Résumé	78
3.6.2.2. Résultats et discussions	78
3.6.2.3. Analyse comparative des modèles de prédiction à partir des courbes de contraintes de contact	85
3.6.3. Exploitation du modèle	87
3.6.4. Modélisation thermique	88
3.6.4.1. Présentation du modèle	89
a) Echauffement dû à la déformation plastique	89
b) Echauffement dû au frottement	90
c) Refroidissement du au contact métal-cylindre	91
3.6.4.2. La forme finale de l'équation de la température	92
3.6.4.3. Résultats et perspective	93
a) Sensibilité de la température	94
3.6.4.4. Couplage thermomécanique	95
a) Evolution des résultats en fonction des paramètres thermique	96
3.6.5. Optimisation par l'analyse statistique et la modélisation	97
3.6.5.1. Approche expérimentale et modélisation	97
3.6.5.2. Visualisation et analyse des résultats	98
3.7 Conclusion	101
 <i>Chapitre IV. Laminage Rond</i>	
4.1 Introduction	103
4.2 Laminage a cannelures	103
4.3 Passe ronde-ovale-rond	104

4.3.1 Géométrie de la zone de déformation	105
4.4 Méthode des rectangles équivalents	106
4.4.1 Élaboration du problème	107
4.4.1.1 Modèle de propagation maximale dans le laminage des passes ovales-rondes-ovale	107
4.4.2. Profil de surface transversale de la pièce dans le laminage de passes ovale-ronde	108
4.4.3. Profil de surface et section transversale de la pièce dans le laminage de passes rond-ovale	110
4.5 Expérimentation	110
4.5.1 Résultats du calcul surfacique	111
4.5.2 Discussion	113
4.6 Calcul de la déformation moyenne effective par le modèle analytique	113
4.7 modèle analytique	114
4.7.1 Géométrie de la zone de déformation	115
4.7.2 Surfaces d'écoulement	116
4.7.3 Vitesse	116
4.7.4 Composantes de contrainte et déformation	118
4.8 Effort et couple de laminage	119
4.9 Comparaisons	119
4.9.1 Résultats et discussions	119
4.9.2 Conclusion	121

Introduction générale

Le laminage est un procédé industriel essentiel dans l'industrie sidérurgique. Sa position en fin de cycle de cette industrie lui confère une position déterminante. En effet, le nombre et le coût des opérations en amont à l'obtention de l'ébauche initial, la lourdeur des équipements utilisés et l'énergie consommée rendent cette opération déterminante pour le bilan financier de l'entreprise. Par conséquent tout progrès dans la maîtrise de cette opération induit des conséquences importantes sur la santé de l'entreprise.

L'utilisation des produits finis obtenus par laminage est très diverse. On les retrouve aussi bien dans l'industrie mécanique telle que l'aéronautique ou l'automobile, que dans le bâtiment ou l'industrie alimentaire.

La qualité du produit fini dépend du respect des tolérances dimensionnelles, des propriétés mécaniques et de l'état de surface. L'obtention de ce produit et l'utilisation optimale des équipements exigent une maîtrise quasi-parfaite de l'influence des paramètres gouvernants ce procédé. Pour cela, les industriels ont besoin d'outils performants permettant de prédire avec précision les phénomènes qui se déroulent au cours du laminage.

Cette thèse aborde deux types de processus de laminage, le premier concerne les produits plats et le second les produits ronds.

Pour les produits plats :

Il existe déjà beaucoup de modèles utilisant différentes méthodes : Méthode des extrémales, méthode des lignes de glissement, méthode énergétique, méthode des tranches et méthodes des éléments finis. De nos jours, c'est cette dernière qui est le plus souvent utilisée par les chercheurs puisqu'elle donne les prédictions les plus fiables. Cependant, cette méthode exige de lourds moyens informatiques tout en étant complexe dans sa mise en œuvre et un temps de calcul important. Les industriels lui préfèrent souvent des outils prédictifs simples et rapides d'exécution. La philosophie prônée dans ce travail se veut une contribution pour répondre à ce besoin. Dans ce cadre, jusqu'au jour d'aujourd'hui, c'est la méthode des tranches qui a été le plus souvent utilisée. Même si beaucoup de travaux ont confirmé qu'elle prédit correctement les efforts et couples de laminage (grandeurs à connaître avant toute opération), les hypothèses à la base de cette méthode ne permettent pas de prédire les écoulements ainsi que les grandeurs mécaniques (contraintes et vitesses) suivant les directions transversale et normale du laminé. En ce sens, des modèles ont déjà été développés pour prédire ces grandeurs mécaniques suivant les directions longitudinale et transversale, indispensables particulièrement pour les tôles épaisses. Par contre, les modèles répondants aux impératifs de simplicité et de rapidité d'exécution et permettant de prédire ces grandeurs mécaniques suivant la direction normale (direction de la hauteur) nécessaires pour les bandes très minces sont très rares.

L'objet premier de ce travail est de répondre à ce dernier besoin.

Si l'a déjà mis au point un modèle basé sur une approche hydrodynamique qui s'appuie sur les équations de *Reynolds* permettant de calculer les pressions suivant la direction de laminage ainsi que les vitesses et les contraintes de cisaillement suivant les directions longitudinale et normales. Cependant ce modèle limité au cas linéaire (comportement visqueux Newtonien) ne peut être valable que pour les très hautes températures où il est possible de considérer le laminé comme un fluide Newtonien. Par ailleurs, il utilise deux coefficients empiriques, le premier pour déterminer le point

neutre et le second pour corriger la viscosité du fluide avant chaque exécution. Cela rend son utilisation hypothétique et limitée.

Notre travail a consisté à lever ces insuffisances pour:

1 : Pouvoir exécuter ce modèle sans avoir à identifier préalablement ces coefficients empiriques en utilisant un algorithme adapté.

2 : Généraliser ce modèle aux cas non linéaires en utilisant un comportement viscoplastique pour le laminage à chaud et plastique insensible aux vitesses pour le laminage à froid.

Après avoir levé les insuffisances dues à l'utilisation des coefficients empiriques en utilisant un algorithme basé sur la méthode du tir pour déterminer le point neutre et le modèle de Barus pour la correction de la viscosité du fluide, ce travail a été finalisé par la mise au point d'un modèle général pouvant être utilisé aussi bien pour le laminage à chaud qu'à froid. Il en a résulté un modèle simple et rapide d'exécution où il est possible de tester différentes hypothèses de comportements. La comparaison de ses prédictions avec des résultats expérimentaux tirés de la littérature ont permis sa validation.

Pour les produits ronds :

La seconde partie concerne le laminage des profilés (ronds à béton), avec la modélisation du procédé et la simplification du modèle de calcul à l'aide de méthodes récentes telles que la méthode des rectangles équivalents de surfaces pour les passes (Rond-Ovale) et (Ovale-Rond).

Le laminage est un procédé métallurgique de déformation plastique largement utilisé dans l'industrie pour la production de barres, de fils métalliques et d'autres produits longs. Parmi ses variantes, le laminage rond se distingue par sa complexité géométrique et ses exigences spécifiques en matière de contrôle des paramètres opératoires. Ce procédé implique une succession de passages du matériau à travers des cannelures rotatives de formes variées, conduisant à une réduction progressive de sa section et à une amélioration de ses propriétés mécaniques. La maîtrise des mécanismes en jeu dans le laminage rond, notamment la répartition des contraintes dans le foyer de déformation et les interactions entre le matériau et les cylindres, constitue un défi majeur pour les ingénieurs et les chercheurs.

Les modèles analytiques, bien qu'efficaces en termes de rapidité de calcul, reposent souvent sur des approximations géométriques simplifiées, telles que la transformation des sections rondes et ovales en formes rectangulaires équivalentes. Ces approximations permettent de réduire significativement la complexité computationnelle, mais elles peuvent limiter la capacité à capturer les phénomènes tridimensionnels réels. À l'inverse, les modèles numériques, tels que ceux basés sur la méthode des éléments finis, offrent une représentation fidèle des géométries et des interactions physiques mais au prix d'un coût computationnel élevé.

Cette partie de la thèse s'inscrit dans une démarche d'évaluation comparative et d'optimisation de ces deux approches de modélisation appliquées au laminage rond. Elle vise à développer, analyser et valider un modèle analytique simplifié et un modèle numérique en les confrontant à des données expérimentales et aux résultats de simulations par éléments finis. Cette démarche a pour objectif d'évaluer la précision de chaque méthode dans la prédiction des paramètres critiques du procédé, tels que la répartition des pressions dans le foyer de déformation et l'effort de laminage, tout en identifiant leurs avantages et leurs limites respectifs.

Au-delà de cette comparaison, l'étude ambitionne également de poser les bases pour le développement de modèles hybrides qui combindraient la rapidité et la simplicité des approches analytiques avec la précision des méthodes numériques. Ces travaux contribuent à une meilleure compréhension du laminage rond et à l'amélioration des outils de modélisation disponibles, ouvrant ainsi des perspectives prometteuses pour l'optimisation des procédés industriels et le contrôle en temps réel.

La présente thèse adopte une structure en quatre chapitres, avec plusieurs sections pour chacun d'entre eux. L'introduction est axée sur une synthèse bibliographique portant sur le procédé du laminage et les méthodes de calcul couramment employées dans la modélisation de ce procédé.

Ce travail est présenté en quatre chapitres.

Le premier est une synthèse bibliographique qui présente le laminage, les outils théoriques indispensables à la modélisation thermomécanique des procédés de mise en forme et les travaux expérimentaux tirés de la littérature servant à valider les modèles mis en œuvres.

Le second chapitre présente les différentes méthodes de calcul pour modéliser le laminage.

Le troisième présente la méthode hydrodynamique utilisée dans ce travail ainsi que les résultats obtenus.

Le quatrième chapitre est consacré à la présentation du laminage rond et des simulations mises en œuvre avec quelques conclusions.

Ce travail est finalisé par des conclusions et les perspectives de recherches avec quelques pistes proposées pour améliorer les modèles développés.

1.1 Introduction

L'art du formage des matériaux métalliques constitue une discipline fondamentale dans le domaine de l'ingénierie des matériaux, il est indispensable dans la réalisation de composants structuraux et de produits finis. La mise en forme des métaux, également connue sous le nom de formage métallique, repose sur des processus ingénieux visant à conférer aux matériaux métalliques des géométries spécifiques, tout en préservant ou améliorant leurs propriétés mécaniques telles que la résistance à la traction, la ductilité et la dureté, et leurs propriétés physiques telles que la densité et la conductivité thermique. Cette pratique englobe diverses techniques de formage telles que le laminage, l'estampage, le forgeage, l'emboutissage et d'autres procédés, tous conçus pour répondre à des exigences spécifiques de conception et de performance. Au-delà de sa dimension artisanale, le formage des métaux est devenu un domaine d'exploration technologique avancée, avec des implications profondes dans des secteurs variés tels que l'industrie automobile, aéronautique, la construction navale, l'aérospatiale et le bâtiment.

1.2 Laminage des produits plat

Le laminage des produits plats, est un procédé majeur dans l'industrie sidérurgique et métallurgique, incarne l'essence même de la transformation des métaux en feuilles, plaques et bandes, formant ainsi la base structurelle de nombreuses applications industrielles. Le premier schéma descriptif de l'opération de laminage est attribué à Léonard de Vinci voir (Figure 1.1). Réalisé à la fin du XVe siècle, ce croquis représente une machine à laminer rudimentaire. Bien que la pratique du laminage à grande échelle n'émerge qu'au XVIIe siècle, le dessin de Léonard de Vinci offre une perspective captivante sur sa vision novatrice et sa compréhension des principes mécaniques. Le schéma dépeint deux cylindres rotatifs, actionnés par une manivelle et un engrenage. Un matériau, vraisemblablement du métal, est positionné entre les cylindres et soumis à une pression de compression lors de leur rotation. Cette pression induit la déformation du matériau, le réduisant ainsi en une feuille plus fine. Ce processus, ancré dans une ingénierie minutieuse, consiste à déformer mécaniquement un matériau métallique initialement massif pour obtenir des produits de dimensions spécifiques et des propriétés mécaniques ajustées. Au-delà de son aspect primaire de mise en forme, le laminage des produits plats est un pilier fondamental pour l'obtention de caractéristiques matérielles optimales, telles que la résistance, la ductilité, et la finition de surface.

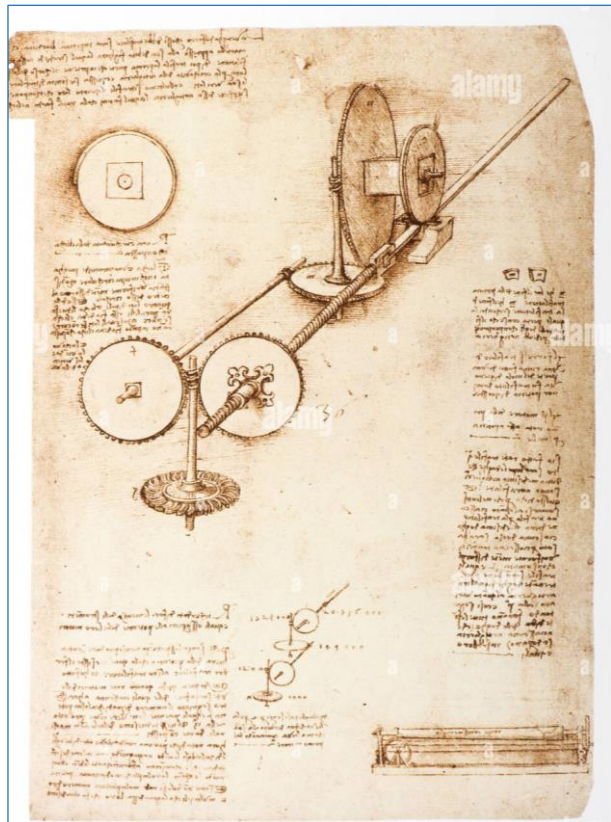


Figure 1.1. Croquis de Léonard de Vinci.

Au fil des décennies, le laminage des bandes a suivi une trajectoire d'innovation continue, stimulée par la demande croissante des industriels qui exigent des produits laminés de haute qualité dans divers secteurs tels que l'automobile, la construction, l'aéronautique et bien d'autres domaines. Cette évolution a été alimentée par l'émergence de nouvelles technologies, la recherche de méthodes de production plus efficaces et la quête constante de performances améliorées. L'évolution de cette technologie a transcendé son statut traditionnel pour devenir une discipline novatrice, intégrant des paramètres variés tels que la température, la vitesse de déformation, et la conception des cylindres de laminage. Les résultats de ces avancées se manifestent dans la production efficiente de bandes d'acier, d'aluminium, cuivre et d'autres alliages.

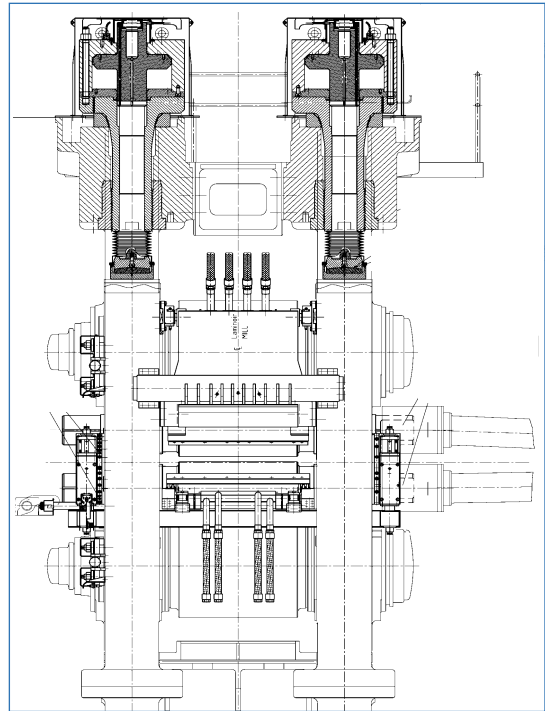


Figure 1.2. Plan mécanique d'une cage quarto de laminage.

Le laminage est un procédé de déformation plastique visant à réduire la section d'un produit métallique, en l'occurrence l'épaisseur d'une bande dans notre cas. Le produit est entraîné par le frottement entre deux cylindres de travail tournants en sens opposés. Les cylindres d'appui limitent la flexion des cylindres de travail, contribuant ainsi à réduire les défauts de planéité. Le laminage revêt une importance capitale dans l'industrie métallurgique et peut être abordé à travers trois dimensions principales :

1.3 Caractéristiques du procédé:

a) *Géométrie du foyer de déformation*: Forme et dimensions de la zone où se produit la déformation du matériau. Le foyer de déformation est caractérisé géométriquement par la hauteur d'entrée (h_0) et de sortie (h_f), ainsi le rayon du cylindre de travail R_{cyl} , le plan neutre est le plan où la vitesse linéaire du matériau est égale à la vitesse des cylindres. La vitesse de glissement est la différence entre la vitesse du matériau et la vitesse des cylindres. Elle est nulle au plan neutre et maximale aux points d'entrée et de sortie. Le plan neutre se caractérise aussi par un frottement nul et une valeur maximale des contraintes normales, longitudinales et transversales.

b) *Cinématique du laminage* : Vitesse et trajectoire des éléments du matériau pendant le processus. Le laminage implique un mouvement des particules métalliques dans les trois directions de l'espace, ce qui se traduit par un vecteur vitesse de la forme : $\vec{v} = \vec{v}(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$

En prenant en compte le cisaillement dans toutes les directions, le tenseur des vitesses de déformation s'écrit :

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_{xx} & \dot{\epsilon}_{xy} & \dot{\epsilon}_{xz} \\ \dot{\epsilon}_{yx} & \dot{\epsilon}_{yy} & \dot{\epsilon}_{yz} \\ \dot{\epsilon}_{zx} & \dot{\epsilon}_{zy} & \dot{\epsilon}_{zz} \end{bmatrix} \quad (I.1)$$

La solution du problème dans ce cadre reste très lourde. On a donc souvent recours à des simplifications. Etant donné que la largeur de la tôle est nettement supérieure à sa hauteur (ce qui est souvent le cas pour le laminage des bandes minces) il est possible de négliger l'élargissement. En outre, en négligeant le cisaillement le tenseur des vitesses de déformations peut être utilisé pour modéliser le laminage des bandes minces sans erreurs significatives.

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \begin{bmatrix} -\dot{\epsilon}_{yy} & 0 & 0 \\ 0 & \dot{\epsilon}_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (I.2)$$

c) *Forces et contraintes*: Distribution et intensité des forces et contraintes générées lors de la déformation. Le tenseur des contraintes se présente à priori de la façon suivante :

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (I.3)$$

La considération des six composantes du tenseur des contraintes s'avère être une tâche ardue pour le calcul. Cependant, il est observé que les différentes composantes de cisaillement sont insignifiantes par rapport aux contraintes longitudinales. Sur la base du tenseur présenté (I.4) et en utilisant une loi d'évolution, le tenseur des contraintes peut être présenté comme suit :

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (I.5)$$

1.4 Comportement du matériau

a) *Phénomènes métallurgiques*: Transformations microstructurales et changements de propriétés physiques induits par le laminage.

b) *Échelle macroscopique* : Étude des effets macroscopiques des phénomènes métallurgiques, tels que l'évolution de la forme et des dimensions du matériau.

c) *Mécanique des milieux continus* : Formalisation mathématique du comportement du matériau laminé en utilisant les outils de la mécanique des milieux continus.

1.4.1 Modèles de comportement des matériaux

Toute modélisation ou simulation d'un procédé de mise en forme implique l'utilisation de modèles de comportement. Ces modèles traduisent les phénomènes métallurgiques à une échelle mécanique en se basant sur les outils qu'offre la rhéologie. Ils établissent une relation mathématique entre les contraintes appliquées et les déformations résultantes, ou encore entre les contraintes et les vitesses de déformation.

Comme la déformation élastique est très faible par rapport la composante irréversible, il est possible de la négliger. Étant donné que nous abordons à la fois le laminage à froid et à chaud, nous devons utiliser deux types de lois de comportement. La plasticité indépendante des vitesses est adoptée pour le laminage à froid, tandis que la viscoplasticité est appliquée pour le laminage à chaud [1].

Comme pour tout processus de mise en forme, le laminage implique des déformations importantes, dépassant généralement 50% de déformation. Sa modélisation requiert donc a priori l'utilisation d'un formalisme adapté aux grandes déformations, un formalisme qui est désormais bien maîtrisé [2,3]. Un aspect crucial est l'utilisation du formalisme dans un référentiel tournant, garantissant ainsi l'objectivité de la loi de comportement [3,4]. Cependant, il est établi que tant que la rotation des axes principaux demeure faible et sous réserve d'utiliser un tenseur des déformations logarithmiques $h = \frac{1}{2} \log B$ (tenseur de *Hencky*), un formalisme de petites déformations reste valide sans engendrer d'erreurs significatives [4,5]. Cette approximation est applicable au laminage des produits plats, dans lequel nous nous inscrivons désormais. En outre, conformément aux pratiques courantes en mise en forme, nous nous limitons à un écrouissage isotrope.

Le modèle de comportement plastique rigide se caractérise par l'absence de déformations tant que l'on reste à l'intérieur d'un domaine admissible défini par la fonction seuil $f(\sigma_{ij})$

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = 0 \quad \text{si} \quad f(\sigma_{ij}, Y) < 0$$

Y Est donnée par la loi d'écrouissage. L'écrouissage isotrope permet d'écrire

$$f(\sigma_{ij}, Y) = f(\sigma_{ij}) - Y$$

1.4.2 Approche thermodynamique

La méthodologie adoptée pour présenter les modèles de comportement repose sur la thermodynamique des processus irréversibles [6, 7, 8, 9]. L'application du premier principe de la thermodynamique à la mécanique des corps déformable conduit à la relation suivante :

$$\sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{W} + \Phi \tag{I.6}$$

Où $\sigma \dot{\varepsilon}$ est la puissance mécanique réalisé, \dot{W} est l'énergie accumulée et Φ l'énergie dissipée.

Si $\Phi = 0$, cela implique l'absence d'énergie dissipée, et par conséquent :

$$\sigma \dot{\varepsilon} = \dot{W} \Rightarrow \sigma = \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_e} \tag{I.7}$$

Dans ce cas, toute l'énergie est stockée sous forme d'énergie potentielle, permettant ainsi au matériau de revenir à sa position initiale après la décharge et donc un comportement purement élastique. Dans le cas de la traction simple et une élasticité linéaire et isotrope (cadre de Hooke), l'énergie élastique s'écrit :

$$W = \frac{1}{2E} \varepsilon^2 \Rightarrow \sigma = \frac{d}{d\varepsilon} \left(\frac{1}{2} E \varepsilon^2 \right) \tag{I.8}$$

Ce qui donne :

$$\sigma = E \varepsilon_e \tag{I.9}$$

Si $\dot{W} = 0$, toute l'énergie est dissipée (essentiellement sous forme de chaleur). Dans ce cas

$$\sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} = \Phi \quad (\text{I.10})$$

Φ Représente la production d'entropie, et donc le désordre. Compte tenu du second principe de la thermodynamique, la dissipation doit être positive ou nulle ($\Phi \geq 0$). Dans un processus irréversible $\Phi > 0$. Dans ce cas, on introduit deux potentiels de dissipation $\omega(\sigma)$ et $\zeta(\dot{\epsilon})$ convexes et duaux l'un à l'autre tel que $\omega(\sigma) = \zeta(\dot{\epsilon}) = \sup(\dot{\epsilon}\sigma - \zeta(\dot{\epsilon}))$. La thermodynamique des processus irréversibles permet d'exprimer ceci de la manière suivante :

$$\sigma_{ij}(\dot{\epsilon}) = \frac{d\zeta(\dot{\epsilon})}{d\dot{\epsilon}} \text{ et } \dot{\epsilon}_{ij}(\sigma) = \frac{d\omega(\sigma)}{d\sigma} \quad (\text{I.11})$$

1.5 Matrice des efforts internes

Étant donné qu'il y a une multiplicité de plans qui passent par un point, on définit également une grandeur de vecteurs de contraintes, ce qui forme l'ensemble des contraintes en M . L'extrémité de chaque vecteur de contrainte en M décrit une surface dans l'espace. Les contraintes normales et tangentielles varient en fonction de l'orientation de la normale sortante. Toutefois, la connaissance de la matrice des contraintes, connue sous le nom de matrice M , est suffisante pour déterminer l'état de contrainte en ce point, indépendamment de l'orientation de la facette. Considérons trois axes Ox , Oy , et Oz . Supposons que les vecteurs de contraintes en M suivant ces trois directions soient connus. Supposons un tétraèdre infini avec l'origine M et trois arêtes parallèles aux axes de référence *Figure I.4*. Pour que ce tétraèdre reste en équilibre, il doit recevoir une somme nulle de forces.

$$\vec{T}(M, -\vec{x}) ds_1 + \vec{T}(M, -\vec{y}) ds_2 + \vec{T}(M, -\vec{z}) ds_3 + \vec{T}(M, -\vec{n}) ds = \vec{0} \quad (\text{I.12})$$

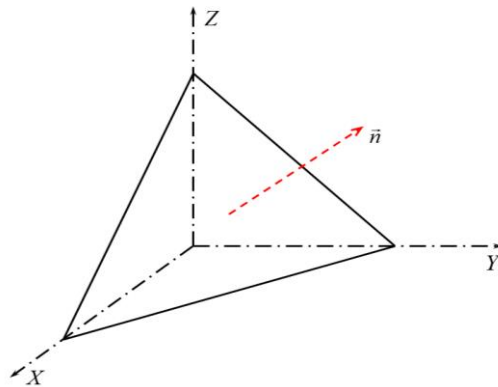


Figure I.4. État d'équilibre du tétraèdre.

$$\vec{T}(M, \vec{n}) = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} n_x + \tau_{xy} n_y + \tau_{xz} n_z \\ \tau_{xy} n_x + \sigma_{yy} n_y + \tau_{yz} n_z \\ \tau_{xz} n_x + \tau_{yz} n_y + \sigma_{zz} n_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{Bmatrix} = [\sigma] \vec{n} \quad (\text{I.13})$$

La matrice des contraintes, symbolisée par σ en un point donné, est utilisée pour déterminer le vecteur de contrainte sur une facette avec une orientation arbitraire, à partir des vecteurs de contrainte connus sur trois côtés perpendiculaires entre elles. Cette matrice se compose de 9 éléments, représentant les trois composantes des trois vecteurs de contrainte dans un repère orthonormé direct choisi arbitrairement comme référence. Les composantes du vecteur de contrainte sont définies dans le repère

$Oxyz$ et sont ensuite décomposées en composantes normales et tangentielles dans le repère associé à la facette.

1.5.1 Equation d'équilibre

Pour le cas tridimensionnel général, on examine l'équilibre des forces sur un élément cubique de dimension dx, dy, dz .

Pour illustrer la symétrie des contraintes tangentielles et la variation différenciée des contraintes normales, on utilise une seule face du cube tel que présenté dans la figure I.5.

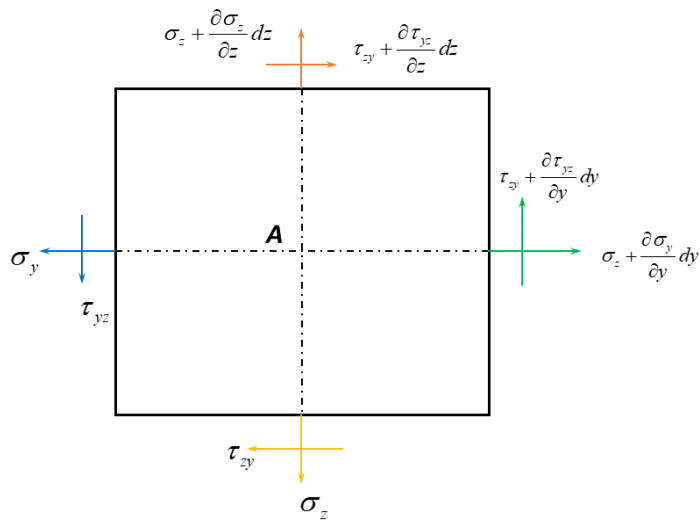


Figure I.5. Face de cube.

La contrainte σ_z sera appliquée après une distance dz . $\sigma_z + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} dz$, de la même manière pour σ_x, σ_y

La sommant des moments autour du point $A = 0$

$$\sum M/A = \tau_{yz} (dzdx) \frac{dy}{2} - \tau_{zy} (dydx) \frac{dz}{2} + \tau_{yz} (dzdx) \frac{dy}{2} - \tau_{zy} (dydx) \frac{dy}{2} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} \frac{dy^2}{2} dx dz - \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \frac{dz^2}{2} dx dy = 0 \quad (I.14)$$

En négligeant les termes dy^2, dz^2 , on obtient :

$$2\tau_{yz} - 2\tau_{zy} = 0 \Rightarrow \tau_{yz} = \tau_{zy}$$

Ainsi pour $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ et $\tau_{xz} = \tau_{zx}$

En considérant le cas général, avec la présence des forces volumiques f_x, f_y, f_z :

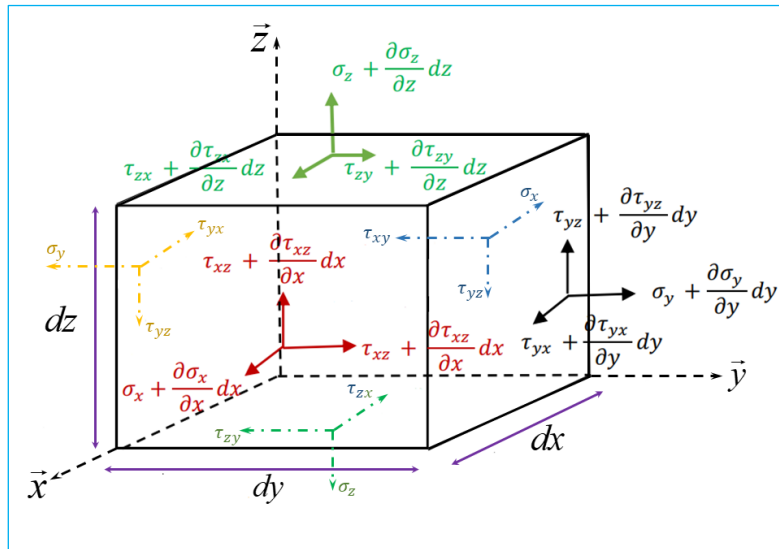


Figure I.6. Equilibre de volume.

L'équilibre des forces suivant la l'axe \vec{x} $\sum F_x = \vec{0}$:

$$\left(\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx \right) dydz + \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} dy \right) dx dz - \tau_{yx} dx dz + \left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} dz \right) dx dy - \tau_{zx} dy dz + f_x dx dy dz = 0 \quad (\text{I.15})$$

En effectuant la simplification de $dx.dy.dz$, nous obtenons :

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + f_x = 0 \quad (\text{I.16})$$

Effectuent le même chose pour $\sum F_y = 0$ et $\sum F_z = 0$ nous avons :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + f_x &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + f_y &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + f_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{I.17})$$

Ces trois équations sont communément désignées comme les équations d'équilibre volumique. Elles constituent des expressions fondamentales dans la MMC, décrivant l'état d'équilibre des forces internes dans un matériau. Chaque équation assure que la somme des forces dans chaque direction du volume considéré est nulle, conformément au principe de conservation de la quantité de mouvement.

On peut la réécrire de manière condensée :

$$\overline{\text{div}} \Sigma + \vec{f} = 0 \quad (\text{I.18})$$

1.5.2 Tenseur des déformations

Le tenseur des déformations est un concept essentiel en mécanique, utilisé pour décrire les changements de forme et de taille d'un matériau soumis à des contraintes. Dans le cadre de l'hypothèse de linéarité géométrique, qui suppose de petites rotations et de petites déformations, les déformations ε_{ij} sont définies à l'aide de la formule classique de la mécanique linéaire.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (I.19)$$

En mécanique linéaire, ε_{ij} représente la variation relative de déplacement le long de l'axe i entre deux points très proches avant déformation. Une valeur positive de ε_{ij} indique un allongement ou un étirement, tandis qu'une valeur négative indique une contraction ou une compression.

Les déformations, exprimées en pourcentage, sont des grandeurs adimensionnelles utilisées pour quantifier les changements de forme d'un matériau. À un point donné, le tenseur des déformations peut toujours être diagonalisé, ce qui signifie qu'il peut être représenté par une matrice diagonale.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_I & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{II} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{III} \end{bmatrix} \quad (I.20)$$

1.5.3 Contrainte-Déformation

Cette section traite des matériaux homogènes, caractérisés par des propriétés uniformes quel que soit le point étudié. L'analyse se limite au régime élastique linéaire, où les contraintes sont proportionnelles aux déformations, sous l'hypothèse de déformations faibles pour garantir la validité de la loi constitutive linéaire et un comportement symétrique en traction et en compression. Les relations entre déplacements et déformations sont également linéaires, inscrivant l'étude dans le cadre de la mécanique linéaire. Le tenseur des contraintes, symétrique, est entièrement défini localement par six composantes indépendantes, généralement exprimées sous une forme vectorielle.

$$\{\sigma\} = (\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{xz}, \sigma_{yz}) \quad (I.21)$$

Effectivement, le tenseur des déformations suit la même logique que le tenseur des contraintes, étant également déterminé par six de ses neuf composantes en tout point.

$$\{\varepsilon\} = (\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{xz}, \varepsilon_{yz}) \quad (I.22)$$

La relation entre ces deux vecteurs est exprimée par une matrice carrée de dimension 6, connue sous le nom de matrice de *Hooke*.

$$\{\sigma\} = H \{\varepsilon\} \quad (I.23)$$

Plasticité non associée :

Les récentes études d'identification menées sur les tôles laminées à froid ont démontré que le modèle de plasticité non associée offre des résultats probants. Cette approche se distingue de la plasticité associée par l'existence d'une fonction seuil distincte du potentiel plastique $g(\sigma_{ij})$.

$$f(\sigma_{ij}) \neq g(\sigma_{ij}) \quad \text{où} \quad \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \right\} > 0 \quad (I.24)$$

La loi d'évolution s'écrit donc [10,11] :

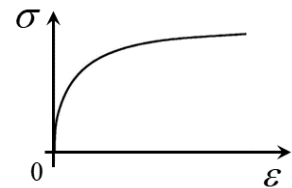
$$\dot{\epsilon}_{ij} = \lambda \frac{\partial g(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}} \quad (I.25)$$

1.6 Modèles d'érouissage

Les lois d'érouissage les plus usuelles sont présentées. Elles restent empiriques et découlent des observations expérimentales.

Loi puissance d'Hollomon :

La loi puissance *d'Hollomon*, se distingue par sa simplicité d'utilisation. Elle s'exprime par une relation mathématique facile à mettre en œuvre et ne nécessite que deux paramètres pour caractériser le comportement du matériau : la contrainte d'écoulement et l'exposant d'érouissage.



$$\bar{\sigma} = A \bar{\epsilon}^n \quad (I.26)$$

Avec : A est la consistance du matériau, n le coefficient d'érouissage.

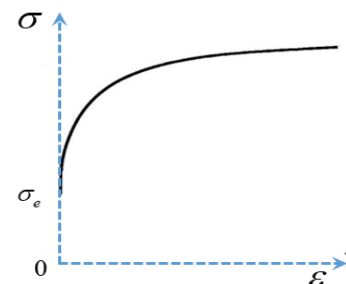
Cette loi est particulièrement adaptée aux aciers doux ou mi-durs, ainsi qu'aux métaux ou alliages à faible limite d'élasticité. Sa simplicité en fait un outil précieux pour une première approche du comportement de ces matériaux dans le domaine plastique.

Cependant, la loi *d'Hollomon* présente des limites pour les alliages à haute résistance. Dans ce cas, son application ne fournit qu'une approximation grossière du comportement réel du matériau.

Loi de Ludwick :

La loi de *Ludwick* est un modèle pertinent pour la prédiction du comportement d'une large gamme de matériaux métalliques. Elle offre de bonnes prédictions pour les aciers alliés, les aciers à haute résistance, et les alliages d'aluminium.

$$\bar{\sigma} = \sigma_0 + A \bar{\epsilon}^n$$

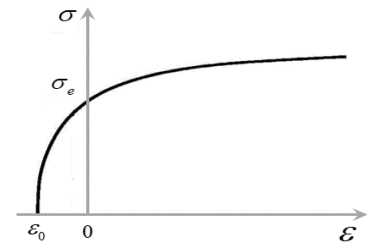


σ_0 : Est la limite élastique, égal à la contrainte à 0.2% de déformation.

Loi de Swift :

$$\bar{\sigma} = A(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon})^n \quad (I.28)$$

ε_0 et n représentent deux constantes définissant le processus d'écroutissage. Cette relation s'applique particulièrement bien aux matériaux pour lesquels la limite d'élasticité ne peut être négligée. Cette loi se traduit par la translation de la courbe de la loi de puissance parallèlement à l'axe des déformations, de ε_0 .



Remarque : L'identification des coefficients $A, n, \varepsilon_0, \sigma_0$ est réalisée à la suite du traitement statistique de plusieurs essais expérimentaux. En général, des essais de traction simple suffisent.

1.6.1 Contrainte équivalente

La fonction seuil $f(\sigma_{ij})$ représente une contrainte équivalente. Elle démontre une homogénéité positive de degré un, et concorde avec la contrainte lors d'une simple traction [12].

$$\bar{\sigma} = f(\sigma_{ij}); \bar{\sigma}(\lambda\sigma_{ij}) = \lambda\bar{\sigma}(\sigma_{ij}) \quad (I.29)$$

La contrainte équivalente permet de simplifier l'analyse des états de contrainte en un seul paramètre, facilitant ainsi l'évaluation des conditions de rupture ou de plastification. Les critères de *Von-Mises* et de *Tresca* sont particulièrement adaptés pour les matériaux isotropes où les propriétés mécaniques sont identiques dans toutes les directions. En revanche, les critères de *Hill* et de *Tsai* prennent en compte les variations directionnelles des propriétés mécaniques des matériaux anisotropes.

La contrainte équivalente de *Von-Mises* est définie comme suit :

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij}} \quad \text{avec} \quad S_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (I.30)$$

La contrainte équivalente de *Tresca* est définie comme suit :

$$\bar{\sigma} = \text{Sup} \left[|\sigma_x - \sigma_y|, |\sigma_y - \sigma_z|, |\sigma_z - \sigma_x| \right] \quad (I.31)$$

La contrainte équivalente de *Hill* est définie de la manière suivante :

$$\bar{\sigma} = \sqrt{F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L\sigma_{xy}^2 + 2M\sigma_{yz}^2 + 2N\sigma_{zx}^2} \quad (I.32)$$

où F, G, H, L, M, N sont des coefficients déterminés expérimentalement, qui caractérisent l'anisotropie du matériau.

1.7 Comparaison des critères de Von-Mises et Tresca

Soit un matériau soumis à un état de contrainte plane caractérisé par les composantes de contrainte normale σ_x et de cisaillement τ_{xy} . Dans le plan traction-cisaillement *Figure I.9a*, où seules ces deux composantes sont non nulles, les critères de rupture se simplifient et s'expriment comme suit:

- *VM* $f(\sigma, \tau) = \sqrt{(\sigma^2 + 3\tau^2)} - \sigma_y$
- *Tresca* $f(\sigma, \tau) = \sqrt{(\sigma^2 + 4\tau^2)} - \sigma_y$

(I.33)

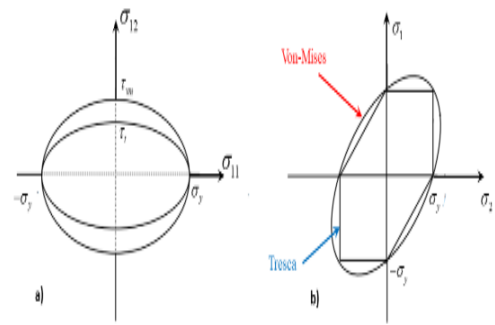


Figure I.9. Comparisons des critères de Von-Mises et Tresca a) Traction cisaillement b)

Soit un matériau soumis à un état de contrainte caractérisé par les contraintes principales σ_x et σ_y , et où la troisième contrainte principale σ_z est nulle. Dans ce cas, les critères se simplifient comme suit *Figure I.9b* :

- *VM* $f(\sigma_1, \sigma_2) = \sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2)} - \sigma_y$
- *Tresca* $f(\sigma_1, \sigma_2) = \sigma_2 - \sigma_y$ Si $0 \leq \sigma_1 \leq \sigma_2$
- $f(\sigma_1, \sigma_2) = \sigma_1 - \sigma_y$ Si $0 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1$
- $f(\sigma_1, \sigma_2) = \sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_y$ Si $\sigma_2 \leq 0 \leq \sigma_1$

(I.34)

Cas isotrope :

Dans le cas où le matériau présente une insensibilité à la pression hydrostatique.

$$f(\sigma_x, |S|, \theta) = f(\sigma_x, |S|) \tag{I.35}$$

En posant, on abouti à la contrainte équivalente de *Von Mises*.

Des recherches récentes dans le domaine de la plasticité à grandes déformations ont révélé la possibilité d'une identification plus précise du comportement plastique en recourant à des critères non quadratiques [12,13,14]. De plus, *Hershey* (1954) et *Hosford* (1972) [15] ont introduit un critère isotrope non quadratique, formulé dans les axes de l'orthotropie, particulièrement adapté pour prendre en considération les structures cristallographiques cubiques centrées et cubiques à faces centrées des matériaux isotropes.

Critère de Hershey :

Le critère de *Hershey* se présente sous une forme formelle qui constitue une extension non quadratique du critère de *Von Mises*, exprimée de la manière suivante :

$$\bar{\sigma} = \left\{ |\sigma_x - \sigma_y|^m + |\sigma_y - \sigma_z|^m + |\sigma_z - \sigma_x|^m \right\} \tag{I.36}$$

Critère de Hosford :

Le paramètre m est désigné comme le coefficient de forme. Pour $m \geq 1$, la convexité de la fonction seuil est établie. Il est également notable que pour $m = 1$, le critère de *Tresca* est obtenu, tandis que pour $m = 2$, le critère de *Von Mises* se réalise dans le cadre de la fonction *Hershey*.

$$\bar{\sigma} = \left\{ |S_x|^m + |S_y|^m + |S_z|^m \right\}^{\frac{1}{m}} \quad (I.37)$$

Cas anisotrope

Dans le cas anisotrope, il est courant d'opter pour un critère quadratique par rapport aux contraintes, ce qui se traduit par l'utilisation d'une contrainte équivalente $\bar{\sigma} = \sqrt{H_{ijkl} \sigma_{kl} \sigma_{ij}}$ ou du tenseur du quatrième ordre, H caractérise l'anisotropie [12,13,14].

Cadre orthotrope

Dans le cadre orthotrope, en supposant une insensibilité du critère à la pression hydrostatique, on aboutit au critère classique de *Hill* [16]. Lorsque le tenseur des contraintes prend une forme diagonale dans le repère d'orthotropie (ce qui sera, en première approximation, le cas du laminage) :

$$\bar{\sigma} = \sqrt{F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2} \quad (I.38)$$

Elle implique l'utilisation de trois coefficients, F, G, H qui, en réalité, ne jouent un rôle que par le biais de leur rapport $\frac{H}{G}; \frac{H}{F}$.

En normalisant les contraintes de manière à ce que la contrainte équivalente corresponde à la contrainte appliquée selon la direction de laminage lors d'un essai de traction simple, on peut écrire $G + H = 1$. En posant $r_1 = \frac{H}{G}$ et $r_2 = \frac{H}{F}$ et sachant que $G + H = 1$ la contrainte équivalente s'écrit :

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{1+r_1}} \sqrt{\frac{r_1}{r_2} (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + r_1 (\sigma_x - \sigma_y)^2} \quad (I.39)$$

En 1979, *Hill* [16] a formulé un critère orthotrope non quadratique, valable uniquement lorsque les axes principaux des contraintes coïncident avec les directions d'orthotropie. Cela est particulièrement le cas dans le cas du laminage. L'expression de ce critère se présente de la manière suivante :

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\sqrt[1+r_1]{m}} \sqrt[1+r_1]{\frac{r_1}{r_2} (\sigma_y - \sigma_z)^m + (\sigma_z - \sigma_x)^m + r_1 (\sigma_x - \sigma_y)^m} \quad (I.40)$$

En plasticité associée $f = g$ et on peut vérifier la variable d'écrouissage isotrope p à la déformation équivalente cumulée.

$$\bar{\varepsilon} = \sqrt{h_{ijkl} \varepsilon_{kl} \varepsilon_{ij}} \quad (I.41)$$

Le tenseur du quatrième ordre h est l'inverse de H (ou plus précisément de sa restriction à l'ensemble des déviateurs).

Étant donné que l'anisotropie a généralement un impact beaucoup plus significatif sur la loi d'évolution que sur la fonction seuil, l'utilisation d'un modèle de plasticité non associée s'avère souvent bénéfique. Dans ce cas, le potentiel plastique g est défini de manière similaire à f , mais en utilisant les coefficients de *Lankford* r_1, r_2 .

Dans ce cas la variable d'écrouissage p toujours défini par $\dot{p} = \lambda$ devient [4] :

$$\dot{p} = \left\{ \frac{\bar{F}(\bar{H}\dot{\epsilon}_z - \bar{G}\dot{\epsilon}_y)^2 + \bar{G}(\bar{F}\dot{\epsilon}_x - \bar{H}\dot{\epsilon}_z)^2 + \bar{H}(\bar{G}\dot{\epsilon}_y - \bar{F}\dot{\epsilon}_x)^2}{(\bar{F}\bar{G} + \bar{G}\bar{H} + \bar{H}\bar{F})^2} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (I.42)$$

De même que pour l'équation I.30, on obtient :

$$\dot{p} = R \sqrt{(\bar{r}_2 \bar{r}_1^2 \dot{\epsilon}_z - \bar{r}_2 \bar{r}_1^2 \dot{\epsilon}_y)^2 + (\bar{r}_2 \bar{r}_1 \dot{\epsilon}_x - \bar{r}_2^2 \bar{r}_1 \dot{\epsilon}_z)^2 + (\bar{r}_2^2 \bar{r}_1 \dot{\epsilon}_y - \bar{r}_2 \bar{r}_1^2 \dot{\epsilon}_x)^2} \quad (I.43)$$

$$R = \frac{\sqrt{\bar{r}_2 + \bar{r}_2 \bar{r}_1}}{\bar{r}_2 \bar{r}_1 + \bar{r}_2^2 \bar{r}_1 + \bar{r}_2 \bar{r}_1^2} \quad (I.44)$$

Cadre isotrope transverse

Très souvent, particulièrement en emboutissage [12,13] le matériau mis en forme est isotrope dans un plan dont les propriétés mécaniques diffèrent à la direction normale à ce plan, Ceci conduit souvent à utiliser et identifier un modèle isotrope transverse et ne faisant donc intervenir qu'un seul coefficient de *Lankford*.

r est un coefficient de *Lankford* identifié et \bar{r} est le coefficient obtenu directement par voie expérimentale.

$$f(\sigma_{ij}) = \frac{1}{\sqrt{1+r}} \sqrt{(\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + r(\sigma_x - \sigma_y)^2} \quad (I.45)$$

$$g(\sigma_{ij}) = \frac{1}{\sqrt{1+\bar{r}}} \sqrt{(\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + \bar{r}(\sigma_x - \sigma_y)^2} \quad (I.46)$$

Il est à noter que ce cadre ne sera pas utilisé au laminage.

Potentiel plastique :

Comme mentionné précédemment, dans le cas où le matériau est sensible à la pression hydrostatique, $f(\sigma_x, |S|, \theta) \neq f(|S|, \theta)$, comme c'est souvent le cas pour les tôles à froid, il est nécessaire de prendre des précautions avec la plasticité associée [14]. Dans de telles situations, il est souvent nécessaire de travailler avec la plasticité non associée. Bien que la structure du potentiel plastique reste la même que

celle de la fonction seuil, elle est exprimée différemment. Au lieu de définir le potentiel plastique en fonction des coefficients d'anisotropie, il est exprimé en fonction des coefficients de *Lankford*.

$$g(\sigma_{ij}) = \frac{1}{\sqrt{1+r_1}} \left\{ r_2 (\sigma_y - \sigma_z)^2 + r_1 (\sigma_z - \sigma_x)^2 + (\sigma_x - \sigma_y)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \cdot g(\sigma_{ij}) \quad \text{Quadratique (I.47)}$$

$$g(\sigma_{ij}) = \frac{1}{(1+\bar{r}_1)^{\frac{1}{m}}} \left\{ r_2 (\sigma_y - \sigma_z)^m + \bar{r}_1 (\sigma_z - \sigma_x)^m + (\sigma_x - \sigma_y)^m \right\}^{\frac{1}{m}} \cdot g(\sigma_{ij}) \quad \text{non.Quadratique (I.48)}$$

$$r_1 = \frac{G}{H}, \quad \bar{r}_1 = \frac{\bar{G}}{\bar{H}} ;$$

$$r_2 = \frac{F}{H}, \quad \bar{r}_2 = \frac{\bar{F}}{\bar{H}}$$

Où $\bar{F}, \bar{G}, \bar{H}$ sont les coefficients d'anisotropie et \bar{r}_1, \bar{r}_2 sont les coefficient de *Lankford* mesuré expérimentalement.

Remarque : Dans le cadre plastique, [17] a validé l'impératif de prendre en considération l'anisotropie et d'obtenir une identification précise du coefficient de forme (m). Ainsi, il a affirmé la nécessité de migrer vers une plasticité non associée lorsque les tôles présentent une anisotropie marquée.

1.8 Frottement entre le métal et les cylindres

Le frottement revêt une importance capitale dans le processus de laminage, car il influence grandement son déroulement. En effet, il est souligné que sans frottement, le laminage ne peut se réaliser.

La condition d'engagement du métal dans le laminage est déterminée par une relation reliant le coefficient de frottement et l'angle de laminage. [18,19]

L'analyse du processus de laminage nécessite une approche multidimensionnelle qui intègre les caractéristiques du procédé, le comportement du matériau et les phénomènes de frottement.

1.8.1 Modèles de frottement

La loi de frottement est une relation mathématique permettant de calculer la contrainte tangentielle (force de frottement par unité de surface) en fonction de divers paramètres de contact. Ces paramètres incluent les *variables thermomécaniques*, la *rhéologie des matériaux*, les *états de surface*, les *propriétés du lubrifiant*, le *Temps* et *d'autres*.

En réalité, il n'existe pas de loi de frottement capable de prendre en compte rigoureusement tous les paramètres cités ci-dessus. La complexité des interactions physiques en jeu rend impossible une formulation unique et universelle. En pratique, on utilise des modèles de frottement qui intègrent les paramètres jugés essentiels pour le problème étudié. Ces modèles font intervenir des coefficients de frottement adimensionnels, déterminés expérimentalement [20]. Ces coefficients traduisent l'influence des "paramètres cachés", non explicitement intégrés dans la loi.

Une loi de frottement peut être isotrope ou anisotrope. Dans le cas isotrope, la contrainte tangentielle et la vitesse de glissement ont les mêmes directions. C'est ce qui est utilisé au cadre du laminage.

En mise en forme des métaux, le choix du modèle de frottement dépend de la nature et de la complexité des phénomènes mis en jeu. Trois grandes classes de modèles sont communément utilisées :

Modèles plastiques: Se basent sur le concept de plasticité et ne prennent pas en compte le temps.

Modèles viscoplastiques: Intègrent l'effet du temps dans la déformation plastique.

Modèles régularisés: Visent à corriger les discontinuités des modèles plastiques et à améliorer la convergence des simulations numériques.

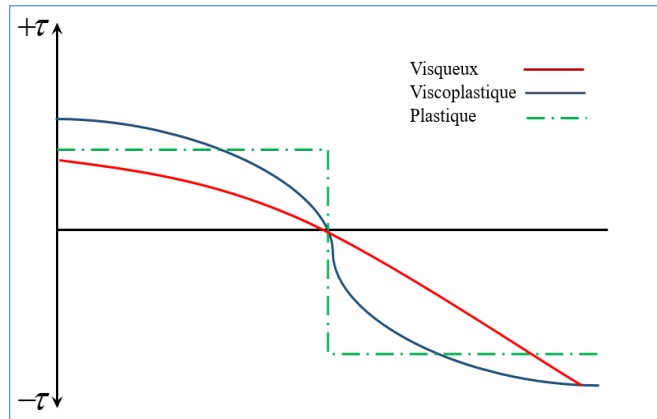


Figure I.10. Contrainte de cisaillement dans divers cadres de comportement.

Remarque : Les lois de frottement jouent un rôle très important dans la modélisation des interactions entre les surfaces en contact. Malgré l'absence d'une loi universelle, relever ce défi devient possible grâce à l'utilisation de modèles adaptés et de coefficients de frottement.

1.9 Confrontation a l'expérimentales

Dans le domaine du laminage, l'accès à des données expérimentales précises est essentiel pour valider et comparer les différentes méthodes de calcul. Ces données, issues de mesures des contraintes de pression et de frottement, jouent un rôle clé dans l'évaluation fiable des modèles et approches utilisés. Elles servent de référence pour confronter les prédictions numériques aux observations expérimentales, permettant d'identifier les forces et limites de chaque modèle. En reliant les simulations au comportement réel, ces données renforcent la pertinence des résultats obtenus. Elles permettent également l'étalonnage des paramètres des modèles, améliorant ainsi la précision des simulations numériques.

1.9.1 Technique expérimentales

L'approche adoptée implique l'intégration des capteurs de contraintes dans le cylindre *Figure I.11*, se présentant sous la forme d'aiguilles affleurant sa surface. Lorsque le capteur entre en contact avec la tôle, il subit un repoussement dû à la pression et est soumis à des contraintes mesurées par des jauges résistives. L'enregistrement continu de ce signal permet de suivre l'évolution de la contrainte normale dans la zone de déformation. Une amélioration de cette technique réside dans le positionnement d'un deuxième capteur au même endroit, disposé de manière oblique, sensible non seulement aux contraintes normales σ_n , mais également aux contraintes tangentielles τ . En ayant connaissance de σ_n grâce au capteur normal, il devient possible de dériver son effet et d'estimer τ . Cependant, en raison de la délicatesse de la technique expérimentale et des hypothèses formulées pour l'analyse des résultats, cette estimation doit être interprétée comme une tendance indicative plutôt que comme une certitude absolue.

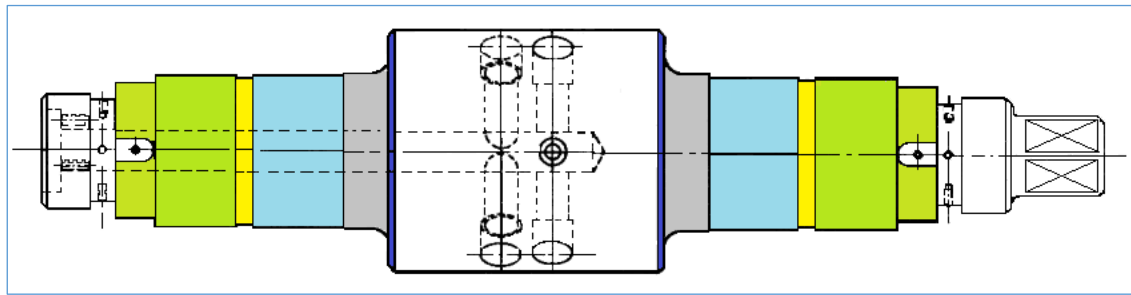


Figure I.11. Implantation du transducteur dans le cylindre de laminage [21].

Plusieurs méthodes ont été développées pour évaluer la distribution de la pression lors du laminage. *Siebel et Lueg* [22] ont utilisé des cristaux piézoélectriques pour mesurer la pression, mais les corrections nécessaires ont limité la précision. Des techniques photo-élastiques [23, 24] ont permis d'analyser les pressions dans des bandes de cuivre et de plomb, tandis que *McGregor et Palme* [25, 26] ont opté pour une barre en porte-à-faux pour des barres carrées. *Ellis* [27] a introduit une méthode basée sur la déformation d'un réseau gravé, mais sans fournir de données précises autour du point neutre. *Salhi et al.* [21] ont innové avec des transducteurs miniaturisés, offrant une sensibilité accrue pour divers matériaux en laminage à froid. Ils insistent sur la nécessité d'un ajustement précis des capteurs pour limiter les erreurs dues au frottement, aux variations de raideur radiale et aux effets perturbateurs sur le processus.

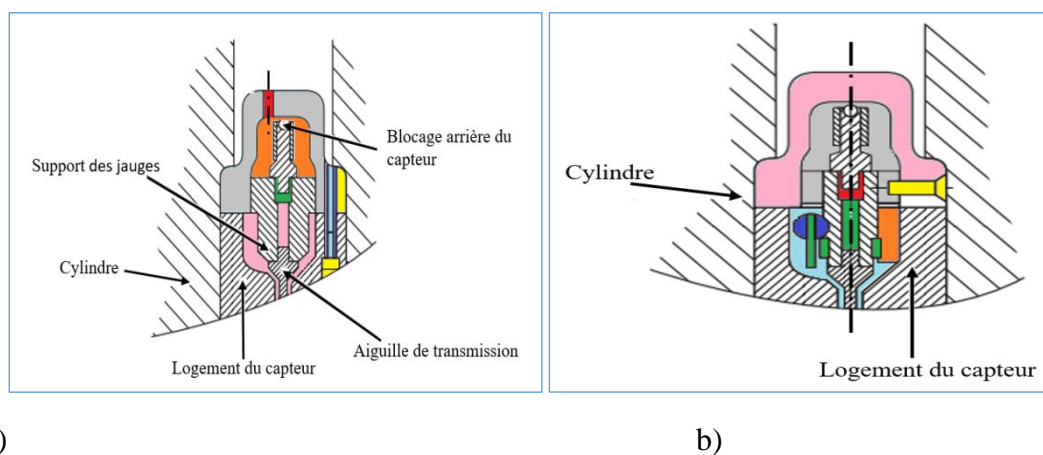


Figure I.12. Représentation du capteur de contraintes utilisé par [21] a) Contrainte Tangentielle b) Contrainte Normale.

Jeswiet et al. [28] ont développé une méthode innovante *Figure I.13* utilisant un pion conique de 2 mm de diamètre pour mesurer simultanément les efforts normaux et tangentiels pendant le laminage de tôles d'aluminium à froid. Cependant, son application au formage à chaud reste complexe en raison des contraintes thermiques et mécaniques accrues. *Lenard et al.* [29] ont adapté cette technique pour les procédés à chaud en optimisant la position verticale du pion *Figure I.14*, permettant des mesures plus précises des contraintes de contact en intégrant les effets de déformation élastique et des surfaces d'outillage. *Lupoi et al.* [30], en analysant cette méthode dans le cadre du laminage à chaud, ont mis en évidence plusieurs défis, notamment ceux liés au cisaillement

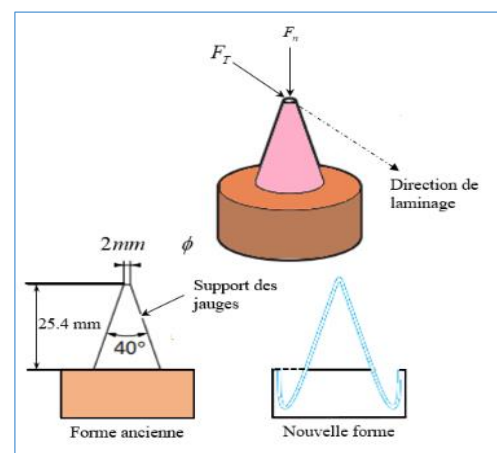


Figure I.13. Élément de détection utilisé pour les expériences réalisées dans le travail de [28].

tangentiel, aux températures élevées ainsi qu'à la formation et à l'adhérence de la calamine. Ils recommandent l'utilisation d'une couche de zirconium pour protéger le capteur dans cet environnement extrême.

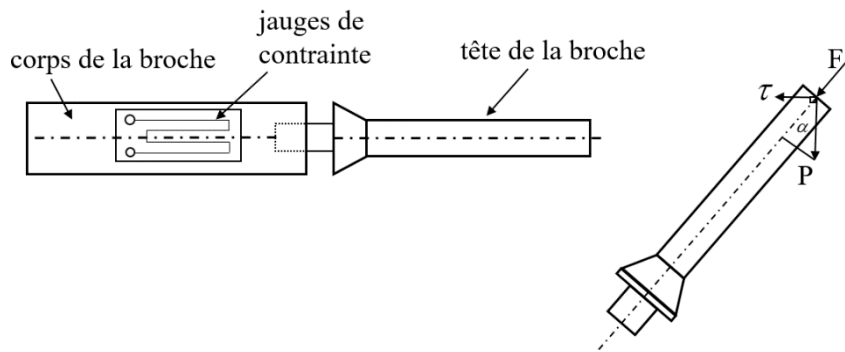


Figure I.14. Schématisation de la conception de la broche et des forces appliquées sur celle-ci [29].

Les résultats obtenus, illustrés dans la Figure I.15, révèlent une distribution des contraintes le long de la zone de contact. Dans certaines conditions, on observe l'apparition de multiples pics de pression, indiquant une distribution non uniforme des forces de laminage. L'émergence de multiples pics de pression met en lumière la complexité du laminage et l'influence de divers facteurs, tels que la géométrie du matériau, les propriétés du matériau, les conditions de laminage et le rapport entre la largeur et l'épaisseur de la bande.

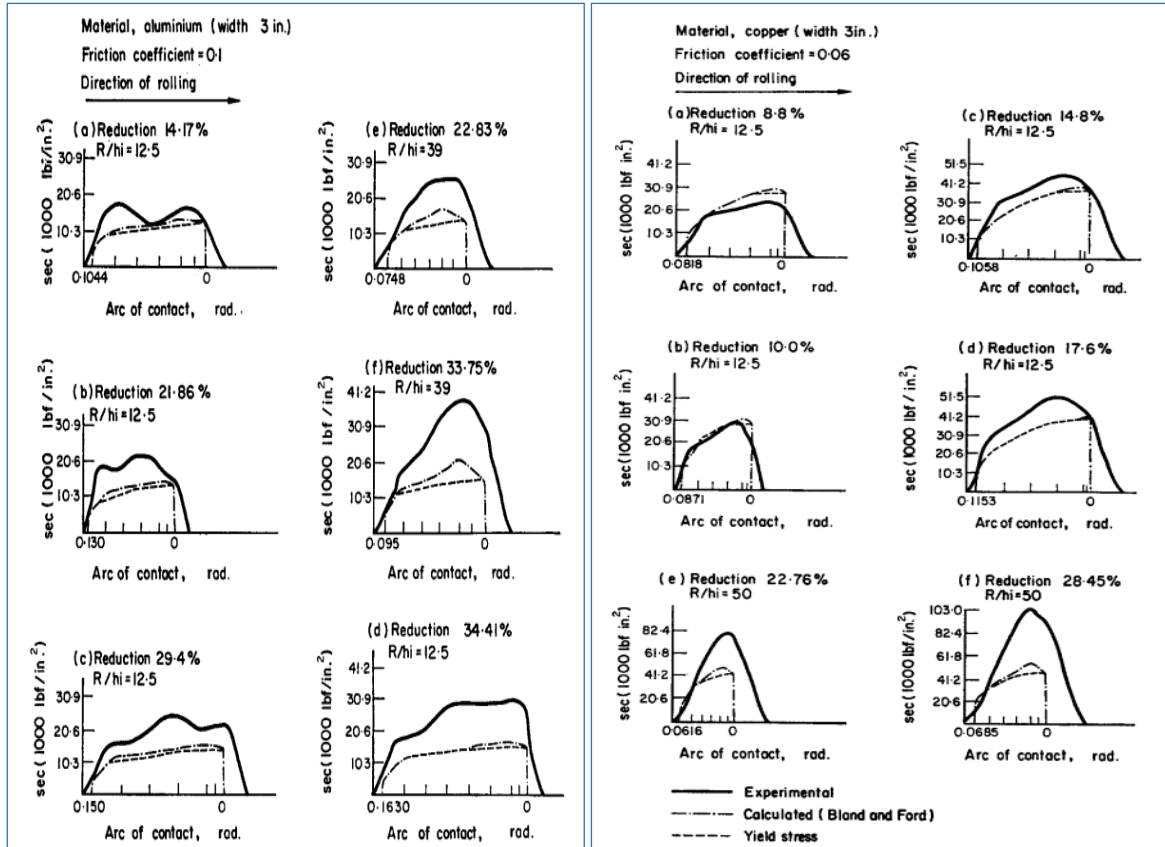


Figure I.15. Les résultats expérimentaux, corrigés pour la taille de la broche, pour l'aluminium à température ambiante de laminage.

La caractérisation des contraintes et forces de contact lors du laminage repose souvent sur le coefficient de frottement, influencé par des paramètres liés au matériau, au processus et au laminoir. Selon *Rabinowicz* [31], ces paramètres sont divisés en deux catégories : ceux dépendant de la surface (rugosité, dureté, réactivité chimique, etc.) et ceux dépendant du volume (limite d'élasticité, densité, anisotropie, etc.). Les paramètres du processus incluent la vitesse relative, la température, la réduction, la taille des cylindres, et la dynamique du laminoir, ainsi que les propriétés du lubrifiant, si appliqué. Pour la modélisation prédictive, un compromis est nécessaire, se concentrant sur des facteurs comme la rugosité, la dureté, la limite d'élasticité, la vitesse de déformation, la température, et la présence de lubrifiant. Les effets de la température sur le coefficient de frottement sont encore mal compris, bien que certains travaux [32, 33] suggèrent que ce coefficient peut être sensible à la température, en particulier pour certains matériaux comme l'acier inoxydable et l'aluminium. Concernant le laminage de l'aluminium, des études comme celles de *Atack* et *Abbott* [34] ont montré l'absence de frottement adhérent à chaud. *Lang* [35] a étudié le frottement lors de l'extrusion à chaud de l'aluminium, et des recherches supplémentaires [36] ont évalué la dépendance du coefficient de frottement à la température de surface, en mesurant les forces de laminage à différentes températures.

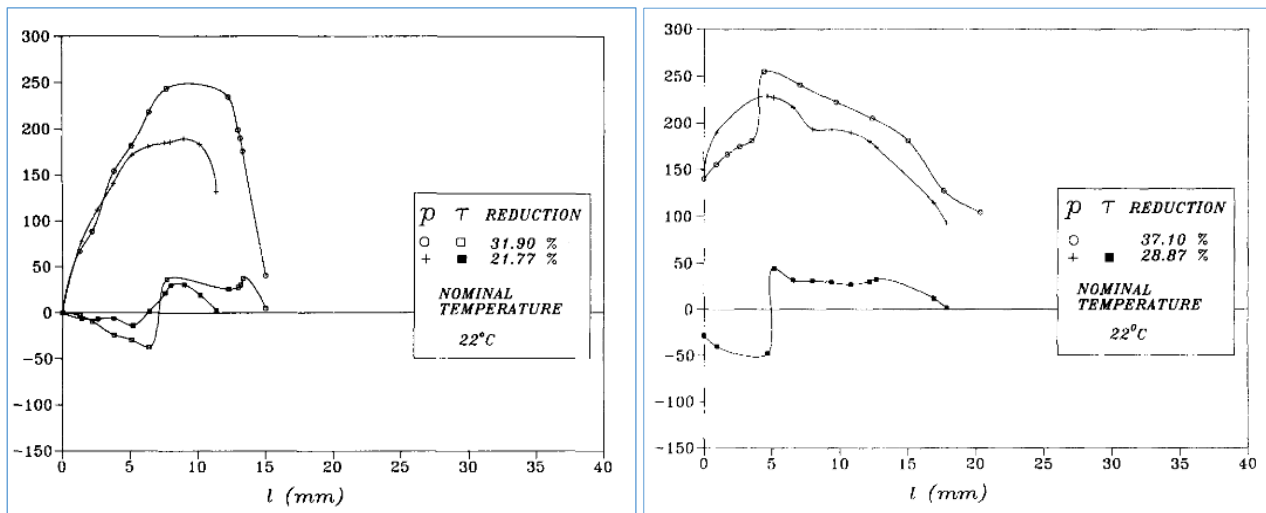


Figure 1.16. Distribution de la pression de laminage et des contraintes de cisaillement à température ambiante pour une épaisseur de 3.17 mm [37].

Le laminage à chaud de produits plats implique trois composants principaux : le laminoir, le matériau laminé et les surfaces de contact entre eux, ces dernières étant traditionnellement les plus problématiques. Bien que le transfert de chaleur et de forces à l'interface cylindre-bande laminée soit crucial pour l'intégrité du produit, la recherche sur la dépendance du coefficient de transfert de chaleur et du coefficient de frottement vis-à-vis des paramètres du processus reste limitée. Ces deux paramètres dépendent des propriétés des métaux et du processus de déformation. *Schey* [38] décrit le système tribologique en incluant la résistance des métaux, leur sensibilité à la déformation et à la vitesse de déformation, ainsi que leurs propriétés thermo-physiques. Les conditions de surface, comme la rugosité, la dureté, l'énergie de surface, et l'affinité chimique des corps en contact, doivent également être considérées. Pour l'aluminium, la présence d'une couche d'oxyde affecte également les interactions. Le processus de laminage influence à la fois le coefficient de frottement et le transfert de chaleur, avec des facteurs comme la charge sur les surfaces et la vitesse relative des éléments en contact. Les études sur la mesure du coefficient de frottement lors du laminage à chaud d'alliages d'aluminium sont rares. Bien que des variations du coefficient de frottement soient observées lors du

laminage à froid *Figure I.18*, aucune donnée n'a été trouvée sur ces variations pendant le laminage à chaud.

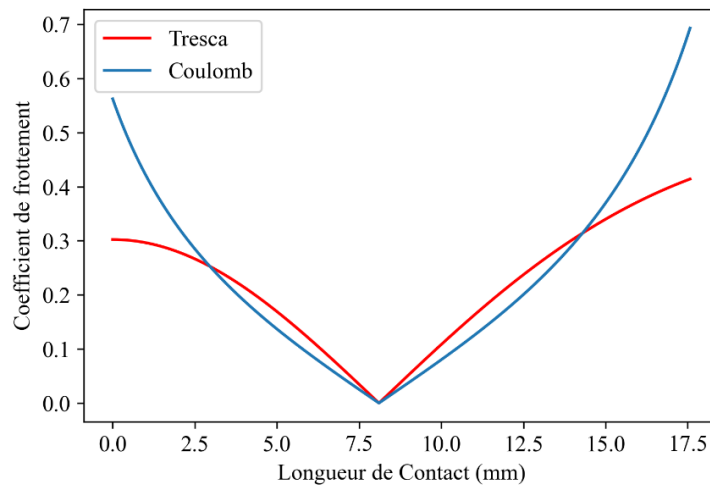


Figure I.17. Variation du coefficient de frottement dans la zone de contact, Donné de laminage de l'aluminium à 487°C.

Januszkiewicz et al. [39] ont étudié les propriétés antifriction des additifs esters lors du laminage de barres en aluminium AL 1100 à 500 °C. Ils ont utilisé deux méthodes pour mesurer le coefficient de frottement : un "essai de refus", déterminant le coefficient minimal nécessaire pour initier le laminage, et une méthode de glissement vers l'avant suivant la relation de *Ford* et al. [40]. Les coefficients de frottement mesurés variaient de 0,08 à 0,17 selon la composition chimique de l'émulsion, sans données sur les effets de la vitesse ou de la réduction. *Lang* [35] a quantifié les forces de frottement lors de l'extrusion à chaud de l'aluminium, tandis que *Bugini* et al. [41] ont utilisé le test de la bague pour déterminer le facteur de frottement. *Lenard* et *Malinowski* [37] ont rapporté des données sur le laminage à chaud de bandes d'aluminium à des températures allant jusqu'à 300 °C, montrant que les coefficients de frottement dépendent fortement de la température. *Koves* [43] a documenté des variations du coefficient de frottement de 0,2 à 0,5 lors du laminage à chaud, bien que sans préciser l'origine de ces données. Des recherches supplémentaires [43] ont examiné la dépendance du coefficient de frottement par rapport à la réduction et à la vitesse, utilisant l'AL 1100 H14 et une émulsion, avec des mesures des forces de laminage, des pressions de cylindre et des contraintes de cisaillement, corroborées de manière indépendante.

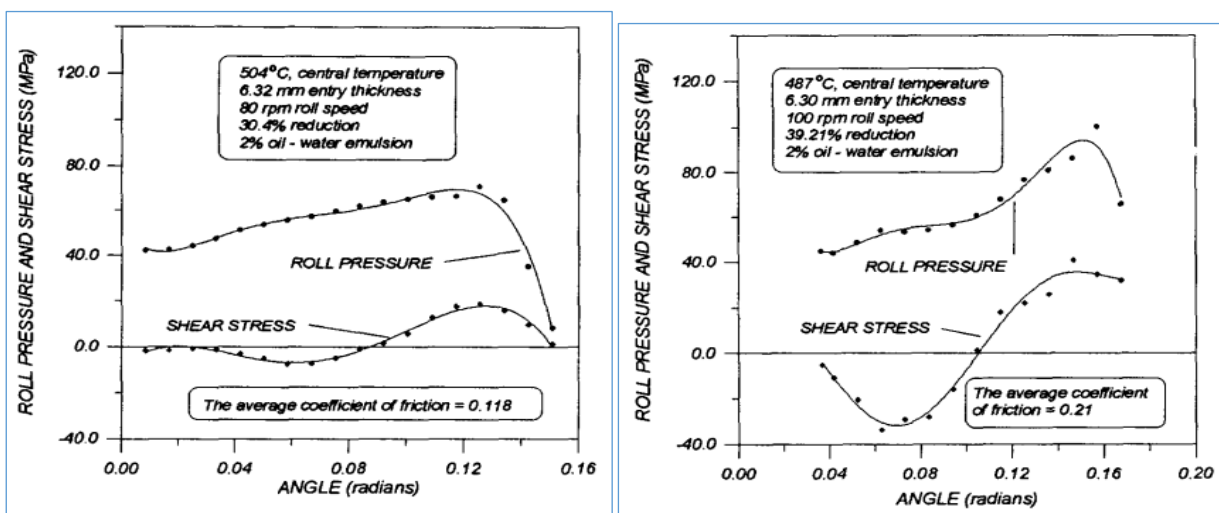


Figure I.18. Distribution de la pression de laminage et des contraintes de cisaillement le long du foyer de déformation. [44]

1.10 Thermique de la bande et le cylindre

Le processus de laminage, essentiel dans la transformation des métaux, génère une déformation thermique due à l'intense frottement entre le métal et le cylindre de laminage, entraînant une élévation significative de la température. Bien que dans le laminage à froid, les effets thermiques soient souvent considérés comme secondaires, ils influencent la géométrie des pièces, leurs propriétés métallurgiques et les aspects tribologiques du processus.

Sur le plan géométrique, le profil du cylindre peut être modifié par un bombé thermique résultant de la déformation thermo-élastique du métal, affectant la précision du produit final. Certains aciers inoxydables austénitiques peuvent devenir instables sous déformation plastique, entraînant la formation de phases indésirables comme la martensite, ce qui altère les propriétés mécaniques et la résistance à la corrosion. Toutefois, l'élévation de température peut retarder cette transition de phase et permettre un meilleur contrôle des propriétés finales.

En termes tribologiques, la température impacte fortement le comportement du film lubrifiant utilisé pour réduire le frottement. La viscosité et l'efficacité de ce film dépendent de la température des surfaces en contact, telles que les cylindres et la tôle. Cette interaction entre chaleur, lubrification et frottement affecte l'efficacité du laminage et la qualité des produits. Bien que les effets thermiques soient notables, les faibles épaisseurs des matériaux réduisent les temps de diffusion de la chaleur, limitant ainsi l'ampleur des variations thermiques durant le processus.

1.10.1 Transfert de chaleur

Il existe trois modes principaux de transfert de chaleur :

a) Conduction: C'est le transfert de chaleur à travers un matériau solide ou entre des solides en contact direct. Il est régi par la loi de *Fourier*, qui établit que le taux de transfert de chaleur est proportionnel au gradient de température et à la conductivité thermique du matériau.

$$\vec{\varphi} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T \quad (\text{I.49})$$

où $\vec{\varphi}$ est le flux de chaleur, λ est la conductivité thermique et T est le gradient de température.

b) Convection: est le transfert de chaleur entre une surface solide et un fluide en mouvement.

c) Rayonnement : est le transfert de chaleur sous forme d'ondes électromagnétiques, n'ayant pas besoin de milieu matériel et pouvant traverser le vide.

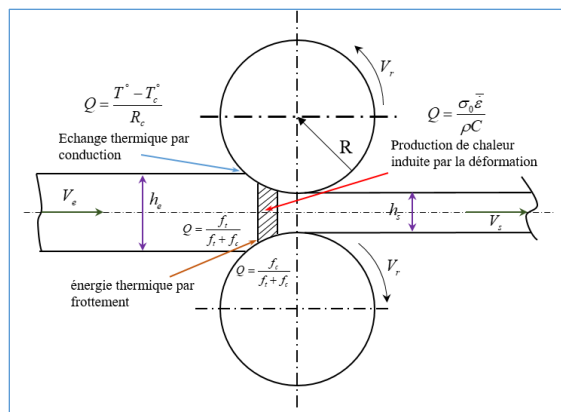


Figure I.19 Mécanisme de transfert de chaleur lors du laminage à chaud.

1.10.2 Thermique des cylindres de travail

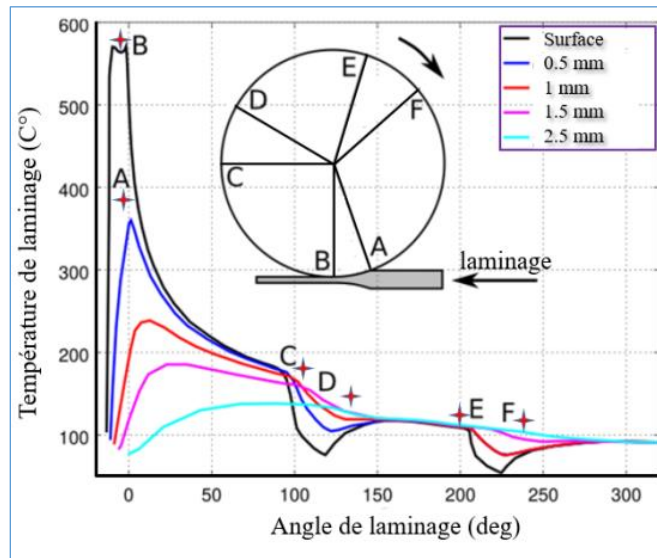


Figure I.20. Température dans le cylindre, à diverses profondeurs [45].

L'échauffement des cylindres de travail dans les laminoirs, accentué par les vitesses de laminage élevées, représente un défi majeur. Un refroidissement insuffisant peut réduire leur durée de vie, entraînant de l'écaillage dû aux contraintes thermiques et des déformations indésirables du profil du produit. Une gestion optimale de la température des cylindres est donc cruciale pour maintenir la qualité du laminage et prolonger la longévité des équipements. L'étude de [45], la Figure I.20 montre une décroissance rapide de la température de surface après chaque passe, due à la dissipation thermique vers le cylindre.

Le refroidissement par pulvérisation joue un rôle important dans le processus de laminage à chaud, influençant significativement les dommages et la durée de vie des cylindres de travail. Une gestion inadéquate du refroidissement peut dégrader le profil et la géométrie du matériau laminé. Ce refroidissement est généralement assuré par des gicleurs munis de buses placées en amont et en aval des cylindres Figure I.21. L'intensité du refroidissement dépend du flux thermique sur les surfaces, lequel est déterminé par le coefficient de transfert thermique (HTC) et la différence de température entre la surface du cylindre et l'eau. Le HTC varie selon des facteurs tels que la densité d'impact de l'eau, la taille et la vitesse des gouttelettes, ainsi que les propriétés de la surface à refroidir.

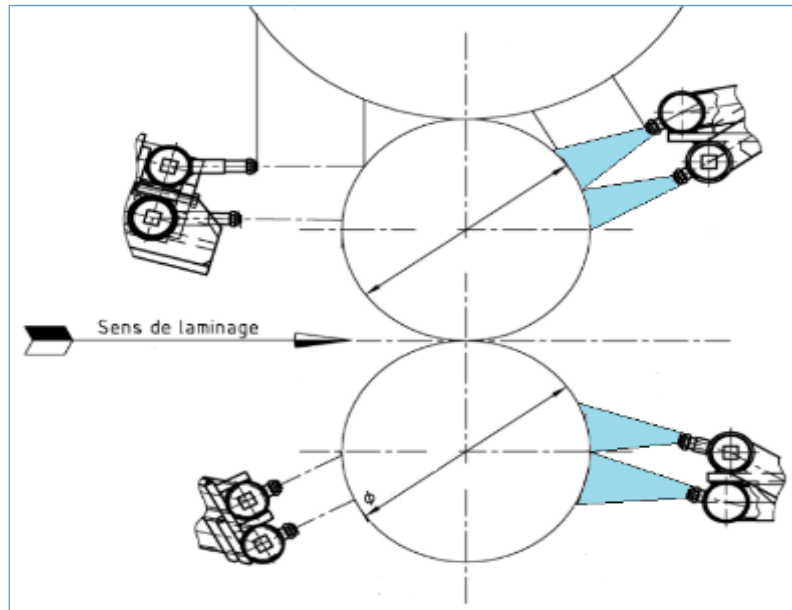


Figure I.21 Refroidissement des cylindres de travail.

Le travail de [46] explore le déplacement du point de refroidissement intense vers l'espace de laminage, suggérant qu'une température élevée du cylindre pourrait augmenter l'intensité du refroidissement à cet endroit. L'amélioration de la durée de vie des cylindres demeure un sujet d'intérêt majeur, et bien que l'étude de *Stevens* (1971) reste pertinente, les données de mesure en usine restent rares. Les concepteurs de systèmes de refroidissement s'efforcent de maintenir la température des cylindres aussi basse que possible, avec certains fabricants fixant une température maximale de fonctionnement. Une approche potentielle consiste à rapprocher le système de refroidissement de l'espace de laminage. L'efficacité du refroidissement optimal dépend également du matériau du cylindre, car l'intensité du refroidissement peut affecter les contraintes de tension dans la couche superficielle du cylindre.

La méthode moderne de refroidissement des cylindres dans le laminage à chaud, illustrée dans la *Figure I.21*, offre des applications potentielles pour d'autres procédés similaires. En utilisant des gicleurs spécialement conçus, le jet de pulvérisation est dirigé depuis des positions inédites, permettant ainsi un impact optimal sur la surface du cylindre, à proximité de l'espace de laminage. Ce système repose sur des gicleurs solides, montés sur une infrastructure d'alimentation en eau, qui transforment le jet cylindrique en un éventail plat, assurant une couverture idéale de la surface du cylindre. Cette approche permet d'atteindre une intensité de refroidissement maximale sans perte d'énergie cinétique par rapport aux buses conventionnelles, même avec une pression et un débit d'eau identiques.

Conclusion

Ce chapitre a fourni une synthèse des concepts fondamentaux et des modèles théoriques régissant le comportement mécanique et thermique des matériaux dans le cadre du laminage. L'examen des modèles de comportement des matériaux, couplé à une approche thermodynamique rigoureuse, a permis de poser les bases nécessaires à une compréhension des mécanismes physiques à l'œuvre.

La notion de contrainte, au cœur de toute modélisation mécanique, a été abordée sous divers angles, depuis la matrice des efforts internes jusqu'au tenseur des déformations et à leurs relations non linéaires de contrainte-déformation. Une attention particulière a été accordée à l'état plan de contrainte et de déformation, tant dans ses manifestations en déformation plane qu'en contrainte plane, ce qui constitue un cadre analytique essentiel pour le laminage des produits plats.

Les modèles rhéologiques ont été explorés dans leur diversité, soulignant leur pertinence pour décrire le comportement plastique et viscoplastique des métaux. La modélisation mécanique, et en particulier les modèles d'écrouissage, a permis de caractériser la contrainte équivalente dans des conditions de charge complexes. Une comparaison critique entre les critères de *Von-Mises* et de *Tresca* a mis en lumière leurs avantages respectifs dans l'évaluation des contraintes limites, une étape cruciale pour le dimensionnement des systèmes industriels.

Le frottement entre le métal et les cylindres, un paramètre clé influençant à la fois la qualité du produit laminé et les forces de laminage, a été abordé à travers différents modèles. Ces derniers ont permis d'enrichir la compréhension des interactions tribologiques au sein de l'espace de laminage. La confrontation entre les prédictions théoriques et les données expérimentales a mis en exergue la nécessité d'une validation empirique des modèles proposés.

Enfin, l'analyse thermique des bandes et des cylindres a révélé l'impact des gradients de température sur les propriétés des matériaux et les performances du processus. Les interactions entre les transferts thermiques, les contraintes mécaniques et les phénomènes tribologiques ont été soulignées, établissant ainsi un lien fondamental entre les aspects thermomécaniques du laminage.

Ce chapitre établit donc un socle théorique solide, intégrant les concepts et les modèles pertinents, pour aborder les défis spécifiques rencontrés dans l'optimisation du processus de laminage. Cette synthèse constitue une étape préalable indispensable à une modélisation et une expérimentation avancées, dans le but d'améliorer les performances des installations industrielles et la qualité des produits.

2.1 Introduction

Le laminage des bandes, en tant que procédé essentiel dans la transformation des métaux, repose sur une compréhension des phénomènes liés à la déformation plastique des matériaux. L'optimisation et la maîtrise de ce processus requiert l'utilisation de méthodes de calcul simplificatrice et rapide d'exécution visant à modéliser et prédire le comportement du matériau, les distributions des contraintes, ainsi que les forces impliquées lors de la déformation du matériau.

Au fil des années, plusieurs méthodes de calcul ont émergé pour relever les défis inhérents au laminage des bandes. De nombreux modèles analytiques [47, 48, 49] et numériques [50, 51, 52, 53] ont vu le jour pour prédire les champs de pression et de vitesse, fournissant ainsi des solutions rapides à l'industrie du laminage des bandes. Ces modèles se sont tous concentrés sur l'amélioration des méthodes existantes, telles que l'équation de *Karman* [54] et l'équation d'*Orowan-Sims* [55, 56].

En raison des déformations liées au laminage, la complexité du processus nécessite le développement de modèles basés sur des hypothèses simplifiées quant au comportement des matériaux. Néanmoins, il subsiste un besoin constant d'améliorer ces modèles pour renforcer leur précision dans la prédiction du processus. Ce chapitre vise à explorer les principales méthodes de calcul couramment utilisées dans le domaine, en mettant en évidence leurs atouts, leurs limites, et leur contribution à l'avancement de l'industrie sidérurgique et métallurgique.

2.2 État de l'art des modèles de laminage de bandes

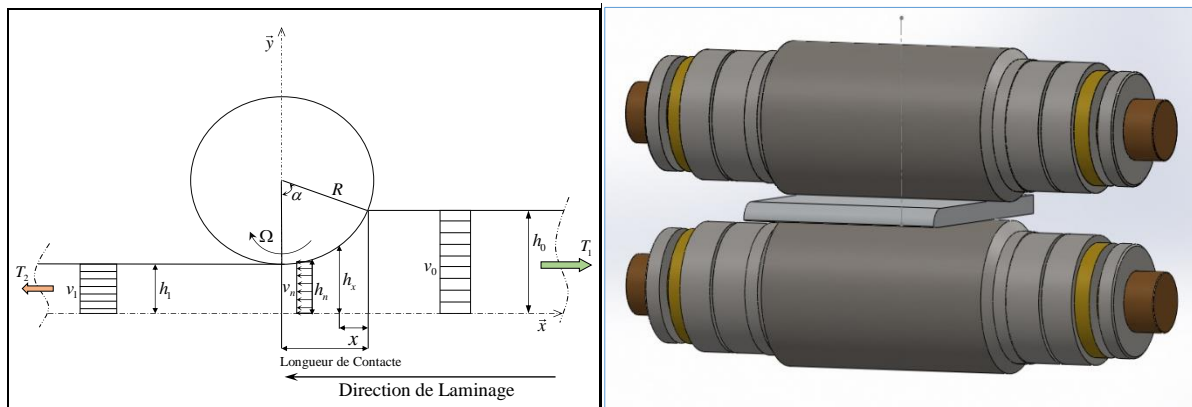


Figure II.1. Paramètres géométriques dans une passe de laminage.

La Figure II. 1 illustre les paramètres géométriques du processus de laminage, incluant h_0, h_1 et h_n , qui correspondent respectivement à la moitié de la hauteur de la tôle à l'entrée, à la sortie et au point neutre. De même, v_0, v_1 et v_n dénotent les vitesses à l'entrée, à la sortie et au point neutre, tandis que Ω représente la vitesse angulaire du cylindre de laminage. T_1, T_2 Tension en amont et en aval.

Dans le laminage de tôles minces, la largeur est considérablement plus grande que l'épaisseur $b \gg h$, nous pouvons donc établir la condition de déformation plane où, et le tenseur de déformation ε_{ij} peut être exprimé comme suit :

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} -\varepsilon_{yy} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.1})$$

Les champs de vitesse et de contrainte dépendent des directions longitudinale (\bar{x}) et normale (\bar{y}) et peuvent être exprimés respectivement par le tenseur de vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}_{ij}$ et le tenseur de contrainte de Cauchy σ_{ij} .

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) & 0 \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) & -\frac{\partial v_x}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \sigma_{ij} = \begin{bmatrix} -p + S_{xx} & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{xy} & -p + S_{xy} & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{bmatrix} \quad (\text{II.2})$$

Où p la composante tensorielle est la pression hydrostatique et S_{ij} est la contrainte déviatrice.

L'évaluation de ces composantes tensorielles est une tâche extrêmement complexe. C'est pourquoi nous avons développé et comparé des modèles plus simples tout au long de ce chapitre. Ces modèles ont été conçus pour tenir compte à la fois de l'effet de compression dans le modèle classique et du cisaillement dans le modèle hydrodynamique lors du laminage des bandes.

En supposant que le matériau soit isotrope, nous utilisons la contrainte équivalente de *Von-Mises*[57]

article], ($\bar{\sigma} = \sqrt{3J_2} = \sigma_0$) et la loi d'évolution, $\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \lambda \frac{\partial f(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}}$ conduit à la règle d'écoulement de *Von*

Mises :

$$S_{ij} = \frac{2}{3} \sigma_0 \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\varepsilon} \right) \frac{\dot{\varepsilon}_{ij}}{\dot{\varepsilon}} \quad (\text{II.3})$$

2.2.1 Prise en compte de l'aplatissement des cylindres de travail

Dans le cadre du processus de laminage, il est impératif de prendre en considération l'élasticité des cylindres afin d'obtenir des prédictions précises. Notamment dans le laminage à froid, où les contraintes sont considérablement élevées, entraînant des déformations élastiques substantielles des cylindres. Cette situation diffère du laminage à chaud, où les déformations élastiques des cylindres peuvent être négligées sans risques d'erreurs importantes. Cependant, pour une modélisation précise du laminage, il est nécessaire d'intégrer les propriétés élastiques des cylindres de travail dans les calculs.

La *Figure II.2* présente le schéma de l'algorithme employé pour déterminer le rayon de planéité des cylindres en fonction de l'effort de laminage. Cet algorithme permet d'estimer la déformation élastique des cylindres résultant de l'application de l'effort de laminage. Le rayon aplati des cylindres est déterminé à l'aide du modèle de *Hitchcock* [58]. Ce modèle, dérivé de la théorie du contact de *Hertz*, exclut l'influence du frottement sur la déformation et suppose que le cylindre aplati conserve une forme circulaire dans la zone de déformation, bien que son rayon soit augmenté. L'expression du rayon déformé selon le modèle de *Hitchcock* s'écrit alors :

$$R' = R \left(1 + \frac{16(1-\nu_c^2)}{\pi E_c} \frac{F}{W \Delta h} \right) \quad (\text{II.4})$$

Avec E_c , ν_c le module d'élasticité du cylindre et le coefficient de *Poisson*, F la force de laminage ainsi que les caractéristiques géométriques R , Δh , W .

Des ajustements ont été effectués par *Bland* et *Ford* [59] pour améliorer l'évaluation de ce rayon déformé, prenant en considération l'élasticité de la tôle à l'entrée et à la sortie du contact, ainsi que les tensions de la bande, formulées comme suit :

$$R' = R \left(1 + \frac{16(1-\nu_c^2)}{\pi E_c} \frac{F}{\left(\sqrt{W \Delta h} + \delta_1 + \delta_2 + \sqrt{\delta_2} \right)^2} \right) \quad (\text{II.5})$$

Avec :

$$\begin{cases} \delta_1 = \frac{\nu_t(1+\nu_t)}{E_t} (h_1 T_2 - h_0 T_1) \\ \delta_2 = \frac{(1-\nu_t)^2}{E_t} h_1 (\sigma_0 - T_2) \end{cases} \quad (\text{II.6})$$

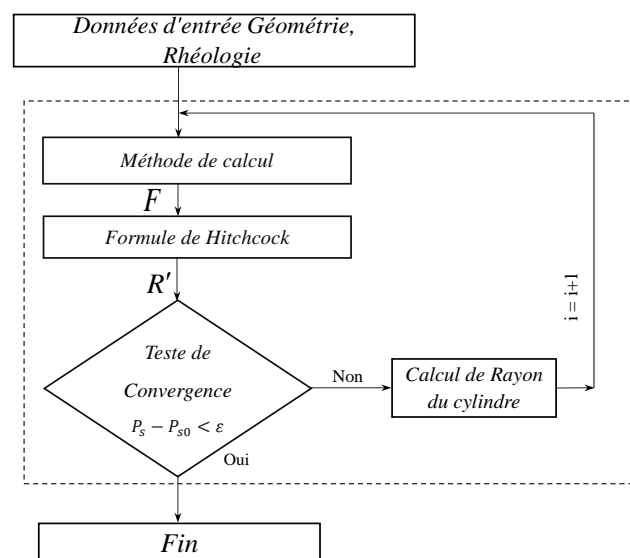


Figure II.2. Algorithme de calcul utilisé par les modèles de calcul pour l'aplatissement du cylindre.

L'utilisation de cet algorithme permet une prédiction plus précise du comportement des cylindres lors du laminage de matériaux présentant un comportement plastique ou viscoplastique, ce qui se traduit par une amélioration de la qualité et de la précision des résultats. En intégrant l'élasticité des cylindres, la modélisation du processus de laminage devient plus réaliste et plus fiable.

Il est à noter que pour le laminage à froid des bandes minces, très souvent cette méthode ne converge pas quand les contraintes mise en jeux sont très importantes nécessitant de prendre en compte la forme

non circulaire des cylindres au cours du laminage, ce qui pousse à utiliser d'autres méthodes. La plus utilisée et qui convient aux modèles simplifiées reste la méthode des fonctions d'influence.

2.3 Méthode des tranches

La méthode des tranches, largement utilisée dans la mise en forme des métaux, se caractérise par son excellent rapport qualité-prix [60], en particulier dans le cas du laminage des tôles minces. Une analyse a révélé qu'une convergence remarquable entre les résultats obtenus par la méthode des tranches et ceux issus de la méthode des éléments finis se produit lorsque le rapport entre la longueur de contact et la hauteur $\left(\frac{Lc}{h}\right)$ de la tôle dépasse le seuil de quatre [60]. Cette cohérence des résultats souligne de manière significative l'efficacité de la méthode des tranches dans des situations où la géométrie et les propriétés du matériau permettent une modélisation simplifiée.

L'objectif fondamental de cette méthode est d'anticiper et de calculer avec précision la répartition des contraintes de pression le long de la zone de déformation. Il est essentiel de comprendre que l'intégral

de ces contraintes $\int_0^{lc} \sigma_y dx$ constitue la force résultante qui s'exerce de manière verticale sur la bande au

cours du processus de laminage. En d'autres termes, cette méthode vise à déterminer comment les contraintes sont distribuées le long du foyer de déformation, ce qui est essentiel pour évaluer la qualité du laminage. Le contact entre la bande et le cylindre de travail se traduit par une loi de frottement telles que *Tresca* ou *Coulomb*. [61,19]

2.3.1 Principe de la méthode des tranches

Pour mettre en œuvre cette méthode, la zone de laminage est considérée comme une série de tranches verticales parallèles les unes aux autres, chacune ayant une épaisseur infinitésimale dx . Ces tranches sont prises perpendiculaires à la direction de laminage. Ensuite, pour chaque tranche, les forces internes et externes qui agissent sur elle sont prises en compte. En établissant les équations d'équilibre pour chaque tranche quasi statique, on peut calculer les contraintes internes, les déformations et les forces qui se produisent dans cette tranche. Ces équations d'équilibre tiennent compte des forces appliquées, des forces de frottement, et d'autres facteurs appropriés pour chaque tranche. Une fois que les équations d'équilibre statique ont été résolues pour chaque tranche, elles sont ensuite intégrées sur toute la longueur de la zone de laminage pour obtenir une image complète des contraintes, des déformations et des forces qui se produisent pendant le processus de laminage.

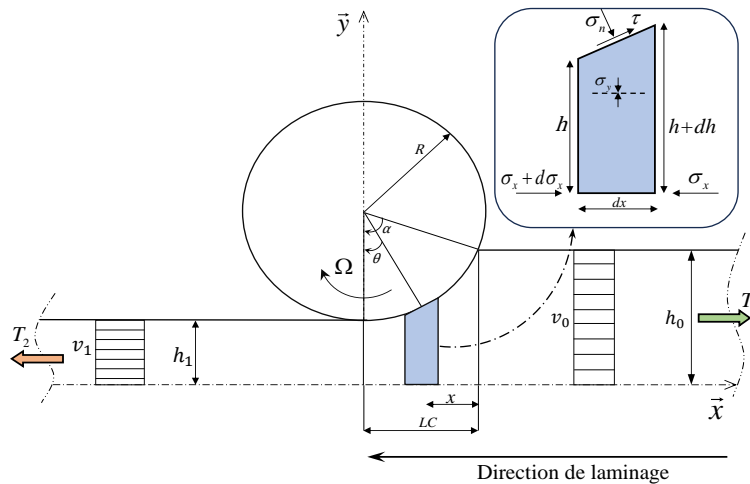


Figure II.3. Principe de la méthode des tranches en déformation plane.

Il convient de remarquer qu'en référence à la figure II.3, dans la zone de déformation, la variation de la position x s'étend de $[0 - Lc]$, avec $x = 0$ à l'entrée de cette zone et $x = Lc$ à la sortie de la zone de déformation. Et α présente l'angle total dans l'emprise, une autre façon d'exprimer la position x est en fonction de l'angle θ du point de contact sur le cylindre avec θ varie de $[0 - \alpha]$. Donc on peut écrire la position de x en fonction de l'angle de laminage θ $x = R \sin \theta$ avec R le rayon du cylindre.

2.3.2 Hypothèses de la méthode des tranches

La méthode des tranches repose sur l'estimation de la distribution des contraintes dans le foyer de déformation en utilisant un ensemble d'hypothèses simplificatrices telles que. [60,62,63] :

- ✓ Tranche reste en équilibre, $\sum \vec{F} / \vec{x} = \vec{0}$.
- ✓ La déformation est plane.
- ✓ Le comportement du matériau laminé est rigide plastique.
- ✓ Une tranche reste une tranche, c'est-à-dire qu'elle ne subit pas de flexion.
- ✓ Le frottement de l'outil se traduisant par une scission τ sur le bord de la tranche.
- ✓ Les forces de masses et d'inertie sont négligées.
- ✓ Les paramètres mécaniques, à savoir les contraintes et les vitesses, sont uniquement fonction de la direction longitudinale (\vec{x}) .
- ✓ Les axes O_x, O_y, O_z sont les directions principales du tenseur des contraintes, des déformations et des vitesses de déformations et restent fixes lors du laminage.

2.3.3 Modélisation mécanique

Sachant que : $\frac{dh}{dx} \ll 1$, $\dot{\epsilon}_{xy} \ll \dot{\epsilon}_{xx}$, $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}(x)$ et $v_i = v_i(x)$

L'équilibre horizontal d'une demi-tranche s'écrit comme suite :

$$\sum \vec{F} / \vec{x} = \vec{0}$$

$$(\sigma_{xx} + d\sigma_{xx})(h + dh) - \sigma_{xx}h + \tau_x ac - P_x ac = 0$$

Sachant que :

$$\tau_x = \tau \cos \alpha$$

$$P_x = P \sin \alpha$$

Donc le calcul donne (l'équation II.7) :

$$(\sigma_{xx} + d\sigma_{xx})(h + dh) - \sigma_{xx}h + \tau ac \cos \alpha - Pac \sin \alpha = 0 \quad (\text{II.7})$$

Du triangle (abc) nous avons :

$$\left[\begin{array}{l} \cos \alpha = \frac{dx}{ac} \Rightarrow ac = \frac{dx}{\cos \alpha} \\ \sin \alpha = \frac{dh}{ac} \Rightarrow ac = \frac{dh}{\sin \alpha} \end{array} \right.$$

En remplace ac dans (l'équation II.1) le calcul donne :

$$(\sigma_{xx} + d\sigma_{xx})(h + dh) - \sigma_{xx}h + \tau \frac{dx}{\cos \alpha} \cancel{\cos \alpha} - P \frac{dh}{\sin \alpha} \cancel{\sin \alpha} = 0 \quad (\text{II.8})$$

Le développement donne :

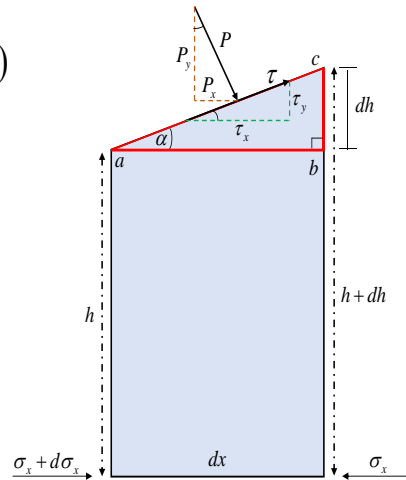
$$\sigma_{xx}h + \sigma_{xx}dh + d\sigma_{xx}h + \underbrace{d\sigma_{xx}dh}_{\approx 0} - \sigma_{xx}h + \tau dx - Pdh = 0 \quad (\text{II.9})$$

En divise par dx :

$$\sigma_{xx} \frac{dh}{dx} + \frac{d\sigma_{xx}}{dx} h - P \frac{dh}{dx} \pm \tau = 0 \quad (\text{II.10})$$

P étant σ_{zz} donc l'équation devient :

$$\frac{d\sigma_{xx}}{dx} h = (\sigma_{yy} - \sigma_{xx}) \frac{dh}{dx} \pm \tau \begin{array}{l} (+) \text{ zone d'avance} \\ (-) \text{ zone de retard} \end{array} \quad (\text{II.11})$$



(L'équation II.11) représente une équation différentielle ordinaire du 1^{er} ordre comportant trois variables inconnues ($\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \tau$). Elle est communément désignée sous le nom d'équation de *Karman* [54]. Sa résolution requiert une réduction du nombre de variables inconnues, ce qui peut être accompli par l'incorporation d'une loi de comportement pour les contraintes normales et longitudinale σ_{xx}, σ_{yy} et d'une loi de frottement pour la contrainte tangentielle τ . Cette démarche vise à simplifier le problème en introduisant ces relations supplémentaires qui régissent le comportement du système, ce qui permet ultimement de résoudre cette équation.

Les axes principaux des contraintes sont supposés être alignés sur la géométrie du procédé. Les tenseurs des contraintes σ_{ij} et des vitesses de déformations $\dot{\epsilon}_{ij}$ se simplifient comme suit :

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad \dot{\epsilon}_{ij} = \begin{bmatrix} -\dot{\epsilon}_{yy} & 0 & 0 \\ 0 & \dot{\epsilon}_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.12})$$

Aucun cisaillement interne n'est présent dans la bande. Les contraintes et les déformations sont uniformes selon \bar{y} , ce qui signifie qu'elles dépendent uniquement de \bar{x} .

2.3.4 Modèle classique (C.M)

Comme mentionné précédemment, (L'équation II.11) contient trois inconnues. Par conséquent, il est nécessaire d'introduire deux équations supplémentaires. La première équation est déterminée par l'application d'une loi de comportement, tandis que la seconde est établie en se basant sur une loi de frottement.

2.3.4.1 Loi de comportement

La prise en compte de la contrainte d'écoulement sur toute l'étendue de l'emprise revêt une importance fondamentale pour assurer la fiabilité de la résolution de l'équation de *Kerman* (équation II.11).

Étant donné que le matériau est isotrope, nous utilisons la contrainte équivalente de *Von-Mises* [57].

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2}} \sqrt{S_{ij} S_{ij}} \quad (\text{II.13})$$

Ce qui donne :

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2} \quad (\text{II.14})$$

L'hypothèse de déformation plane néglige les effets de bord, tels que l'élargissement, et est justifiée lorsque le rapport largeur de la bande sur épaisseur de bande est supérieur à 10. Cela permet d'énoncer

$$\epsilon_{zz} = 0 \quad (\text{II.15})$$

Ce qui nous permet de calculer la contrainte transversale σ_{zz} en fonction de σ_{xx} et σ_{yy} en utilisant la

loi d'évolution plastique $\dot{\epsilon}_{ij} = \lambda \frac{\partial f_0(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}}$ [17,18],

Après développement, nous pouvons donc conclure que la contrainte transversale représente une contrainte intermédiaire en fonction de $(\sigma_{xx}, \sigma_{yy})$:

$$\sigma_{zz} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} \quad (\text{II.16})$$

La contrainte équivalente peut s'écrire :

$$\bar{\sigma} = \alpha_0 |\sigma_{xx} - \sigma_{yy}| \quad (\text{II.17})$$

Où α_0 est une constante dépendant des constantes d'anisotropie.

De même en reportant dans les expressions de la déformation équivalente on obtiendra :

$$\dot{p} = \frac{1}{\alpha_0} |\dot{\varepsilon}_{yy}| \quad (\text{II.18})$$

La loi d'écoulement plastique et viscoplastique s'écrira comme suit :

$$\alpha_0 (\sigma_{yy} - \sigma_{xx}) = Y \left(\frac{1}{\beta_0} |\varepsilon_y| \right) \quad (\text{II.19})$$

$$\alpha_0 (\sigma_{yy} - \sigma_{xx}) = A \left(\frac{1}{\beta_0} \right)^{m+n} \varepsilon_y^n \dot{\varepsilon}_y^m \quad (\text{II.20})$$

En plasticité associée $\alpha_0 = \beta_0$ et on obtient

Cas isotrope complet

$$\alpha_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (\text{II.21})$$

En reportant (l'équation II.21) dans la contrainte équivalente de Von-Mises (l'équation II.17) le critère de plasticité permet d'écrire :

$$\bar{\sigma} = \frac{\sqrt{3}}{2} |\sigma_{yy} - \sigma_{xx}| \quad (\text{II.22})$$

Cas isotrope transverse

$$\alpha_0 = \sqrt{\frac{2+r}{2(1+r)}} \quad (\text{II.23})$$

Cas orthotrope

$$\alpha_0 = \sqrt{\frac{1+r_1+r_2}{(1+r_1)(1+r_2)}} \quad (\text{II.24})$$

Cas orthotrope non quadratique

$$\alpha_0 = \sqrt[m]{\frac{1+r_1+r_2}{(1+r_1)(1+r_2)}} \quad (\text{II.25})$$

Cas de la plasticité non associée non quadratique

$$\beta_0 = \sqrt[m]{\frac{1+\bar{r}_1+\bar{r}_2}{(1+\bar{r}_1)(1+\bar{r}_2)}} \quad (\text{II.26})$$

2.3.4.2 Modèle de comportement

Un modèle de comportement, par définition, établit une corrélation entre une grandeur statique et une grandeur cinématique. Il permet de traduire les phénomènes microscopiques ou métallurgiques en des termes phénoménologiques. Dans le contexte de la mécanique des milieux continus (MMC), ce modèle se manifeste par une relation établie entre les contraintes et les déformations $\sigma_{ij} \leftrightarrow \varepsilon_{ij}$, voire entre les contraintes et les vitesses de déformation $\sigma_{ij} \leftrightarrow \dot{\varepsilon}_{ij}$.

(L'équation II.17) exprime la contrainte équivalente de *Von-Mises* en fonction de la contrainte longitudinale et normal $(\sigma_{xx}, \sigma_{yy})$, en posant $\bar{\sigma} = \sigma_s$ avec σ_s représente la contrainte d'écoulement du matériau lors de sa mise en forme.

2.3.4.3 Modèles de frottement

La résolution de (l'équation II.11) requiert non seulement l'utilisation d'une loi de comportement, mais aussi l'introduction d'une loi de frottement. Dans ce qui suit, nous exposons les modèles de frottement les plus couramment utilisés dans la méthode des tranches, les classant en trois grandes catégories :

Plastique : également appelés modèles secs, incluent des formulations telles que la transcription surfacique du modèle rhéologique de *Coulomb* ou la loi de *Tresca*, qui découle directement des lois de plasticité de *Von-Mises* et de *Tresca*.

a) LOI DE COULOMB

Il s'agit de la représentation surfacique du modèle rhéologique de *Coulomb*, se distinguant par l'intégration de la contrainte normale [19].

$$\begin{cases} \text{Si } \tau < \mu\sigma_n \rightarrow v_g = 0 \\ \text{Si } \tau = \mu\sigma_n \rightarrow \exists \lambda \text{ tel que } v_g = -\lambda\tau \\ \tau > \mu\sigma_n : \text{impossible} \end{cases} \quad (\text{II.27})$$

Le coefficient μ intervient pour prendre en compte l'influence des paramètres cachés dans cette loi. Lors de l'application de cette formulation, deux options sont envisageables :

$$\tau = \mu\sigma_n ; \tau = \min \left\{ \mu\sigma_n, \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \right\}.$$

Nous privilégions la seconde option pour sa flexibilité en modélisation numérique, en intégrant la vitesse de glissement dans la formulation adoptée.

$$\tau = -\min \left\{ \mu \sigma_n, \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \right\} \frac{\bar{v}_g}{|\bar{v}_g|} \quad (\text{II.28})$$

b) LOI DE TRESCA:

Cette loi découle directement des principes fondamentaux de plasticité de *Tresca* et de *Von-Misés*. [57].

$$\tau = -m \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \frac{\bar{v}_g}{|\bar{v}_g|}, \quad 0 \leq \bar{m} \leq 0.85 \quad (\text{II.29})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Si } \tau = 0 \rightarrow v_g = 0 \\ \text{Si } \tau = \mp m \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \rightarrow \exists \lambda \text{ tel que } v_g = -\lambda \tau \\ \tau > m \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \text{ impossible} \end{array} \right.$$

L'élément radical partagé par ces deux lois précédentes réside dans leur dérivation à partir de critères de plasticité, intégrant ainsi les concepts de seuil et de critère, caractéristiques des lois de type plastique. Afin d'éviter la notion de domaine interdit ($\tau > \tau_c$), nous transitionnons vers les lois viscoplastiques.

Viscoplastique : En se basant sur les lois de comportement viscoplastiques qui suppriment la notion de domaine interdit (la contrainte augmente avec la vitesse de déformation), une équivalence a été établie en termes de comportement de surface. Cela a conduit à la création d'une loi de frottement viscoplastique [19,61]. La loi viscoplastique la plus couramment utilisée en mise en forme est la loi de *Norton-Hoff*.

a) loi de Norton-Hoff :

La formulation de la loi de *Norton-Hoff* s'appuie sur une analogie élaborée avec la loi puissance de fluage. Cette approche repose sur une compréhension des mécanismes de fluage et vise à établir une correspondance entre ces deux lois. En effet, la loi de puissance de fluage est couramment utilisée pour caractériser le comportement à long terme des matériaux soumis à des charges constantes à des températures élevées.

$$\tau = -\alpha v_g^p \quad (\text{II.30})$$

Une forme spécifique de cette loi émerge de sa linéarisation, connue sous le nom de cas visqueux newtonien, qui se présente sous la forme :

$$\tau = \tau_c \left(\frac{v_g}{v_r} \right)^p \quad (\text{II.31})$$

Où v_r est la vitesse de référence. Pour le cas du laminage, qui égale à la vitesse des cylindres de laminage. τ_c Représente le frottement sec est calculée par la loi de *Coulomb* ou de *Tresca*.

μ, α et p dépendent des paramètres cachés tels que la température, la rugosité, les lubrifiants [19].

Plastiques Régularisé : Les lois de frottement plastiques ou secs, telles que celles de *Coulomb* et de *Tresca*, entraînent une discontinuité au point neutre. Pour surmonter cette difficulté, on remplace la relation $\tau(v_g)$ par une fonction continue et régulière. Cela permet d'obtenir une fonction qui est continue et dérivable en tous points. Il est important de noter que cette approche est principalement numérique et ne repose pas sur des principes physiques, contrairement aux lois viscoplastiques. Dans la littérature, plusieurs propositions de régularisation sont présentées [19] les plus utilisés sont la proposition de *Kobayashi* et de *Gratacos* [64,65]. La *figure II.4* illustre une comparaison entre le modèle de frottement plastique et régularisé.

a) *régularisation de Kobayashi :*

$$\tau = \tau_c \arctg\left(\frac{v_g}{\gamma_0}\right) \quad (\text{II.32})$$

γ_0 Est une constante physique établie par des méthodes expérimentales

b) *Régularisation de Gratacos:*

$$\tau = \tau_c \frac{v_g}{\sqrt{v_g^2 + \gamma_0^2}} \frac{\sigma_n}{\sqrt{\sigma_n^2 + \gamma_0^2}} \quad (\text{II.33})$$

Où $\gamma_0' \rightarrow 1$ si $\sigma_n \gg \gamma_0'$, Ce modèle représente une extension du modèle de *Kobayashi*, en réponse à l'observation expérimentale [19]. Cette observation conclut que, pour de faibles contraintes normales, l'influence de σ_n sur τ ne peut être négligée. $\tau_c = m \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}$.

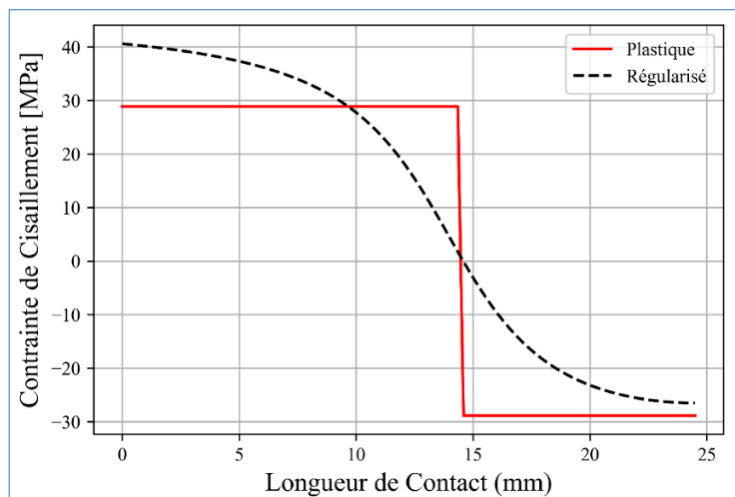


Figure II.4. Comparaisons entre le modèle de frottement sec (Coulomb) et le modèle régularisé (Kobayashi).

L'équation de frottement peut être utilisée pour prédire la force de traction nécessaire pour laminier une tôle d'acier. En connaissant les propriétés du matériau, les conditions de laminage et les paramètres cachés, il est possible de déterminer la force nécessaire pour obtenir la tôle d'épaisseur souhaitée.

2.3.5 Intégration numérique

Nous disposons d'une équation d'équilibre, d'une loi de comportement et d'une loi de frottement. Les conditions aux limites sont imposées par les contraintes inter cages, déterminées par les valeurs des contraintes longitudinales à l'entrée et à la sortie de la zone de laminage. En utilisant une méthode d'intégration numérique *d'Euler* pour résoudre (l'équation II.11), nous cherchons à obtenir la solution du problème dans un cadre monodimensionnel. Il est important de noter que ce schéma de résolution ne converge que dans le cas plastique, qu'il soit volumique ou de surface. Dès que nous nous tournons vers la viscoplasticité, la résolution ne converge plus en raison du manque de connaissance préalable des vitesses. Cela entraîne des oscillations numériques qui conduisent à des calculs imprécis du point neutre. Ainsi, [66] a proposé une approche alternative pour résoudre ce problème. Au lieu de déterminer le point neutre suite aux calculs effectués à partir de l'entrée et à la sortie de la zone de l'emprise, la technique de résolution implique la détermination du point neutre x_n à l'aide de la méthode du tir [6]. Pour une position donnée du point neutre x_n , on calcule la contrainte longitudinale en intégrant l'équation de *Karman* à partir de l'entrée, ce qui permet de déterminer sa valeur à la sortie. En ajustant la valeur de x_n , on peut faire coïncider cette valeur avec celle donnée. Sur le plan technique, l'intégration de l'équation de Karman est réalisée à l'aide de la méthode de Runge-Kutta [6,7], tandis que l'ajustement du point neutre est effectué à l'aide de la méthode de la sécante [6,8,9]. Cette approche conduit à un calcul efficace et rapide, ce qui permet de tester facilement différentes hypothèses. L'algorithme de cette méthode de calcul est présenté ci-dessous.

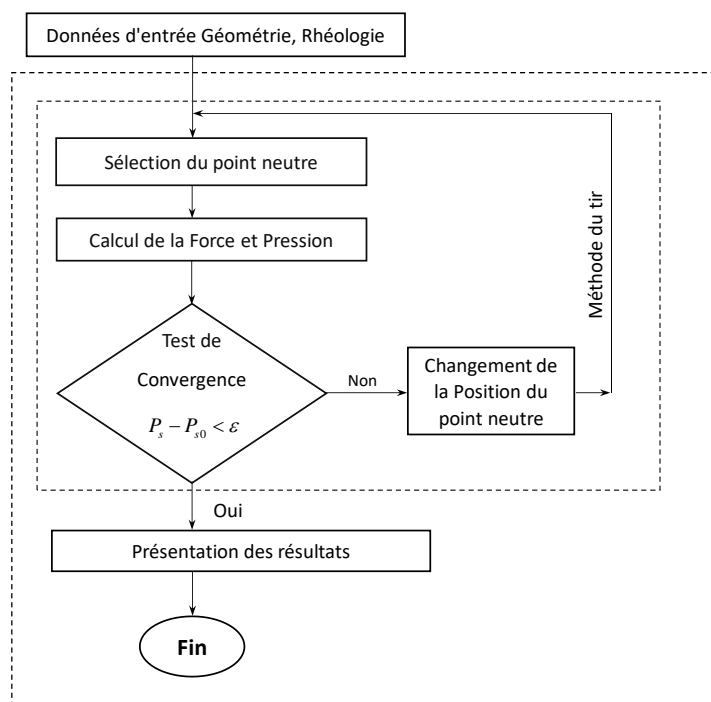


Figure II.5. Algorithme de calcul pour déterminer la position de point neutre x_n .

2.3.6 Application du modèle classique dans différents cadres de laminage

L'introduction d'un modèle de comportement permet de résoudre une partie de l'équation d'équilibre pour cela nous proposant quelque approche.

a) Cadre plastique

Cas 1 :

Matériau parfaitement plastique

$$\sigma_s = cte \quad (II.34)$$

$$\text{Donc : } \bar{\sigma} = \frac{\sqrt{3}}{2} |\sigma_{xx} - \sigma_{yy}| = \sigma_s$$

En obtient :

$$|\sigma_{xx} - \sigma_{yy}| = \frac{3}{\sqrt{2}} \sigma_s \quad (II.35)$$

Cas 2 :

Prise en compte de l'écrouissage

Dans ce cas, nous allons utiliser le modèle de *SWIFT*

Donc la contrainte équivalente s'exprime comme suit :

$$\bar{\sigma} = A \bar{\varepsilon}^n \quad (II.36)$$

A représente la consistance du matériau et n coefficient d'écrouissage.

b) Cadre viscoplastique

Cas 1 :

Le modèle le plus couramment employé pour décrire le comportement viscoplastique est le modèle de Norton-Hoff, principalement utilisé dans la mise en forme des métaux à haute température [11]. Cependant, dans le cas du laminage à chaud, l'anisotropie est généralement négligeable. Par conséquent, nous nous restreindrons au cas isotrope et recourrons aux contraintes de déformation équivalente de *Von Mises*.

La thermodynamique des processus irréversibles non linéaires stipule :

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{\partial \omega(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}} \quad \text{et} \quad \sigma_{ij} = \frac{\partial \psi(\dot{\varepsilon}_{ij})}{\partial \dot{\varepsilon}_{ij}} \quad (II.37)$$

$\omega(\sigma_{ij})$ et $\psi(\dot{\varepsilon}_{ij})$ Ce sont deux potentiels de dissipation convexes, non quadratiques, et duals l'un par rapport à l'autre.

Le modèle de *Norton-Hoff* donne :

$$\omega(\sigma_{ij}) = \frac{k}{M+1} \bar{\sigma}^{-M+1} \quad \psi(\dot{\varepsilon}_{ij}) = \frac{K}{m+1} \bar{\dot{\varepsilon}}^{-M+1} \quad \text{où } K = \frac{1}{k^m} \quad \text{et } M = \frac{1}{m}$$

$$\bar{\sigma} = K \bar{\dot{\varepsilon}}^m \quad (II.38)$$

K représente la consistance du matériau et représente la contrainte d'écoulement pour $\bar{\varepsilon} = 1$ m coefficient de sensibilité aux vitesses de déformation.

Sachant que :

$$\bar{\dot{\varepsilon}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \dot{\varepsilon}_{yy} \quad (\text{II.39})$$

Donc la contrainte équivalente s'exprime de la manière suivante :

$$\bar{\sigma} = K \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \dot{\varepsilon}_{yy} \right)^m \quad (\text{II.40})$$

Le développement donne :

$$|\sigma_{xx} - \sigma_{yy}| = K \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{m+1} \dot{\varepsilon}_{yy}^m \quad (\text{II.41})$$

On détermine par $\dot{\varepsilon}_{yy}$ la cinématique.

Nous avons dans l'axe \bar{y} la vitesse du métal égale à la vitesse du cylindre $V_{z\text{cyl}} = V_{z\text{metal}}$

$$\sin \varphi = \frac{V_y}{V_{\text{cyl}}} \Rightarrow V_y = V_{\text{cyl}} \sin \varphi \quad (\text{II.42})$$

$$V_{\text{cyl}} = \omega R \Rightarrow V_y = \omega R \sin \varphi \quad (\text{II.43})$$

Comme :

$$\dot{\varepsilon}_{yy} = \frac{V_y}{h} = \frac{\omega R \sin \varphi}{h} \quad (\text{II.44})$$

Donc la vitesse de déformation équivalente :

$$\bar{\dot{\varepsilon}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\omega R \sin \varphi}{h} \quad (\text{II.45})$$

Cas 2 :

La prise en compte de l'écrouissage a permis de formuler (l'équation II.38) de la manière suivante :

$$\bar{\sigma} = K \bar{\dot{\varepsilon}}^m \bar{\varepsilon}^n \quad (\text{II.46})$$

Avec :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}} \varepsilon_{yy} = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(-\ln \frac{h_x}{h_0} \right); \quad \bar{\dot{\varepsilon}} = \frac{2}{\sqrt{3}} |\dot{\varepsilon}_{yy}| \quad (\text{II.47})$$

Cas 3 :

Il existe aussi un modèle thermomécanique, ce qui signifie qu'il prendra explicitement en compte l'énergie d'activation et la température de laminage [67,68], tout en considérant éventuellement l'érouissage. Le modèle est donné par :

$$\bar{\sigma} = K \bar{\dot{\epsilon}}^m \bar{\epsilon}^n \exp\left(\frac{mQ}{RT^\circ}\right) \quad (\text{II.48})$$

Avec :

Q : Energie d'activation apparente (j / mol).

R_G : Constante des gaz parfaits ($R = 8.31 j / mol$).

T° : Température de laminage (K°).

En appliquant la loi de *Norton-Hoof* dans le cas du laminage on peut formuler la loi de comportement comme suit :

$$\frac{\sqrt{3}}{2}(\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) = A \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{m+n} \dot{\epsilon}_{yy}^m \epsilon_{yy}^n \exp\left(\frac{mQ}{R_G T^\circ}\right) \quad (\text{II.49})$$

2.3.6.1. Identification de la loi de comportement viscoplastique

Comme mentionné précédemment, la loi de comportement que nous utilisons dans ce cas (*équation II.49*) et que nous allons intégrer dans notre code de calcul. Son identification nécessite donc de déterminer les coefficients m, n, Q en se basant sur des essais de compression à chaud, où les conditions de lubrification à l'interface entre l'échantillon et la presse ont permis d'obtenir des essais uniformes où la déformation peut atteindre l'unité. [68] a identifié les paramètres rhéologiques, notamment le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation m , le coefficient d'érouissage n et l'énergie d'activation Q , à différentes températures pour un acier industrielle *CIIB* brute de laminage (B.L).

$$n = \left(\frac{\partial \ln \sigma}{\partial \ln \epsilon}\right)_{T, \dot{\epsilon}} \quad (\text{II.50})$$

$$m = \left(\frac{\partial \ln \sigma}{\partial \ln \dot{\epsilon}}\right)_{T, \epsilon} \quad (\text{II.51})$$

$$Q = \frac{R_G}{m} \frac{\partial \ln \epsilon}{\partial \ln \left(\frac{1}{T}\right)} \bigg|_{\sigma} \quad (\text{II.52})$$

Les résultats obtenus à partir de l'acier *CIIB* ont permis de formuler la loi de *Norton-Hoof* sans prendre en compte l'érouissage, comme suit :

$$\frac{\sqrt{3}}{2}(\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) = 71.49 \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{0.128} \dot{\epsilon}_{yy}^{0.128} \exp\left(\frac{0.128}{8.3} \frac{86}{1073} \right) \quad (\text{II.53})$$

Avec :

$$\dot{\epsilon}_{yy} = \frac{\partial v_y}{\partial y} = -\frac{\partial v_x}{\partial x} = -\frac{4R^2 x h_{neutre}}{(2Rh_0 - x)^2} \Omega \quad (\text{II.54})$$

2.3.7 Résultats

Dans la suite de ce chapitre, nous allons confronter le modèle classique avec celui employé au sein du laminoir à chaud du complexe sidérurgique « SIDER ». Nous procéderons à une analyse des résultats obtenus par le modèle classique, évaluant ainsi ses performances et la précision de ses prédictions.

a) Données d'entrée

Dans ce cadre, nous adoptons un modèle purement mécanique. Nous disposons d'un fichier contenant l'ensemble des données relatives au laminage de l'acier C11B sur le train finisseur à chaud. Ce fichier inclut également les grandeurs mesurées pendant du processus de laminage pour les 6 cages, notamment l'effort et couple de laminage. La figure suivante présente les données et les mesures extraites du complexe sidérurgique « SIDER ».

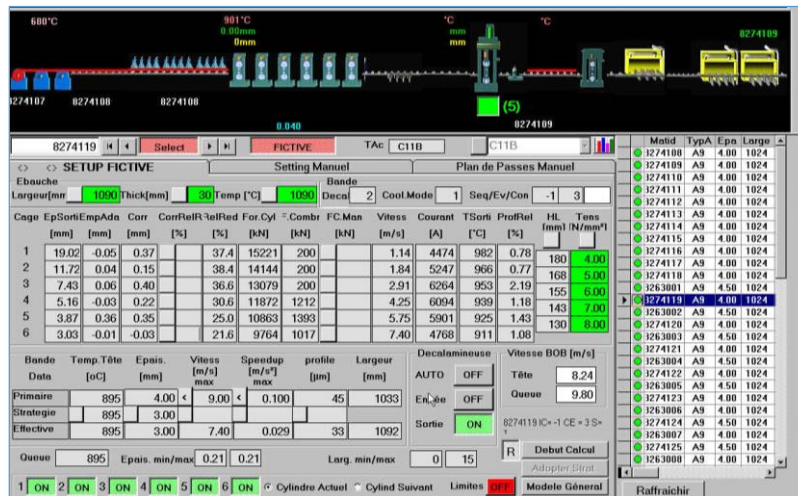


Figure II.6. Données de laminage tirées du site « SIDER ».

La loi de comportement utilisé dans nos calculs est celle donnée par la viscoplasticité (équation II.49)

Loi de frottement de Coulomb : $\tau_c = -\min \left\{ \mu p, \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \right\} \frac{\vec{v}_g}{|\vec{v}_g|}$

Avec le coefficient de frottement $\mu = 0.2$

Tableau II.1. Comparaisons entre le modèle classique (C.M) et le modèle utilisé par « SIDER ».

N°	Réduction %	C.M		Données du Site		Erreur relative	
		Force KN	Couple KN.m	Force KN	Couple KN.m	Force %	Couple %
1	37.4	15434.05	807.69	15221	1037	1.40	22.11
2	38.4	15347	568.27	14144	721	8.51	21.18
3	36.6	14023.07	248.04	13079	362	7.22	31.48
4	30.6	11906.11	164.53	11872	264	0.29	37.67
5	25	9170.74	110.21	10863	190	15.58	41.99
6	21	7808.26	49.97	9764	115	20.03	56.54

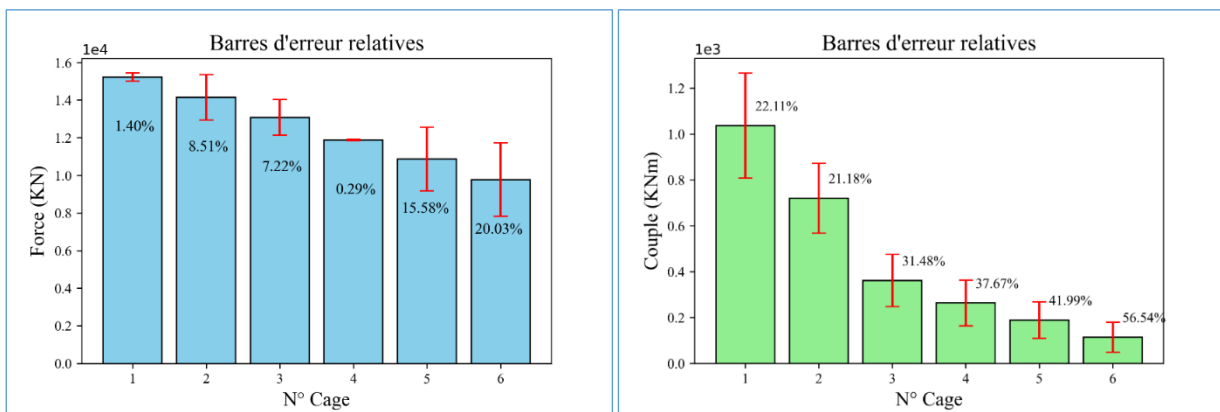


Figure II.7. Erreur relatives des grandeurs physique entre le modèle classique et le modèle utilisé sur site a) Effort de laminage b) couple de laminage.

Commentaires

Les figures II. 7.a et b exposent respectivement l'erreur relative associée à l'effort et au couple de laminage. Dans la figure II.7.a, les valeurs dépeignent les disparités entre les données relevées sur site et les résultats issus du modèle de calcul pour chacune des six cages. Une erreur relative minimale, à l'instar de celle à 0.29%, évoque une convergence étroite entre les données expérimentales et les prédictions du modèle, soulignant une grande précision. En contraste, des erreurs relatives plus élevées, comme celles de 15.58% et 20.03%, pointent vers des divergences plus notables.

Quant à la figure II.7.b, elle expose l'erreur relative liée au couple de laminage pour chacune des six cages. Les valeurs, fluctuant de 22.11% à 56.54%, témoignent des écarts entre les données du site et les résultats du modèle de calcul. Une erreur relative moindre, telle que celle de 22.11%, suggère une correspondance plus étroite, tandis que des erreurs relatives plus élevées, comme celles de 41.99% et 56.54%, révèlent des discordances plus significatives. Ces résultats soulignent les domaines où le modèle pourrait nécessiter des ajustements et des améliorations.

b) Données de sortie du modèle

Les grandeurs mécaniques à déterminer à l'aide du modèle classique de laminage peuvent être variées : les champs de vitesse et de déformation, le glissement, les contraintes dans la bande, ainsi que les grandeurs globales telles que la force et le couple de laminage. Ces variables revêtent une importance particulière, notamment dans le laminage à chaud, pour anticiper des phénomènes tels que la

restauration, la recristallisation, la croissance des grains, et les changements de phases, en particulier dans le cas des aciers.

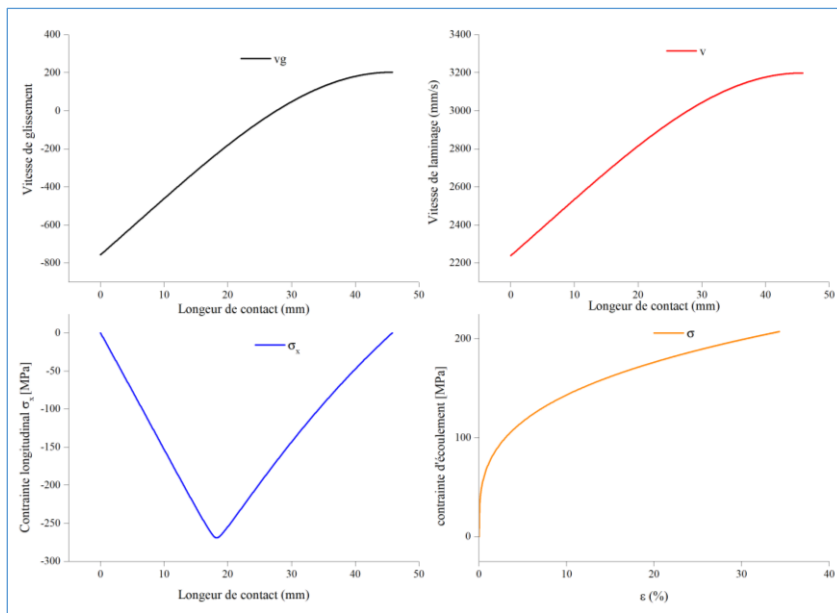


Figure II.8. Paramètres de sortie du modèle classique (vitesse de glissement, vitesse de laminage, contrainte longitudinal et contrainte d'écoulement).

La figure II.9 illustre les contraintes de contact. L'analyse de ces contraintes de contact, notamment les pressions et le frottement, a été effectuée par la méthode des tranches, en se référant aux données industrielles du laminoir à chaud comportant les six cages. Cette approche vise à modéliser les interactions entre la bande et les cylindres de laminage, en tenant compte des variations de pression et de frottement le long de la zone de laminage.

L'analyse des résultats obtenus offre une compréhension des distributions de contraintes au sein des différentes cages du laminoir.

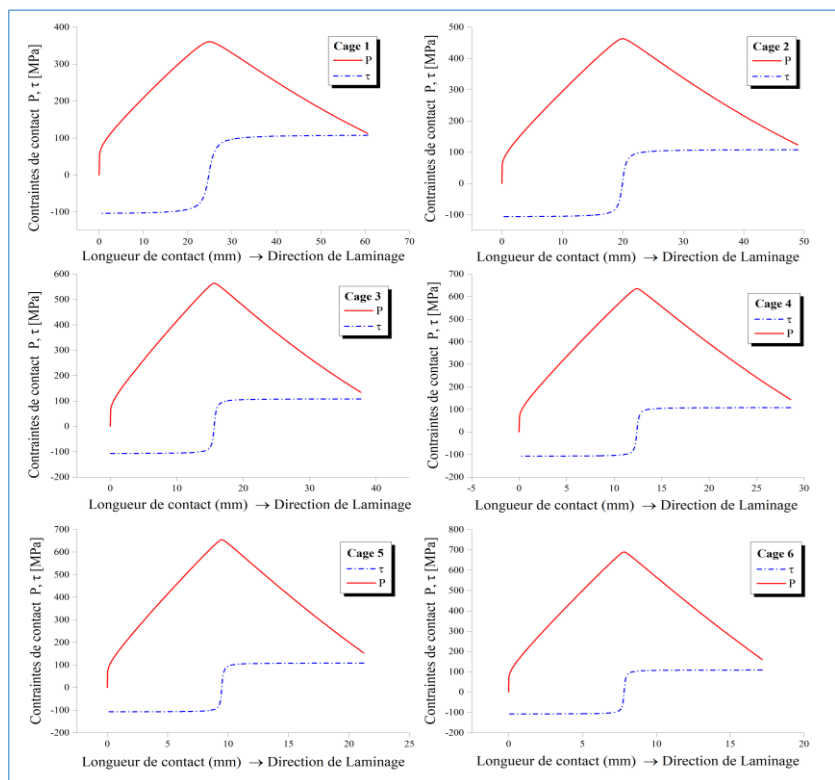


Figure II.9. Contraintes de contact des 6 cages du laminoir finisseur.

Ces informations sont importantes pour évaluer la performance du modèle classique, anticiper les zones critiques soumises à des contraintes élevées, la position du point neutre, les conditions au limites, le comportement du matériau lors de la mise en forme.

2.3.7.1 Exploration des influences variables sur le comportement du matériau dans le processus de laminage.

Le processus de laminage, est un domaine complexe où divers paramètres interagissent pour influencer le comportement du matériau ainsi que la qualité du produit final. Nous avons consacré une étude et analyse paramétrique, visant à examiner de près les multiples variables qui entrent en jeu lors du laminage à chaud, tout en mettant l'accent sur leur impact sur le matériau.

A travers cette analyse, nous cherchons à dévoiler les subtilités souvent négligées mais importantes qui peuvent affecter la qualité et les propriétés du produit final. En explorant ces influences variables, l'objectif est de fournir des informations précieuses sur la manière dont des ajustements spécifiques peuvent être apportés pour répondre aux exigences industrielles en termes de qualité du produit fini. Ce processus vise à améliorer la performance du modèle classique.

a) Analyse des paramètres rhéologiques du matériau

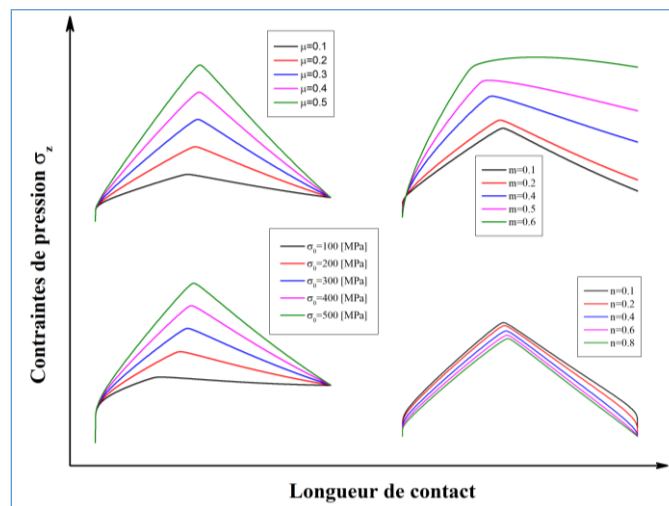


Figure II.10. Influence de différents paramètres rhéologiques sur les contraintes de pressions.

L'observation de la figure II.10 confirme l'influence majeure du coefficient de frottement et de la sensibilité aux vitesses de déformation sur la pression de laminage. La précision de l'identification de ces deux coefficients est capitale pour une compréhension fine et précise des mécanismes en jeu dans le processus.

Le coefficient de frottement représente la résistance au glissement entre les surfaces en contact. Sa valeur affecte directement la force nécessaire pour déformer le matériau et, par conséquent, la pression de laminage.

Le coefficient de sensibilité aux vitesses de déformation caractérise la variation de la résistance du matériau à la déformation en fonction de la vitesse appliquée. Ce paramètre joue un rôle crucial dans la détermination de la pression de laminage, car il influence la force nécessaire pour déformer le matériau à un rythme donné. Une quantification précise de cette sensibilité permet de mieux appréhender le comportement du matériau et d'ajuster les paramètres du processus en conséquence.

L'analyse révèle également que la contrainte d'écoulement du matériau influence le champ de pression et la position du point neutre. En revanche, l'influence du coefficient d'écrouissage s'avère négligeable dans le cas du laminage à chaud avec un comportement viscoplastique du matériau laminé.

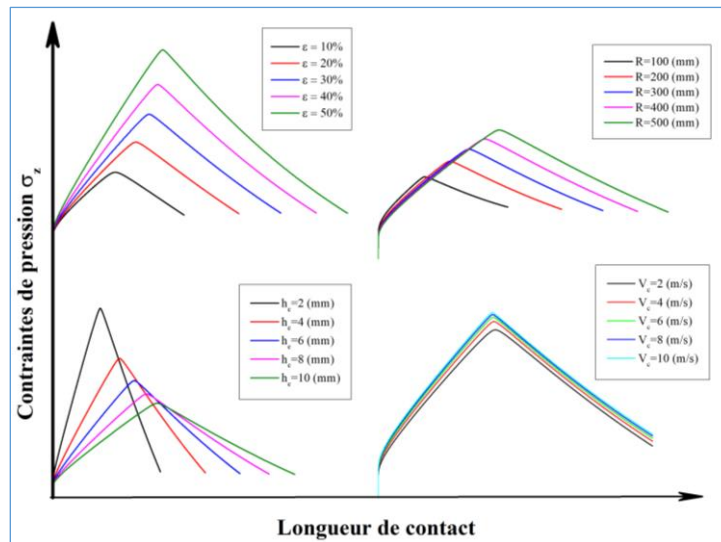


Figure II.11. Influence de différents paramètres géométriques sur la partition des pressions.

b) Analyse des paramètres du processus de laminage

La figure II.11 présente une analyse des distributions de pression de laminage dans le foyer de déformation, en s'attardant sur l'impact des paramètres géométriques clés : la déformation, la vitesse de laminage, le rayon du cylindre et l'épaisseur initiale.

L'augmentation de la déformation de 10% à 50% se traduit par une augmentation significative de la pression de laminage. Ce phénomène est attribué à l'effet d'écroutissage prononcé de la bande, qui accroît sa résistance à la déformation et nécessite une force plus importante pour la laminier.

La variation du rayon du cylindre de travail a également un impact notable sur la pression de laminage. Un cylindre de plus grand rayon engendre une pression plus élevée, car il génère une contrainte de compression plus importante sur la bande.

Contrairement aux deux paramètres précédents, la vitesse de laminage, dans la plage étudiée (2 m/s à 10 m/s), n'a pas d'influence significative sur la pression de laminage. Cette observation est cohérente avec l'équation du modèle classique décrivant les champs de contraintes de pression, qui ne prend pas en compte la vitesse de laminage.

Il est important de noter que l'épaisseur affecte la résistance du matériau à la déformation et, par conséquent, la pression de laminage. Une bande plus épaisse nécessitera généralement une pression plus élevée pour être laminée.

2.4 Méthode de la borne supérieure MBS

Dans la démarche méthodologique de la borne supérieure, les équations d'équilibre sont expressément formulées selon la version faible du principe des puissances virtuelles. Soit v désignant les champs de vitesse réels et \bar{T} représentant les contraintes externes appliquées. Considérons v^* comme un champ de vitesse virtuel, admissible cinématiquement, satisfaisant rigoureusement les conditions aux limites, et plastiquement admissible, signifiant qu'il demeure incompressible. Le théorème de la borne supérieure, inhérent à cette approche, énonce que la puissance dissipée par le champ de vitesse réel est systématiquement inférieure à celle dissipée par le champ virtuel. Cette énonciation, intrinsèquement liée à la méthodologie adoptée, constitue une formalisation rigoureuse qui sous-tend le caractère admissible et optimal du champ de vitesse considéré dans le cadre de l'analyse. Soit

$$\int_{d\Omega} \bar{T} v^* ds \geq \int_{d\Omega} \bar{T} v ds \quad (\text{II.55})$$

Dans le cas du laminage, la puissance des efforts extérieurs liés au champ de vitesse réel s'équivaut à

$$\int_{d\Omega} \bar{T} v ds = \dot{W}_{ext} = C\omega + F_2 v_2 - F_1 v_1 \quad (\text{II.56})$$

Où C est le couple appliqué au cylindre, F_1, F_2 les forces appliquées sur la bande en entrée et sortie d'emprise. La puissance interne dissipé sous forme de déformation plastique par le champ des vitesse virtuel est égale a

$$\int_{d\Omega} \bar{T} v^* ds = \dot{W}_{int} = \int_{\Omega} \sigma_0 \cdot \bar{\varepsilon} dv + \int_{S_d} \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} v_t^* ds + \int_{d\Omega_c} \frac{m\sigma_0}{\sqrt{3}} v_s^* ds \quad (\text{II.57})$$

Dans l'équation précédemment mentionnée, S_d représente la surface de discontinuité des vitesses tangentielles virtuelles v_t^* , tandis que $d\Omega_c$ symbolise la surface de contact entre la bande et le cylindre, en supposant une hypothèse de frottement de Tresca à l'interface ($|\tau| = \bar{m}\sigma_0/\sqrt{3}$). Lorsqu'aucune traction n'est présente, la méthode de la borne supérieure se révèle être un outil précieux pour calculer une borne supérieure du couple réel

$$C^* = \frac{\dot{W}_{int}}{\omega} \quad (\text{II.58})$$

2.5 Méthode des éléments finis (MEF)

La méthode des éléments finis (MEF) constitue un outil essentiel pour la modélisation du laminage des tôles, offrant une précision prédictive remarquable dans l'analyse de la déformation plastique des métaux. Son application, validée par de multiples corrélations expérimentales, permet une compréhension approfondie des comportements structurels sous diverses conditions, bien que des limites potentielles soient à considérer.

2.5.1 Principe de la méthode

La méthode des éléments finis repose sur la discrétisation d'un domaine continu en un maillage composé d'éléments géométriques interconnectés par des nœuds. Chaque élément, caractérisé par des propriétés matérielles et géométriques spécifiques, permet une modélisation approchée mais précise de la structure. L'affinement du maillage accroît la précision des simulations, bien qu'il en complexifie le calcul. Les équations régissant la mécanique des milieux continus sont résolues numériquement pour chaque élément, puis assemblées pour restituer le comportement global de la structure, assurant ainsi une analyse fiable des phénomènes complexes. [69]

2.5.2 Etapes de calcul

Des simulations bidimensionnelles de laminage ont été réalisées sur le cuivre et l'aluminium, à différentes températures et taux de réduction, pour étudier leur comportement sous contraintes. Cette approche permet de comparer la méthode des éléments finis à des modèles analytiques et à la méthode

des tranches. En supposant le cylindre de travail indéformable et en considérant des déformations planes, la complexité et le temps de calcul sont réduits. La symétrie du processus autorise l'analyse d'une seule moitié de la tôle, optimisant ainsi l'efficacité de la simulation.

2.5.2.1 Modélisation numérique du laminage

a) Modélisation géométrique:

Paramètres géométriques: Définition de la géométrie du modèle, incluant les dimensions du matériau (longueur, largeur, épaisseur initiale) et du cylindre (diamètre, longueur), ainsi que des paramètres liés à la zone de déformation.

Maillage: Création d'un maillage isotrope de taille uniforme dans les deux directions (transversale et longitudinale) pour garantir une précision optimale dans les calculs. La taille du maillage peut être adaptée en fonction de la complexité de la géométrie et du niveau de précision requis.

b) Définition des matériaux:

Propriétés mécaniques: Attribution des propriétés des matériaux laminés (aluminium et cuivre) à chaque élément du maillage. Cela inclut le module d'élasticité, le coefficient de Poisson (fixé à 0,3 pour les métaux usuels), la limite élastique, la contrainte d'écoulement et d'autres paramètres appropriés au comportement plastique du matériau.

Caractérisation du comportement plastique: Le choix du modèle de comportement plastique dépend du matériau et du type de laminage. Des modèles comme le modèle de Von-Mises ou le modèle de Drucker-Prager peuvent être utilisés pour capturer le comportement du matériau.

c) Conditions aux limites:

Fixation des cylindres: Encastrement des extrémités des cylindres de laminage pour simuler leur fixation rigide au bâti du laminoir.

Support de la zone de déformation: Application de conditions de support sur la zone de déformation pour empêcher le mouvement du matériau dans les directions non désirées.

Chargement : Application des forces et des moments sur les cylindres de laminage pour simuler l'action du laminoir. La vitesse initiale de laminage peut également être définie pour simuler le mouvement des cylindres.

d) Simulation du processus de laminage:

Modèles de contact: Définition de modèles de contact précis pour simuler l'interaction entre les cylindres de laminage et le matériau. Le choix du modèle dépend du type de contact et des conditions de frottement.

Une condition de frontière de contact régissant l'interaction mécanique entre la bande et le cylindre a été imposée le long de l'interface bande/cylindre. Le frottement dans la zone de contact est proportionnel à la force normale, comme le démontre l'équation suivante :

$$\tau_r = \mu P \quad (\text{II.59})$$

Où τ_r représente la contrainte de cisaillement critique, μ est le coefficient de frottement, et P est la pression de contact. Un coefficient de frottement de l'ordre de 0.2 est utilisé. Dans le modèle de

frottement de Coulomb, deux surfaces en contact peuvent supporter des contraintes de cisaillement jusqu'à une certaine magnitude τ_r , à travers leur interface avant de commencer à glisser l'une par rapport à l'autre. Cet état est connu sous le nom de maintien en place. Une fois que la contrainte de cisaillement équivalente dépasse le contact et les surfaces cibles glisseront l'une par rapport à l'autre. Cet état est connu sous le nom de glissement. Les calculs de maintien en place le glissement déterminent quand un point passe du maintien en place au glissement, ou vice versa. La symétrie de déformation dans la bande est maintenue grâce à une condition aux limites de déplacement nul dans la direction de l'épaisseur le long de l'axe central de la bande. Cela permet de réduire la complexité géométrique et le temps de calcul. La vitesse de laminage est introduite dans le modèle en appliquant une vitesse de rotation à un nœud pilote situé au centre du cylindre.

Résolution des équations: Les équations régissant le comportement du matériau et les interactions physiques sont résolues numériquement à l'aide d'un logiciel de simulation par éléments finis.

2.5.3 Résultats

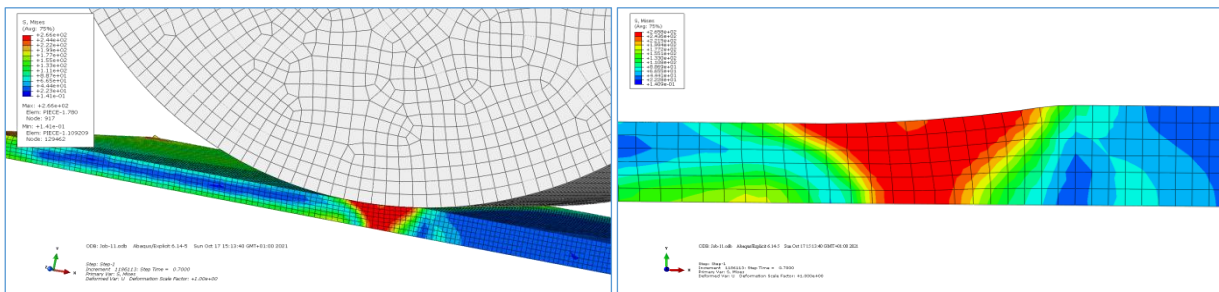
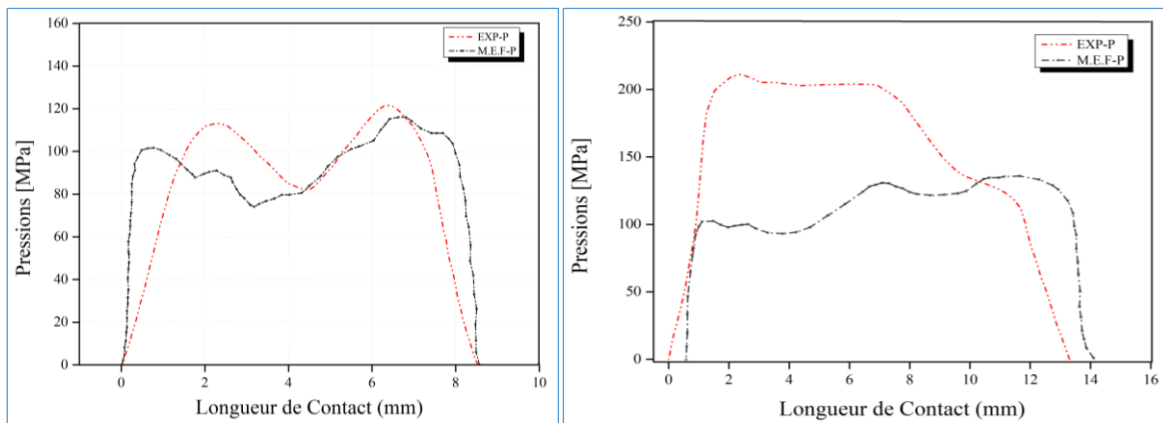


Figure II.12. Foyer de déformation en (MEF).



a)

b)

Figure II.13. Évolution des contraintes de pressions prédites par la méthode des éléments finis et les capteurs expérimentaux.

Remarque :

La méthode des éléments finis se présente comme une approche universelle adaptable aussi bien au laminage de produits épais que fines. Cette méthode se révèle particulièrement efficace pour reproduire les résultats expérimentaux tels que obtenus par [21]. En effet, ils ont mesuré les distributions de pression sur la surface à l'aide d'une aiguille instrumentée affleurant la face du cylindre pour plus de détail sur la méthode voire (Chapitre. I). Ils ont observé, pour certaines passes, une distribution de contrainte normale présentant deux pics de pression. Ces situations correspondent à des

géométries épaisses où la déformation est très hétérogène dans l'épaisseur de la bande. Dans de tels cas, l'approximation réalisée par la méthode des tranches n'est plus valide. Seule une formulation basée sur la méthode des éléments finis appliquée à la bande permet de refléter de manière réaliste le champ de vitesses.

2.6 Méthode hydrodynamique

Si Li et al [47] ont proposé un modèle simplifié pour prédire dans la zone de déformation la variation du champ des contraintes dans le processus de laminage des bandes mince, afin de simuler avec minutie les dynamiques complexes propres au processus de laminage des bandes. Le modèle hydrodynamique (H.M) computationnel avancé intègre une hypothèse déterminante, à savoir que pendant la phase de laminage à haute température le matériau laminé manifeste un comportement pseudo-fluidique similaire à celui d'un fluide visqueux. Donc le matériau obéit aux lois fondamentales de la mécanique des fluides. Pour résoudre le problème de la dynamique des fluides et l'écoulement des matériaux Le modèle hydrodynamique utilise l'équation de Navier-Stokes [69] est l'une des équations les plus essentielles en mécanique des fluides. Elle décrit le comportement des fluides en mouvement en termes de leur vitesse, de leur pression et de leur densité.

2.6.1. Equation de Navier-Stokes

L'équation de Navier-Stokes est une équation vectorielle aux dérivées partielles qui relie les variations temporelles et spatiales de la vitesse, la pression et la densité d'un fluide. Elle tient compte des forces de viscosité qui influencent les écoulements fluides et permet de prédire les caractéristiques de l'écoulement. Cette équation énonce que la somme des forces qui agissent sur un élément de fluide est égale à sa variation de quantité de mouvement dans le temps. Elle est dérivée à partir des deux lois primordiales de la physique : la loi de conservation de la masse et la loi de conservation de la quantité de mouvement.

a) L'équation de conservation de la masse stipule que la quantité de fluide à l'intérieur d'un volume donné reste constante au fil du temps, ce qui se traduit par une équation de continuité reliant les variations de la densité et de la vitesse du fluide.

b) La loi de conservation de la quantité de mouvement exprime que la somme des forces appliquées à un élément de fluide est égale à sa masse multipliée par l'accélération qu'il subit. Cette loi se décline en 3 équations vectorielles, une pour chaque composante de la vitesse (u, v, w) dans les directions x, y et z respectivement. Ces équations décrivent les variations temporelles et spatiales de la vitesse, de la pression et des forces visqueuses agissant sur le fluide.

En combinant la conservation de la masse et la conservation de la quantité de mouvement, l'équation de Navier-Stokes permet de modéliser de manière complète les écoulements du matériau dans la zone de déformation, en prenant en compte à la fois les effets convectifs, de pression et de viscosité.

La forme générale de l'équation de Navier-Stokes peut être exprimée comme suit :

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \nabla V = -\left(\frac{1}{\rho}\right) \nabla P + \nu \nabla^2 V \quad (\text{II.60})$$

V Représente le champ de vitesse du fluide, qui est une fonction vectorielle dépendant des coordonnées spatiales (x, y, z) et du temps t . Le vecteur vitesse $V(x, y, z, t)$ est défini en termes de ses

composantes dans chaque direction : $V = (u, v, w)$. P Est la pression du fluide, qui est une fonction scalaire dépendant des coordonnées spatiales (x, y, z) et du temps t . ρ Est la densité du fluide. ν Est la viscosité cinématique, elle est définie comme la viscosité dynamique divisée par la densité du fluide : $\nu = \eta / \rho$, où η est la viscosité dynamique. ∇ Est un opérateur vectoriel utilisé pour représenter les dérivées partielles spatiales. Il est défini comme $\nabla = (\partial / \partial x, \partial / \partial y, \partial / \partial z)$.

2.6.2. Le nombre de Reynolds

Pour caractériser le régime d'écoulement des matériaux dans le foyer de déformation, nous avons procédé au calcul du nombre de *Reynolds* [70], un paramètre adimensionnel qui permet de déterminer le type d'écoulement, qu'il soit laminaire, turbulent ou en transition. Un nombre de *Reynolds* faible indique que les forces visqueuses sont prédominantes, entraînant un écoulement laminaire et régulier. En revanche, un nombre de Reynolds élevé indique que les forces d'inertie sont dominantes, conduisant à un écoulement tendant vers le turbulent. Le nombre de *Reynolds* est en fonction de la densité et la viscosité du matériau ρ, η respectivement, la vitesse de laminage V , hauteur de la bande h .

$$Re = \frac{(\rho h V)}{\eta} \quad (II.61)$$

Dans la suite de ce chapitre, nous avons modéliser le processus de laminage à chaud de l'aluminium (AL 1100-H14) en utilisant la méthode hydrodynamique. C'est un aluminium commercial, la désignation (1100-H14) fait référence à un alliage d'aluminium de la série 1100, qui a subi un traitement thermique de type H14 pour améliorer ses propriétés mécaniques tout en conservant une certaine malléabilité. Ce type d'alliage est fréquemment employé dans des applications où la formabilité et la résistance à la corrosion sont des caractéristiques essentielles.

Tableau II.2. Composition chimique du matériau (% en poids).

Mn	Si	Zn	Cu	Al
0.05	1.0	0.1	0.05	Reste

Pour caractériser le régime d'écoulement de notre matériau, nous avons calculé le nombre de Reynolds pour différentes températures et paramètres de laminage disponibles dans la littérature.

La valeur faible du nombre de *Reynolds* pour chaque cas de température de laminage a indiqué que nous avons un écoulement du matériau dans la zone de déformation principalement laminaire. Noter aussi que nous avons un débit massique du matériau constant. Donc nous avons un matériau visqueux incompressible et qui présent un écoulement laminaire suivant le sens de laminage.

2.6.3. Modélisation Hydrodynamique

En dérivant les équations de pression pour le laminage des matériaux visqueux à partir de l'équation de Navier-Stokes, en négligeant les effets d'inertie et de gravité tout en supposant l'incompressibilité du film, les équations de *Navier-Stokes* pour un liquide newtonien en coordonnées tridimensionnelles peuvent être exprimées de la manière suivante.

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x} = \eta \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) + 2 \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial \eta}{\partial z} \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial p}{\partial y} = \eta \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right) + 2 \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial \eta}{\partial z} \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial p}{\partial z} = \eta \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) + 2 \frac{\partial \eta}{\partial z} \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial \eta}{\partial y} \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) \end{cases} \quad (\text{II.62})$$

En nous restreignant au cas bidimensionnel et en supposant une viscosité constante et indépendante des pressions, les équations de *Navier-Stokes* se simplifient comme suit :

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x} = \eta \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \right) \\ \frac{\partial p}{\partial y} = \eta \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} \right) \end{cases} \quad (\text{II.63})$$

Étant donné que la largeur est significativement supérieure à l'épaisseur ($b \gg h$), cela nous permet de constater que nous avons une déformation plane donc l'équation de *Navier-Stokes* donne :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \eta \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.64})$$

En raison de $v_x \gg v_y$ donc $\frac{\partial p}{\partial x} \gg \frac{\partial p}{\partial y}$, on peut donc supposer que le gradient de pression est approximativement égal à $\frac{\partial p}{\partial y} = 0, \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{dp}{dx}$. En appliquant cette hypothèse à (l'équation II.64), nous obtenons :

$$\frac{dp}{dx} - \eta \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (\text{II.65})$$

Comportement visqueux Newtonien donne : $\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + s_{ij}$, comme $p = 0$, donc $\sigma_{ij} = s_{ij}$

Sachant que $s_{ij} = 2\eta\dot{\epsilon}_{ij}$ cas de laminage : $\tau = \sigma_{xy} \Rightarrow \tau = 2\eta\dot{\epsilon}_{xy}$

$$\text{Donc } \tau = 2\eta \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right); \quad \frac{\partial v_x}{\partial y} \gg \frac{\partial v_y}{\partial x}$$

Donne la contrainte de cisaillement :

$$\tau = \eta \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \quad (\text{II.66})$$

2.6.3.1. Calcul du gradient de pression $\frac{dp}{dx}$:

Nous avons $\frac{dp}{dx} = \frac{d\tau}{dy}$ donc 1^{ère} intégration de (l'équation II.66) donne :

$$\eta \frac{\partial v_x}{\partial y} = \frac{dp}{dx} y + C_1 \quad (\text{II.67})$$

Au centre de la tôle $\tau = \frac{dp}{dx} y$ donne $C_1 = 0$

2^{ème} intégration donne :

$$\eta v_{x(y)} = \frac{dp}{dx} \frac{1}{2} (y)^2 + C_2 \quad (\text{II.68})$$

Au point $y = h \rightarrow v_x = v_r$, donc :

$$\eta v_r = \frac{dp}{dx} \frac{h^2}{2} + C_2 \quad (\text{II.69})$$

Calcul de la constante C_2 :

$$C_2 = \eta v_r - g \frac{h^2}{2} ; \text{ avec } g : \text{ gradient de pression } \frac{dp}{dx}$$

En remplaçant C_2 dans (l'équation II.69) donne :

$$v_{x(y)} = \frac{g}{2} (y^2 - h_x^2) + v_r \quad (\text{II.70})$$

Calcul de la vitesse :

$$v_{xm} = \frac{1}{h_x} \int_0^{h_x} v_x dy \quad (\text{II.71})$$

$$v_{xm} = \frac{1}{h_x} \left[\int_0^{h_x} \frac{1}{2\eta} g (y^2 - h_x^2) + v_r \int_0^{h_x} dy \right]$$

$$v_{xm} = \frac{1}{h_x} \left(\frac{1}{2\eta} g \left(\frac{1}{3} y^3 - h_x^2 y \right) + v_r y \right) \Big|_0^{h_x}$$

Pour $y = 0$ donne $v_{xm} = 0$, et pour $y = h_x$ le calcul de la vitesse moyenne v_{xm} donne :

$$v_{xm} = -\frac{1}{3\eta} \frac{dp}{dx} h_x^2 + v_r \quad (\text{II.72})$$

$$\frac{dp}{dx} = \frac{3\eta}{h_x^2} (v_r - v_{xm}) \quad (\text{II.73})$$

Le débit volumique d'écoulement de matière, en raison de l'hypothèse de constance du volume, peut être exprimé comme suit :

$$wh_x v_{xm} = wh_n v_n \quad (\text{II.74})$$

Où v_n Est la vitesse de laminage dans la direction (x) au point neutre donne : $v_n = v_r \cos \gamma$ Avec : γ L'angle neutre et v_r La vitesse linaire de la surface du cylindre. Ce qui donne la vitesse moyenne :

$$v_{xm} = \frac{h_n v_r \cos \gamma}{h_x} \quad (\text{II.75})$$

En remplaçant (l'équation II.75) dans (l'équation II.73) le gradient de pression donne :

$$\frac{dp}{dx} = 3\eta v_r \left(\frac{1}{h_x^2} - \frac{h_n}{h_x^3} \cos \gamma \right) \quad (\text{II.76})$$

Étant donné que $\gamma \approx 0$, cela implique que $\cos \gamma = 1$. En conséquence, on obtient la forme finale du gradient de pression :

$$\boxed{\frac{dp}{dx} = 3\eta v_r \left(\frac{1}{h_x^2} - \frac{h_n}{h_x^3} \right)} \quad (\text{II.77})$$

$$h_n = n\sqrt{h_e h_s} \quad (\text{II.78})$$

La hauteur neutre h_n , avec $h_e = 2h_0$ et $h_s = 2h_1$, n Représente le coefficient de correction géométrique.

2.6.3.2. Calcul de la contrainte de cisaillement τ

La contrainte de cisaillement a été définie dans (l'équation II.66), $\tau = \eta \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)$, par conséquent la contrainte de frottement dans la surface de contact peut être exprimée comme suit :

$$\tau = \eta \frac{dv_x}{dy} \Big|_{y=h} \quad (\text{II.79})$$

En remplaçant (l'équations II.72, 75) dans (l'équation II.79) la contrainte de frottement pourrait être réécrite de la manière suivante :

$$\boxed{\tau = -3\eta v_r \left(\frac{1}{h_x} - \frac{n\sqrt{h_e h_s}}{h_x^2} \right)} \quad (\text{II.80})$$

2.6.4. Résultats et discussions

Afin d'évaluer la validité du modèle hydrodynamique développé dans le cadre de ce travail, une étude comparative a été conduite entre les distributions des contraintes de contact obtenues à partir de trois approches théoriques : le modèle hydrodynamique (HM), le modèle de frottement de type Amontons-Coulomb (ACM) et le modèle à frottement constant absolu (AFM). Les prédictions issues de ces modèles ont été confrontées à des résultats expérimentaux afin d'en apprécier la pertinence et la précision. L'ensemble de cette analyse a été réalisé dans un contexte de laminage à chaud d'une barre d'aluminium AL.1100-H14, en s'appuyant sur les paramètres opératoires présentés dans le *Tableau II.3*.

L'objectif de cette démarche est d'évaluer la capacité du modèle HM à reproduire avec fidélité les caractéristiques mécaniques locales au sein du champ de contact, et plus particulièrement à capturer la distribution longitudinale des pressions normales et des contraintes de cisaillement à l'interface outil-matière. En confrontant les prédictions issues du modèle hydrodynamique à celles des modèles ACM et AFM, il est possible de juger de la pertinence des hypothèses physiques sous-jacentes à chaque approche ainsi que de la précision des résultats obtenus, en particulier dans des régimes thermomécaniques complexes tels que ceux rencontrés lors du laminage à chaud de l'aluminium.

Tableau II.3. Les paramètres expérimentaux en laminage à chaud de AL.1100-H14 [44]

<i>T°C</i>	<i>Épaisseur</i>	<i>Réduction</i>	<i>Rayon du cylindre</i>	<i>Vitesse de laminage</i>	<i>Contrainte d'écoulement</i>	<i>n</i>	<i>η</i>
	<i>Initial</i>						
	(mm)	(%)	(mm)	(mm/s)	[MPa]	/	[MPa.s]
504	6.32	30.40	125	1046.67	32	0.945	0.078
487	6.30	39.21		1308.33	40	0.889	0.080

Dans le cadre de la modélisation conventionnelle du laminage à chaud des bandes, deux approches théoriques majeures sont généralement utilisées pour estimer les contraintes de contact dans la zone de déformation : le modèle (ACM) et le modèle (AFM). Ces deux formulations se distinguent par les hypothèses fondamentales qu'elles posent sur la relation entre la contrainte de cisaillement interfaciale et la pression normale.

Le modèle ACM, inspiré de la loi classique de Coulomb, suppose que la contrainte de cisaillement au contact est directement proportionnelle à la pression normale selon un coefficient de frottement m . Dans la formulation proposée par *V. Kerman*, cette approche a été calibrée expérimentalement en adoptant des valeurs empiriques de $m=0.27$ pour un taux de réduction d'épaisseur de 39,21 %, et de $m=0.24$ pour une réduction de 30,4 %. Ces ajustements visent à optimiser la concordance entre les prédictions analytiques et les résultats expérimentaux. Toutefois, l'introduction de coefficients ajustés limite la généralisabilité du modèle à d'autres configurations de laminage, rendant son application dépendante d'un recalibrage préalable.

En parallèle, la formule de *Sims*, reposant sur le modèle AFM, propose une modélisation simplifiée dans laquelle la contrainte maximale de cisaillement K est supposée constante, indépendamment de la pression normale appliquée. Plus précisément, *Sims* fixe K à la moitié de la contrainte d'écoulement du matériau, et ce, quelle que soit l'intensité de la réduction. Bien que cette hypothèse permette une résolution analytique plus rapide et plus simple, elle ne tient pas compte des effets non linéaires du frottement ni des variations locales des propriétés mécaniques dans la zone de contact.

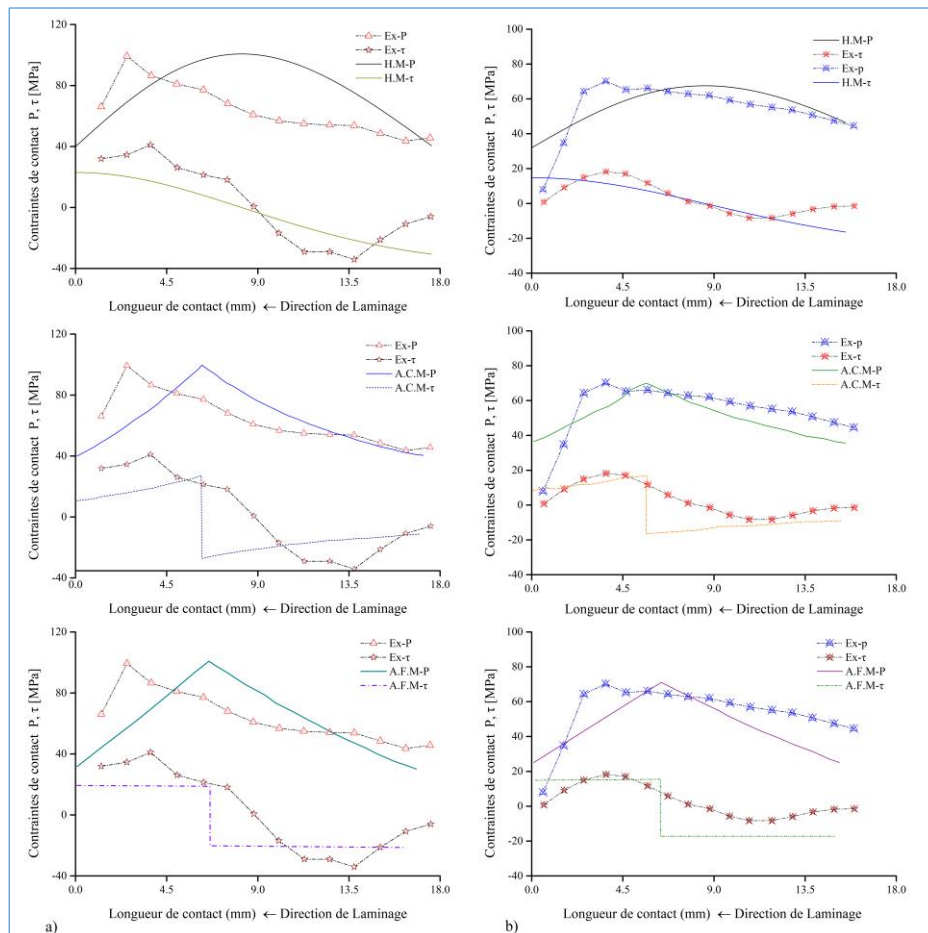


Figure II.14. Comparaisons des contraintes de contact entre les données expérimentales et les résultats prédits par différentes méthodes de calcul. a) donnée de 487C°. b) donnée de 504C°.

L'analyse comparative des résultats illustrés à la *Figure.II.14* met en évidence une adéquation globale satisfaisante entre les prédictions des contraintes de contact obtenues à partir des trois modèles (ACM, AFM et HM) et les données expérimentales de référence. Toutefois, le modèle HM se démarque nettement par sa capacité à modéliser avec une plus grande fidélité les phénomènes tribo-mécaniques caractéristiques de la zone de contact outil-matière.

En particulier, ce modèle permet une régularisation plus efficace des surpressions locales induites par les effets de frottement désignées dans la littérature sous le terme de collines de frottement qui se manifestent classiquement à l'approche du point neutre. Cette aptitude du modèle HM à lisser les singularités de pression résulte de sa formulation avancée, intégrant plus finement les variations spatiales du coefficient de frottement et des conditions aux limites.

Par ailleurs, la prédiction de la position du plan neutre, c'est-à-dire la zone de transition entre les régimes de glissement inverse et direct, est significativement améliorée dans le modèle HM. Celle-ci se rapproche sensiblement des mesures expérimentales, contrairement aux approximations souvent décalées fournies par les modèles ACM et AFM, dont les hypothèses simplificatrices limitent la prise en compte des effets non linéaires liés au comportement matériau et aux conditions de contact réelles.

Ces résultats soulignent l'intérêt du modèle HM en tant qu'outil prédictif pour l'analyse des champs de contraintes dans les procédés de laminage à chaud, en particulier dans les zones critiques où les effets de friction et de plastification sont fortement couplés.

Tableau II.4. Comparaisons de la force et couple de laminage entre les données expérimentales et les résultats prédits par différentes méthodes.

	<i>Réduction [%]</i>	<i>Expérimentale</i>	<i>H.M</i>	<i>A.C.M</i>	<i>A.F.M</i>
Force [N/mm]	39.21	1457	1396	1194	1146
Couple [Nm/mm]		8.88	7.36	14.2	9.38
Force [N/mm]	30.40	1004	973	779	763
Couple [Nm/mm]		7.29	2.5	6.08	5.5

Les résultats du *Tableau II.4* mettent en évidence la pertinence du modèle hydrodynamique (HM) dans la prédiction de l'effort de laminage. Pour les deux taux de réduction étudiés, HM fournit des estimations très proches des valeurs expérimentales, avec des écarts inférieurs à 5 %, ce qui témoigne d'une modélisation fidèle du comportement en zone de contact. À l'inverse, les modèles ACM et AFM sous-estiment systématiquement les forces, en raison de l'hypothèse simplificatrice du frottement constant. Concernant le couple de laminage, HM montre une bonne cohérence à forte réduction, mais tend à le sous-estimer à faible réduction, traduisant une sensibilité accrue à la distribution locale du cisaillement. En définitive, le modèle HM présente une robustesse supérieure pour la prédiction des champs de contraintes normales, bien qu'un ajustement des termes de cisaillement soit envisageable pour améliorer la prédiction du moment de torsion dans les régimes de lubrification transitoire.

2.7 Conclusion

Ce chapitre a dressé un panorama exhaustif des principales méthodes de modélisation appliquées au laminage, à savoir la méthode des tranches, la méthode des éléments finis (MEF) et la méthode des bornes, chacune présentant des avantages et des limites en fonction des exigences spécifiques du processus.

La méthode des tranches, grâce à sa simplicité et sa rapidité d'exécution, constitue une solution attrayante pour des analyses préliminaires ou des environnements où les ressources computationnelles sont limitées. Toutefois, son caractère essentiellement monodimensionnel limite sa capacité à capturer les phénomènes complexes tels que les variations transversales de contraintes et de déformations, compromettant ainsi la précision globale dans les situations où les effets tridimensionnels sont prépondérants.

En revanche, la méthode des éléments finis offre une représentation beaucoup plus détaillée et réaliste en prenant en compte les interactions tridimensionnelles. Cette approche est particulièrement efficace pour modéliser les processus de laminage dans des conditions complexes, incluant les interactions thermiques et tribologiques. Néanmoins, cette précision accrue s'accompagne d'une demande substantielle en ressources informatiques et d'une complexité élevée lors de la paramétrisation, rendant son application plus exigeante en termes de temps et de coûts.

La méthode des bornes, quant à elle, se positionne comme une alternative équilibrée entre précision et coût computationnel. Sa capacité à fournir des solutions limites encadrant le comportement réel du matériau est précieuse pour les analyses où les ressources sont limitées, tout en garantissant une certaine fiabilité. Cependant, elle présente des difficultés dans sa mise en œuvre, notamment pour les géométries complexes et les conditions aux limites non standard.

Par ailleurs, l'introduction de la méthode hydrodynamique (HM), proposée par *Si Li* [47], constitue une avancée significative, notamment pour le laminage à chaud de bandes minces. En se basant sur une simplification des équations de *Navier-Stokes*, cette approche permet de contourner les défis liés à l'identification des paramètres de frottement, un problème récurrent dans les modèles conventionnels. Le modèle intègre un coefficient géométrique pour déterminer la hauteur neutre et un facteur de viscosité dynamique constant, offrant ainsi une solution robuste pour modéliser la zone de déformation. Toutefois, ces coefficients restent empiriques et doivent être ajustés pour chaque configuration spécifique.

L'amélioration apportée par *Mimoune* et al. [48], en supprimant ces coefficients empiriques et en intégrant la dépendance de la viscosité à la pression, marque une étape cruciale vers une modélisation plus universelle et précise. Cette évolution permet de mieux appréhender les comportements viscoplastiques et plastiques, facilitant ainsi l'application du modèle à un éventail plus large de conditions industrielles.

Enfin, la validation expérimentale de ces modèles, en particulier pour le cuivre et l'aluminium, a démontré leur fiabilité. Les comparaisons avec les données tirées de la littérature [21, 44] concernant la force de laminage, le couple et la répartition des pressions confirment la pertinence des développements théoriques, offrant ainsi une base solide pour les travaux futurs.

3.1 Introduction

Le présent chapitre a pour objectif de présenter une approche alternative dans le domaine du laminage des produits plats. Nous avons développé un code de calcul hydrodynamique fondé sur les principes de la mécanique des fluides, permettant de prédire en temps réel les grandeurs physiques et mécaniques avec une précision comparable à celle obtenue par les expérimentations. Les détails de cette approche sont exposés de manière intégrale ci-dessous. Le modèle hydrodynamique simplifié (H.M) offre, dans une première étape d'analyse, la possibilité de modéliser le processus de laminage sans la nécessité d'identifier, à chaque exécution, le coefficient de frottement. L'hypothèse fondamentale du modèle repose sur la dépendance principale des contraintes de cisaillement par rapport au gradient de pression. Nous avons procédé à la modification et l'amélioration du modèle hydrodynamique (H.M) en utilisant un algorithme de calcul reposant sur des méthodes numériques telles que la méthode de la sécante et la méthode du tir afin d'ajuster la position neutre x_n . De plus, nous avons recours à la méthode de *Runge-Kutta* pour intégrer l'équation d'équilibre. Cet algorithme permet également de déterminer la variation de la viscosité en fonction des pressions appliquées le long de la zone de déformation, plutôt que de se baser sur des coefficients empiriques. Une fois que le modèle hydrodynamique amélioré (I.H.M) a été validé en comparant les résultats obtenus aux données expérimentales dans le cas d'un comportement visqueux newtonien, il convient de souligner que ce cadre visqueux représente un cas particulier. Par conséquent, il est nécessaire de développer un modèle plus complet et généraliser capable de prédire toutes les grandeurs, telles que la force et le couple de laminage, dans différents cas de comportements des matériaux, tels que le domaine plastique où les contraintes ne dépendent pas des vitesses de déformation et le cas viscoplastique. Ainsi, dans la suite de ce chapitre, nous aborderons le développement du modèle généralisé (G.I.H.M) et nous validerons les résultats obtenus par ce modèle en les comparant à des données expérimentales données par la littérature.

3.2 Évaluation du modèle hydrodynamique

Le modèle hydrodynamique a démontré une précision satisfaisante dans ses prédictions. Tandis, qu'il repose sur l'utilisation des coefficients empiriques, ce qui limite son applicabilité directe à différents cas de laminage. Afin de surmonter cette limitation, une analyse critique de la méthode de *Si Li* [47] pour la modélisation hydrodynamique a été effectuée, permettant de mettre en évidence les lacunes associées à l'utilisation de ces coefficients empiriques. Pour améliorer la méthode hydrodynamique, une approche a été développée. L'approche consiste à éliminer l'utilisation du coefficient de correction géométrique n et à prendre en compte la variation de viscosité en fonction des pressions. En effet, dans les cas de laminage des matériaux visqueux, la viscosité peut varier de manière significative en fonction des contraintes de pression subies par le matériau.

3.2.1 Sensibilité du model hydrodynamique au coefficient de correction géométrique n .

Les figures III. 1a, 1b et 1c montrent l'effet du coefficient de correction géométrique n sur la détermination de la hauteur neutre, sur la force de laminage, le couple de laminage et la position du point neutre (x_n / Lc).

x_n Et Lc sont respectivement la position de l'axe neutre et la longueur de contact donné par l'équation III.1.

$$Lc = \sqrt{R\Delta h} \quad (III.1)$$

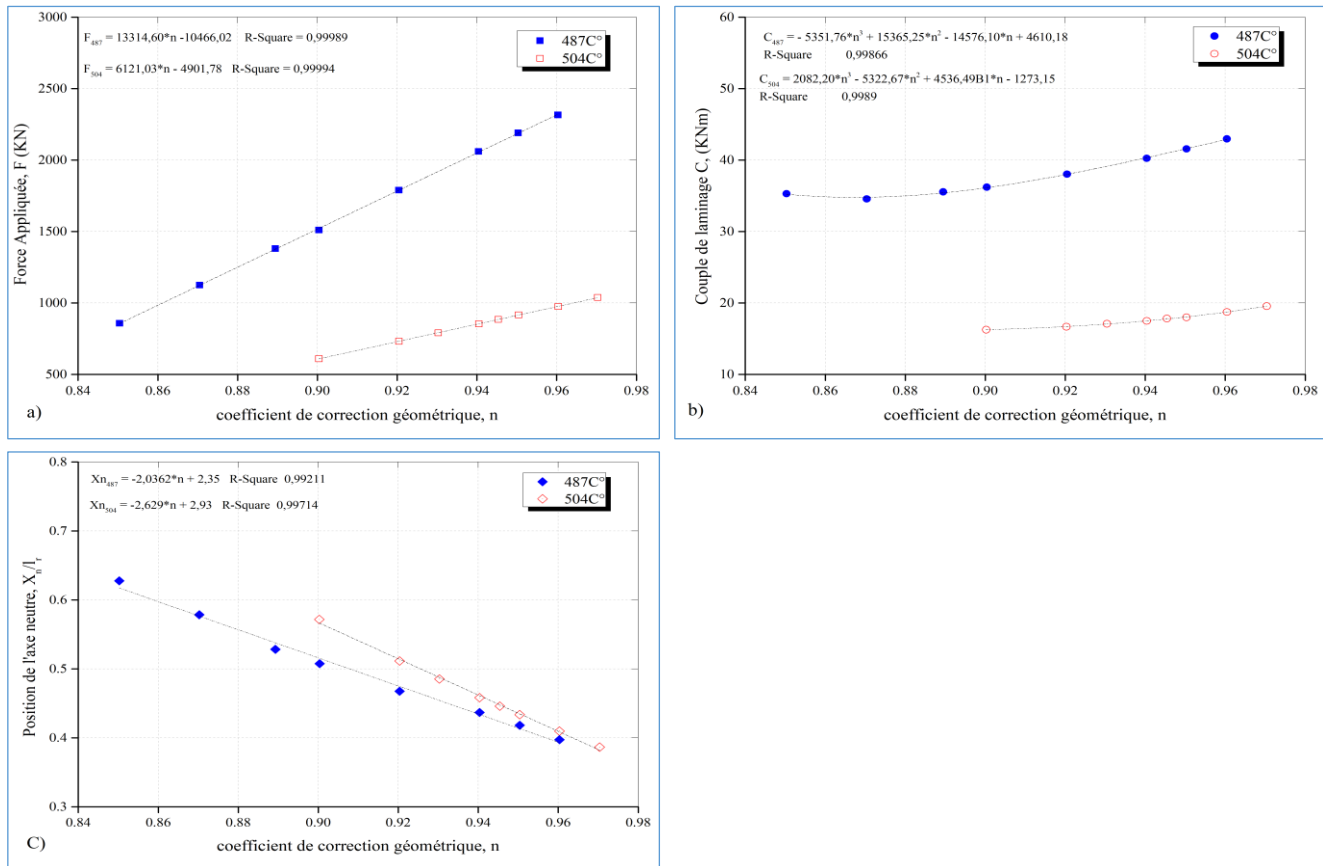


Figure III.1. Effet du coefficient de correction géométrique n sur les paramètres de sortie de laminage pour les températures 504°C et 487°C. a) Force de laminage, b) Couple de laminage, c) Position de l'axe neutre.

Une augmentation du coefficient de correction géométrique n induit une élévation linéaire des forces de laminage, dont l'intensité varie selon la T° du matériau. À 504°C, cette pente est 2,15 fois moins prononcée qu'à 487°C (Figure III.1a). Le couple de laminage, quant à lui, suit une relation polynomiale de troisième ordre, avec une réduction notable à 504°C, où il est 4,46 fois inférieur à celui mesuré à 487°C (Figure III.1b). De plus, la position de l'axe neutre se déplace linéairement vers l'entrée de la zone de déformation à mesure que n augmente, traduisant une influence directe de ce coefficient sur la dynamique du processus de laminage.

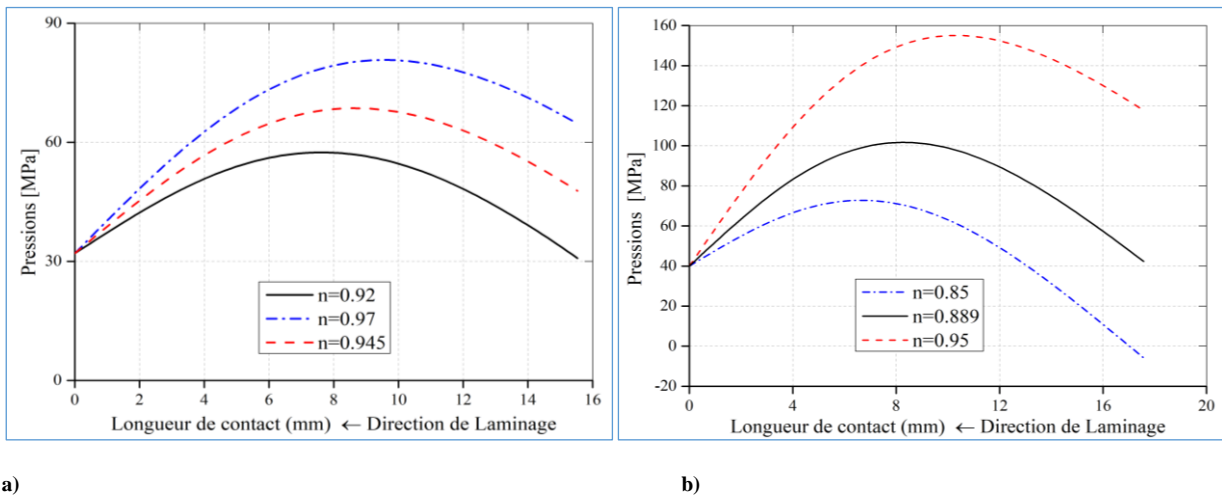


Figure III.2. Effet du coefficient de correction géométrique sur le champ des contraintes de pression, températures de laminage a) 504°C, b) 487°C.

La distribution correspondante de la pression le long de la zone de déformation du laminage en fonction du coefficient de correction géométrique n est illustrée dans Figure III.2. La forte sensibilité de la pression au coefficient de correction géométrique montre que les conditions aux limites données par la contrainte d'écoulement à l'entrée et à la sortie de la zone de déformation (32 MPa pour 504°C et 40 MPa pour 487°C) ne sont pas respectées. En utilisant les données du modèle de Si Li avec un calcul qui commence à la sortie de la zone de déformation, on obtient une pression de 47.73 MPa à l'entrée de la zone de déformation pour 504°C et de 42.34 MPa pour 487°C. Dans les Figures III.2a, 2b, on observe une augmentation conséquente des pressions générées, ce qui montre clairement le déplacement de l'axe neutre vers l'entrée de la zone de déformation. La variation des vitesses de laminage peut alors être illustrée dans la direction de la hauteur à l'entrée, à la sortie et à l'axe neutre, comme le montre la Figure III.3.

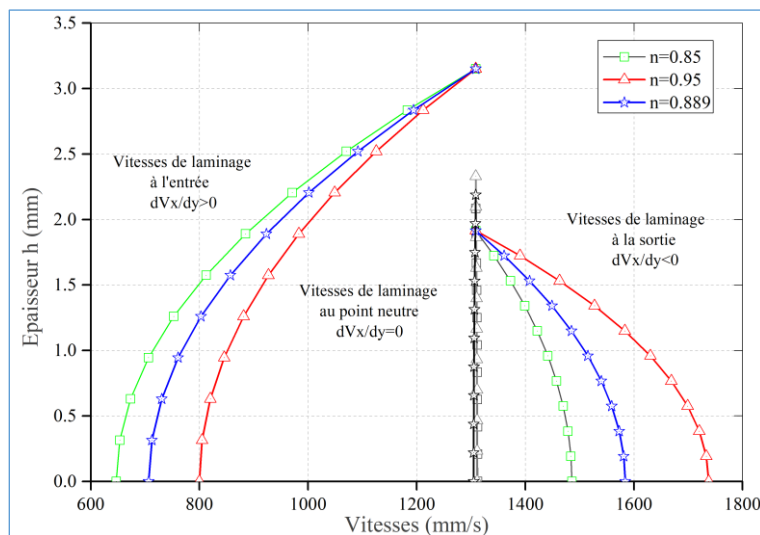


Figure III.3. Effet du coefficient de correction géométrique sur l'évolution de la vitesse en fonction de la hauteur à l'entrée et à la sortie de la zone de déformation du laminage (487°C).

3.2.2 Sensibilité du modèle hydrodynamique à la viscosité η

La Figure III.4 montre l'effet de la viscosité du matériau η sur la force de laminage, le couple de laminage et la position de l'axe neutre.

On observe une augmentation de la force et du couple de laminage lorsque la viscosité du matériau augmente *Figure III.4a, 4b*. En revanche, la viscosité du matériau n'a pratiquement aucun effet sur la position de l'axe neutre *Figure III.4c*.

Étant donné que la position de l'axe neutre ne change pas, il n'y a pas d'influence significative de la viscosité du matériau sur les vitesses. Généralement, la viscosité augmente en fonction de la pression [71], en particulier lorsque les pressions sont élevées, comme dans le cas du laminage. Dans le modèle hydrodynamique, la viscosité du matériau est considérée comme un paramètre constant, égal à une valeur $\eta = 0.080$ pour 487°C et une valeur de $\eta = 0.078$ pour 504°C . Il est donc nécessaire de prendre en compte la variation de viscosité pour obtenir de bonnes prédictions.

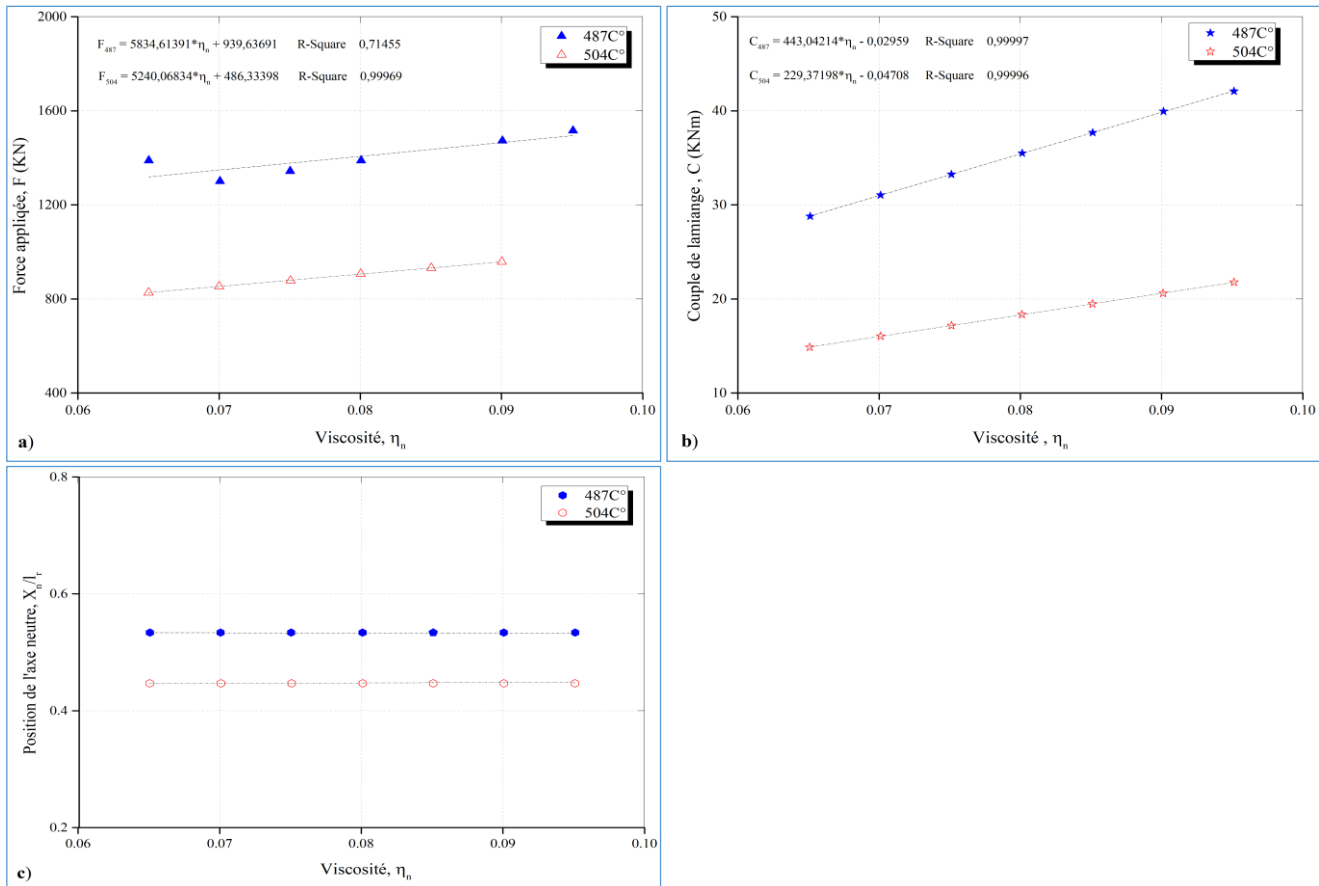


Figure III.4. Effet de la viscosité du matériau η sur les paramètres de sortie de laminage pour les températures 504°C et 487°C . a) Force de laminage, b) Couple de laminage, c) Position de l'axe neutre.

3.3 Amélioration du modèle hydrodynamique

L'objectif est d'améliorer le modèle hydrodynamique en intégrant la méthode de tir pour la détermination de l'axe neutre et la méthode du point fixe pour prendre en compte la variation de la viscosité en fonction des pressions données par le modèle de *Barus* [71,72], ce qui permet d'éviter la détermination des coefficients empiriques qui sont difficiles à identifier. La problématique à résoudre est donc de trouver des solutions pour éliminer ces deux paramètres afin d'améliorer l'adaptabilité pratique du modèle.

3.3.1 Détermination de la hauteur neutre (M.H.M)

La Figure III.5 présente les résultats des pressions et des contraintes de cisaillement obtenus par le modèle hydrodynamique initial (H.M) et le modèle modifiée (M.H.M). On observe que pour le modèle modifié, les conditions aux limites sont respectées puisque les valeurs des pressions à l'entrée et à la sortie sont égales à la valeur de la contrainte d'écoulement. En revanche, la force de laminage par unité de longueur obtenue par le modèle Hydrodynamique initial (H.M) se rapproche de la force mesurée expérimentalement comparé a d'autre modèle de calcul, voir *tableau III.1*. Cela est dû à l'utilisation d'un coefficient de correction géométrique exagéré. En obtenant une pression à l'entrée de la zone de déformation beaucoup plus élevée que la contrainte d'écoulement, le coefficient de correction utilisé dans le modèle hydrodynamique surestime les valeurs des pressions et donc de la force de laminage. D'autre part, le modèle hydrodynamique modifié avec une viscosité constante donne des pressions et une force de laminage inférieures aux mesures expérimentales. Il est donc proposé de prendre en compte la variation de la viscosité en fonction des pressions pendant le laminage.

Tableau III.1. Comparaisons de la force et couple de laminage entre les données expérimentales [49] et les résultats prédits par différentes méthodes.

	Réduction [%]	Expérimentale	H.M	A.C.M	A.F.M
Force [N/mm]	39.21	1457	1396	1194	1146
Couple [Nm/mm]		8.88	7.36	14.2	9.38
Force [N/mm]	30.40	1004	973	779	763
Couple [Nm/mm]		7.29	2.5	6.08	5.5

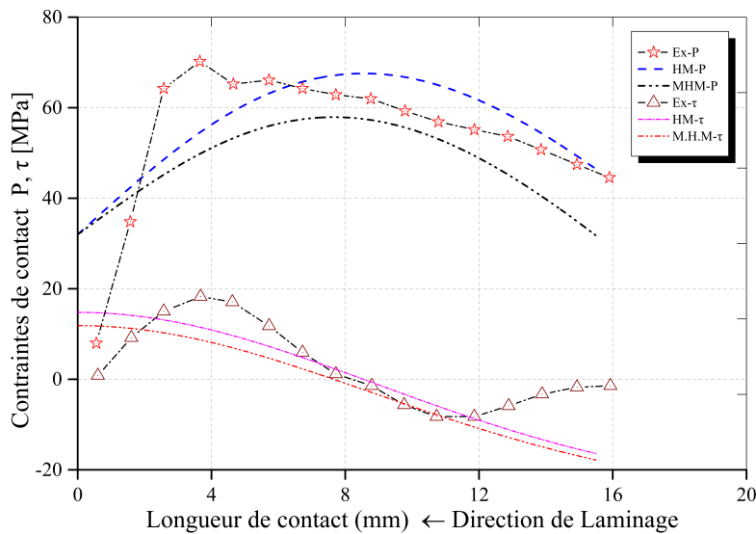


Figure III.5. Les pressions et contraintes de cisaillement prédites par le modèle hydrodynamique et le modèle modifié température de laminage (504°C).

3.3.2 Variation de la viscosité en fonction de la pression

- **Modèle de Barus**

Barus [71,72] examine l'évolution de la viscosité en fonction de la pression et suggère une relation linéaire. En régime isotherme, cette relation est formulée comme suit :

$$\eta = \eta_0 (1 + \bar{\gamma} P) \tag{III.2}$$

Avec $\bar{\gamma} = \left(\frac{1}{\eta} \right) \left(\frac{\partial \eta}{\partial p} \right)_{p=0}$ Le coefficient de pression de la viscosité $\bar{\gamma}$, également appelé piézoviscosité .

Une autre représentation par une loi de type exponentielle, usuellement appelé modèle de *Barus*.

$$\eta = \eta_0 \exp(\bar{\gamma}P) \quad (\text{III.3})$$

Le coefficient piézoviscosité, fait l'objet de considérations dans le cadre des pressions élevées.

Remarque : Il est important de noter que pour de faibles valeurs de la pression P , la relation exponentielle de Barus peut être linéarisée. Cela signifie que les termes non linéaires de l'équation peuvent être négligés sans affecter significativement la précision des résultats.

- **Modèle Roelands**

Roelands [73] avance une relation empirique étayée par des mesures effectuées avec des huiles minérales pour cette plage de pressions.

Le modèle élabore une relation spécifiquement valide pour des pressions inférieures à 1 GPa. En régime isotherme, l'équation est expressément formulée de la manière suivante :

$$\eta = \eta_0 \exp \left[(\ln \eta_0 + 9.67) \left(\left(1 + \frac{P}{P_r} \right)^{z_e} - 1 \right) \right] \quad (\text{III.4})$$

La relation de Roelands cherche à améliorer la précision de la modélisation en prenant en compte des pressions plus élevées.

Avec : $P_r = 1.962 \cdot 10^8$ Pa et z_e l'indice de pression de viscosité, l'équivalence des pentes à l'origine établit la relation de transition de *Barus* à *Roelands*, exprimée comme suit :

$$z_e = \frac{P_r \bar{\gamma}}{\ln(\eta_0) + 9.67} \quad (\text{II.5})$$

- **Modèle de Doolittle**

La relation de *Roelands*, bien qu'empirique, relie la viscosité d'un liquide à la pression et à la température, mais elle sous-estime cette dernière à haute pression, comme l'ont montré les expériences de *Bridgman* [74]. *Doolittle* [75] a proposé une alternative fondée sur la théorie du volume libre, considérant le rapport entre le volume occupé par les chaînes moléculaires et le volume libre, essentiel au mouvement moléculaire et à l'évolution des propriétés du fluide. *Morel* et al. [76] ont approfondi cette relation en la liant au volume libre et à la température de transition vitreuse, où le mouvement coopératif des chaînes moléculaires engendre un volume libre supplémentaire, influençant ainsi la viscosité.

La relation de *Doolittle* s'exprime ainsi :

$$\eta = \eta_0 \exp \left[D\bar{R} \left(\frac{1}{\left(\rho_0 / \rho_{(P)} \right) \bar{R}} - \frac{1}{1 - \bar{R}} \right) \right] \quad (\text{III.6})$$

Avec : D Paramètre de Doolittle, et \bar{R} Ratio de volume occupé.

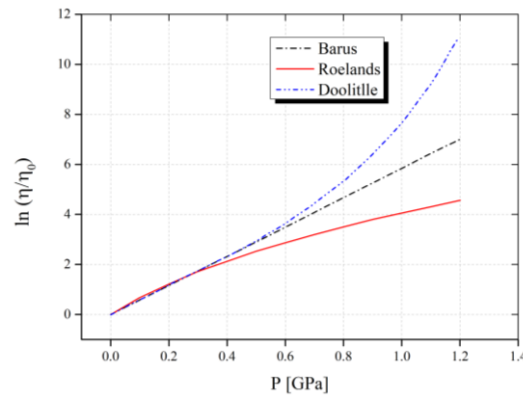


Figure III.6. Evolution de la viscosité en fonction de la pression pour différentes relations.

La *figure III.6* compare l'évolution de la viscosité en fonction de la pression selon les lois de *Barus*, *Roelands* et *Doolittle*. Jusqu'à 200 MPa, la loi de *Barus* modélise efficacement le comportement viscoélastique du matériau laminé. Toutefois, au-delà de cette pression, elle surestime la viscosité, en raison de son incapacité à représenter les effets viscoélastiques sous fortes contraintes. Dans ces conditions, les lois de *Roelands* et de *Doolittle* offrent une meilleure précision. La transition entre *Barus* et *Roelands* repose sur l'égalité des pentes initiales du diagramme pression-viscosité, ajustée par des paramètres tels que l'indice de pression de viscosité, rendant la loi de *Roelands* plus adaptée aux pressions élevées [77].

La variation de la piézoviscosité $\bar{\gamma}$ en fonction de la pression P revêt une importance considérable. L'influence de la pression sur la viscosité a été analysée et documentée par Bridgman [74]. Le comportement à des pressions faibles (≤ 150 MPa) présente une variation soit exponentielle soit linéaire. À des pressions comprises entre 200 MPa et 300 MPa, la relation devient linéaire, tandis que pour des pressions supérieures très élevées, la dépendance devient plus exponentielle.

Il est établi que la viscosité d'un fluide varie en fonction de la pression et de la température [78]. Étant donné que la température est considérée constante dans notre étude, un modèle a été élaboré pour intégrer la variation de la viscosité en réponse aux pressions exercées lors du laminage.

Un algorithme basé sur la méthode du point fixe *Figure III.7* a été proposé à cet effet.

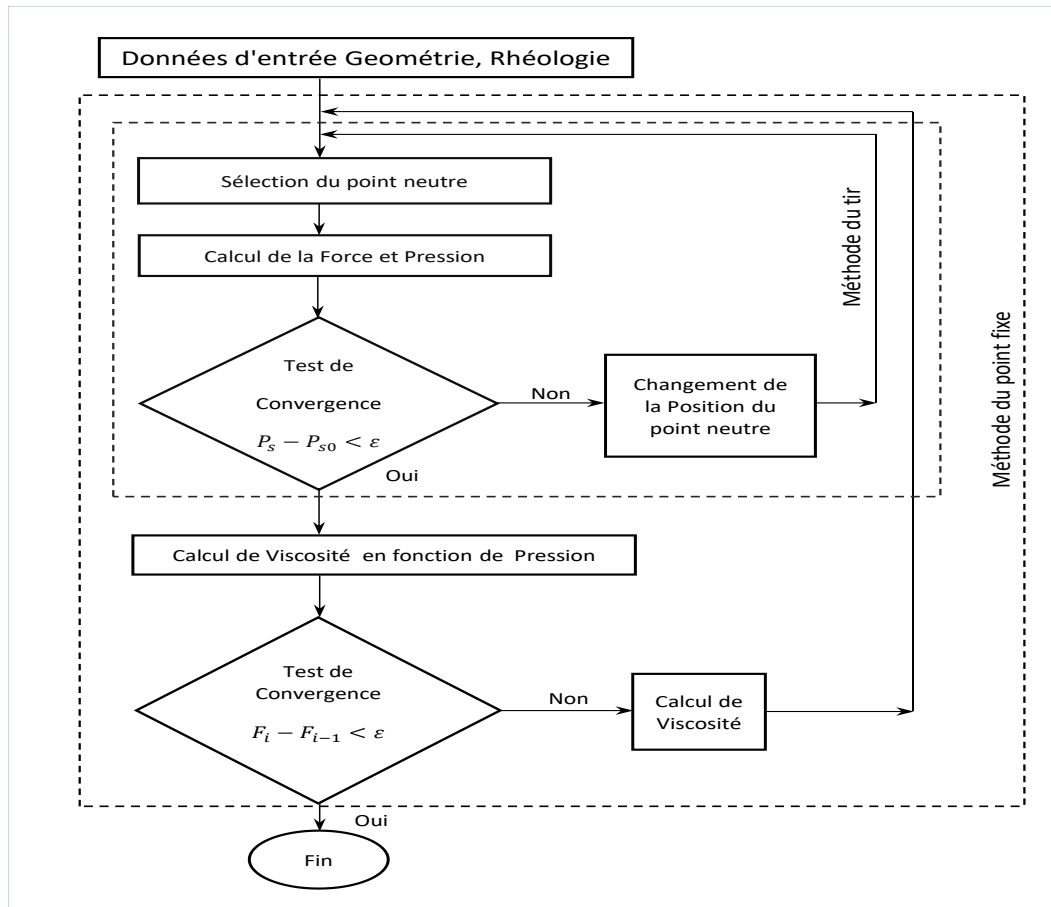


Figure III.7. Algorithme utilisé pour le model hydrodynamique amélioré.

3.4. Résultats et discussions

Une comparaison préliminaire est effectuée pour évaluer la performance et la précision de différents modèles dans la prédiction des paramètres du laminage, en se concentrant sur les champs de contraintes de pression et de cisaillement, ainsi que sur la position du point neutre. Cette analyse inclut le modèle hydrodynamique amélioré (I.H.M), prenant en compte la variation de la viscosité en fonction des pressions, le modèle hydrodynamique modifié (M.H.M), qui calcule la position de l'axe neutre, et le modèle hydrodynamique initial (H.M). Les résultats obtenus sont comparés aux données expérimentales présentées dans le tableau III.2.

Tableau III.2. Données de laminage de l'aluminium.

T°	Epaisseur initial	Réduction	Rayon du cylindre	Vitesse de laminage	Contrainte D'écoulement	n	η
	(mm)	(%)	(mm)	(mm/s)	[MPa]		
504	6.32	30.40	125	1046.67	32	0.945	0.078
487	6.30	39.21		1308.33	40	0.889	0.080

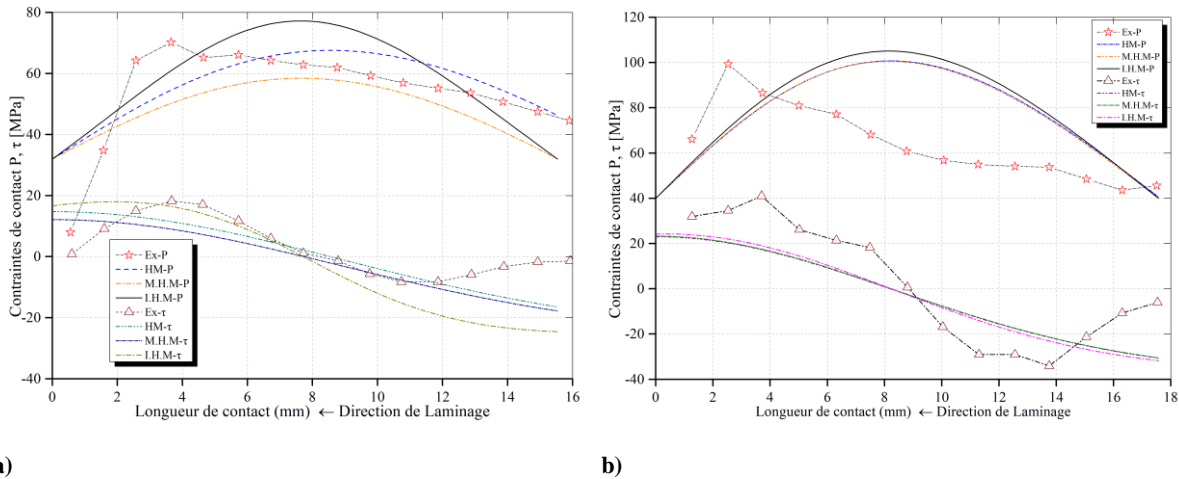


Figure III.8. Contraintes de contact en fonction de la longueur de contact lors du laminage de bandes : a) à 504 °C , b) à 487 °C.

Le coefficient de correction géométrique utilisé par *Si Li* et al. [47] pour la température de 504 °C a permis d'obtenir une force de laminage plus proche des valeurs expérimentales (*Tableau III.1*). Cependant, cette approche a conduit à une pression à l'entrée de la zone de déformation qui dépasse largement les conditions limites, avec une valeur supérieure à 32 MPa. En revanche, le coefficient de correction utilisé par *Si Li* pour le laminage à 487 °C donne une pression de 42.34 MPa au lieu de 40 MPa, ce qui se rapproche davantage de la réalité. Dans ce contexte, le modèle final amélioré (I.H.M) présente une meilleure concordance avec les résultats expérimentaux par rapport au modèle hydrodynamique initial (H.M), ce qui confirme que l'intégration de la variation de la viscosité en fonction des pressions permet d'obtenir des prédictions plus précises. Par ailleurs, l'ajustement de la position de l'axe neutre permet une prédiction plus précise des vitesses. Cela est clairement visible dans le cas du laminage à 504 °C. Dans le cas du laminage à 487 °C, *Si Li* a utilisé un coefficient de correction géométrique qui donne une erreur très faible dans le calcul de la pression à l'entrée de la zone de déformation, ce qui se reflète dans la position de l'axe neutre, donc une bonne prédiction de la distribution de vitesse de laminage *Figure III.9*.

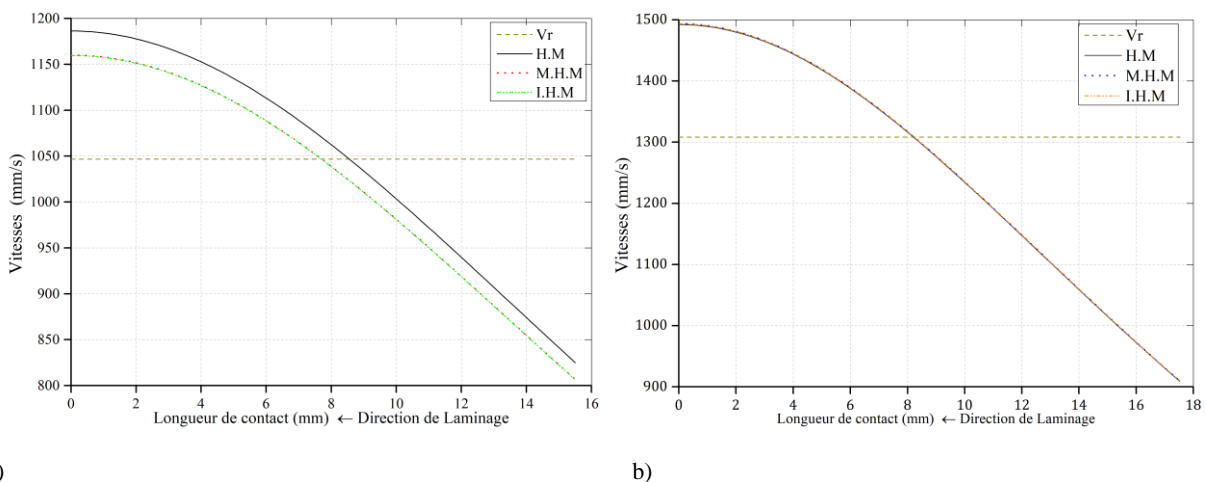


Figure III.9. Évolution des vitesses moyennes de laminage le long de la zone de déformation : a) à 504 °C ; b) à 487 °C.

3.5 Validation du modèle hydrodynamique amélioré (I.H.M)

Une évaluation approfondie de la précision du modèle hydrodynamique amélioré (I.H.M) a été réalisée en le comparant aux modèles simplifiés classiques plastique (P.C.M) et visqueux (V.C.M), ainsi qu'à la

simulation par éléments finis (F.E.S). L'analyse comparative des champs de contraintes prédites par ces modèles, en les confrontant aux données expérimentales, permettra d'évaluer leur fiabilité respective. Cette étude vise à mettre en lumière les forces et les limites de chaque approche, identifiant ainsi celle offrant la meilleure correspondance avec les résultats expérimentaux et les comportements réels du processus de laminage.

Dans le tableau ci-dessous, nous avons synthétisé les équations principales utilisées par HM, CM

Tableau III.3. Présentation des principales équations des modèles hydrodynamique et conventionnelle.

	Modèle Classique	Modèle Hydrodynamique
Hypothèses Mécanique	$\frac{dh}{dx} \ll 1 \quad \dot{\epsilon}_{xy} \ll \dot{\epsilon}_{xx}$	$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad \frac{dv}{dx} \ll \frac{dy}{dy}$
Loi de Comportement	<p>Plastique</p> $\sigma_0 = K$ $\sigma_x - \sigma_y = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0$	<p>Visqueux</p> $S_{ij} = 2\eta\dot{\epsilon}_{ij}$
Loi de Frottement	$\tau = -\mu \min \left\{ \sigma_n \frac{v\vec{g}}{ \vec{v}\vec{g} }, \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \right\}$	$\tau = \eta \left. \frac{\partial v_x}{\partial y} \right _{y=h}$
Equation D'équilibre	$h \frac{d\sigma_x}{dx} = (\sigma_y - \sigma_x) \frac{dh}{dx} - \tau$	$\frac{dP}{dx} = \frac{d\tau}{dy}$

La figure III. 10 illustre la distribution des vitesses et la contrainte de cisaillement prédite par le modèle classique et hydrodynamique.

Les modèles conventionnels, tels que ceux établis sur les travaux de *Karman-Ijelikoe* et *Orowan-Sims*, conçus à l'aide de méthodes de laminage en tranches [54-56], postulent que les contraintes et les vitesses subissent des changements uniquement dans le sens longitudinal du laminage voire figure III. 10c et 10d. Cependant, dans le sens de la hauteur de la bande laminée, les variations correspondantes de vitesse et de contrainte demeurent indéterminées. Cette limitation est absente dans le modèle hydrodynamique qui présume une variation des contraintes en fonction des directions longitudinale et transversale du laminage. Les figures III.10a et 10b illustrent cette variation des vitesses et de la contrainte de cisaillement en fonction de la hauteur de la bande.

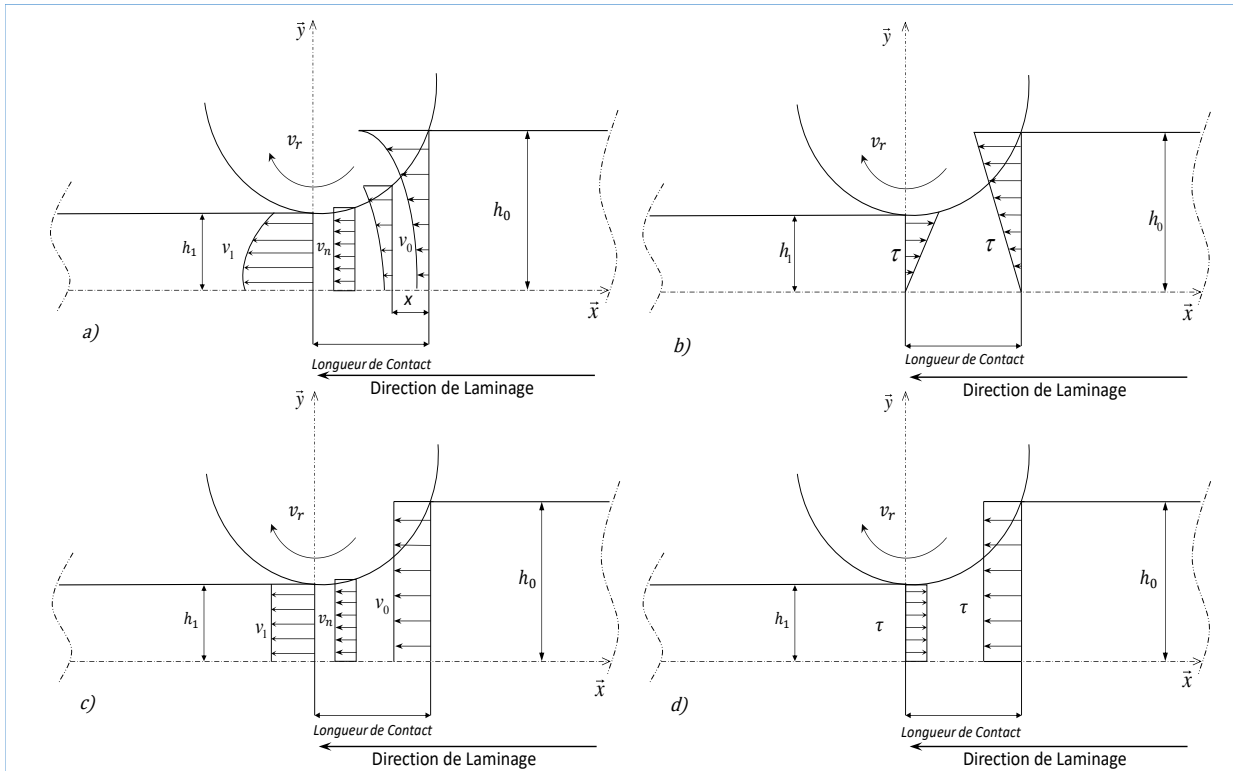


Figure III.10. Distributions des vitesses et des contraintes de cisaillement dans la zone de déformation lors du processus de laminage des films minces.

3.5.1 Résultats et analyses

Pour entreprendre une analyse comparative entre différents modèles de calcul et les confronter à des données expérimentales, nous avons tracé l'évolution des champs de contraintes dans la zone de déformation de l'aluminium 1100-H14 laminé à chaud, à des températures spécifiques (504, 497 et 487°C). Cette démarche vise à évaluer la capacité des modèles à représenter de manière précise les contraintes générées à des températures élevées. Les variations thermiques peuvent significativement influencer le comportement du matériau, ce qui impose une analyse détaillée pour une meilleure compréhension des phénomènes en jeu.

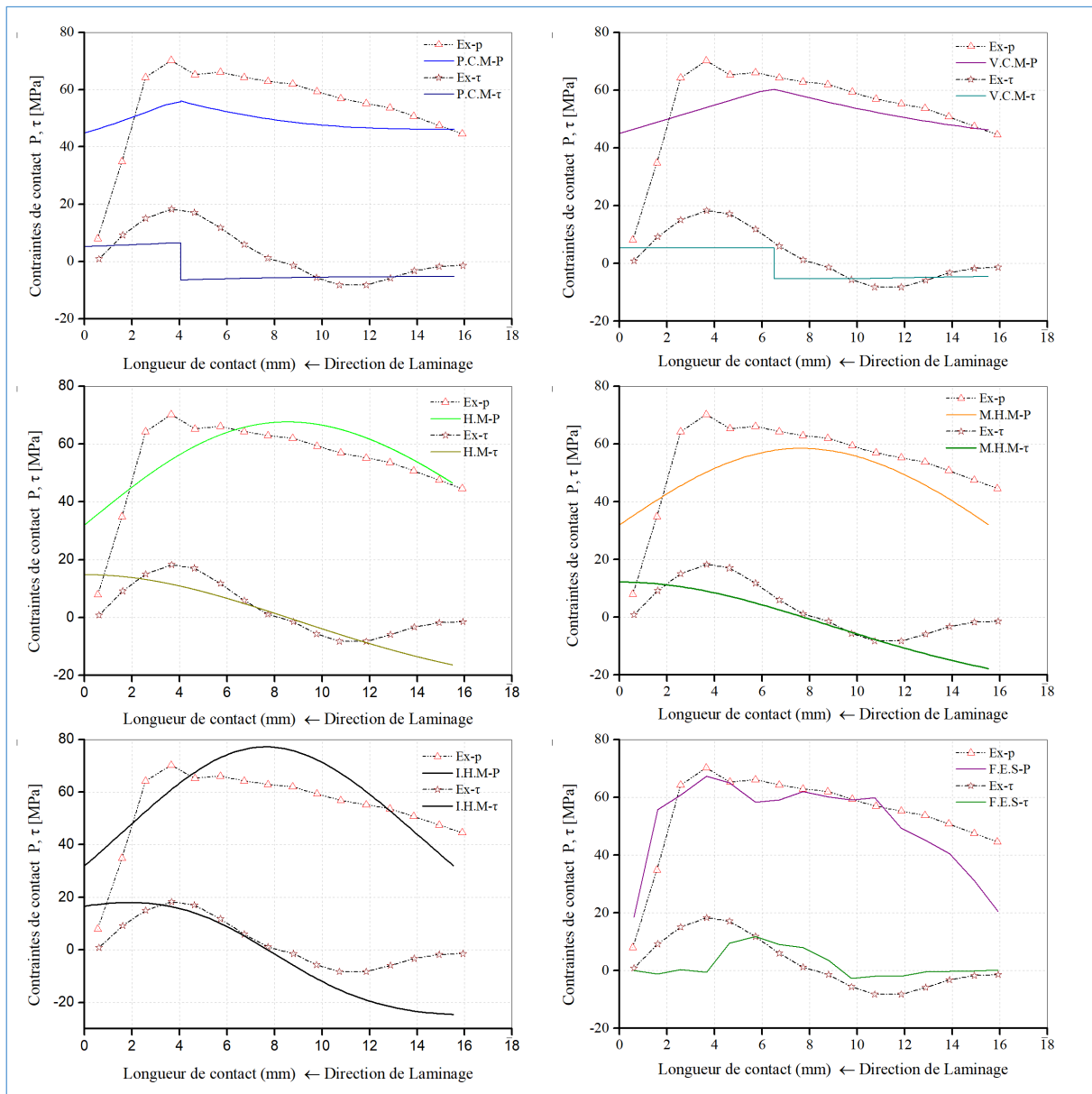


Figure III.11. Comparaison des pressions et contraintes de cisaillement prédites par le modèle classique (P.C.M), (V.C.M) et la simulation par éléments finis (F.E.S), le modèle hydrodynamique (HM, IHM, MHM) à 504°C.

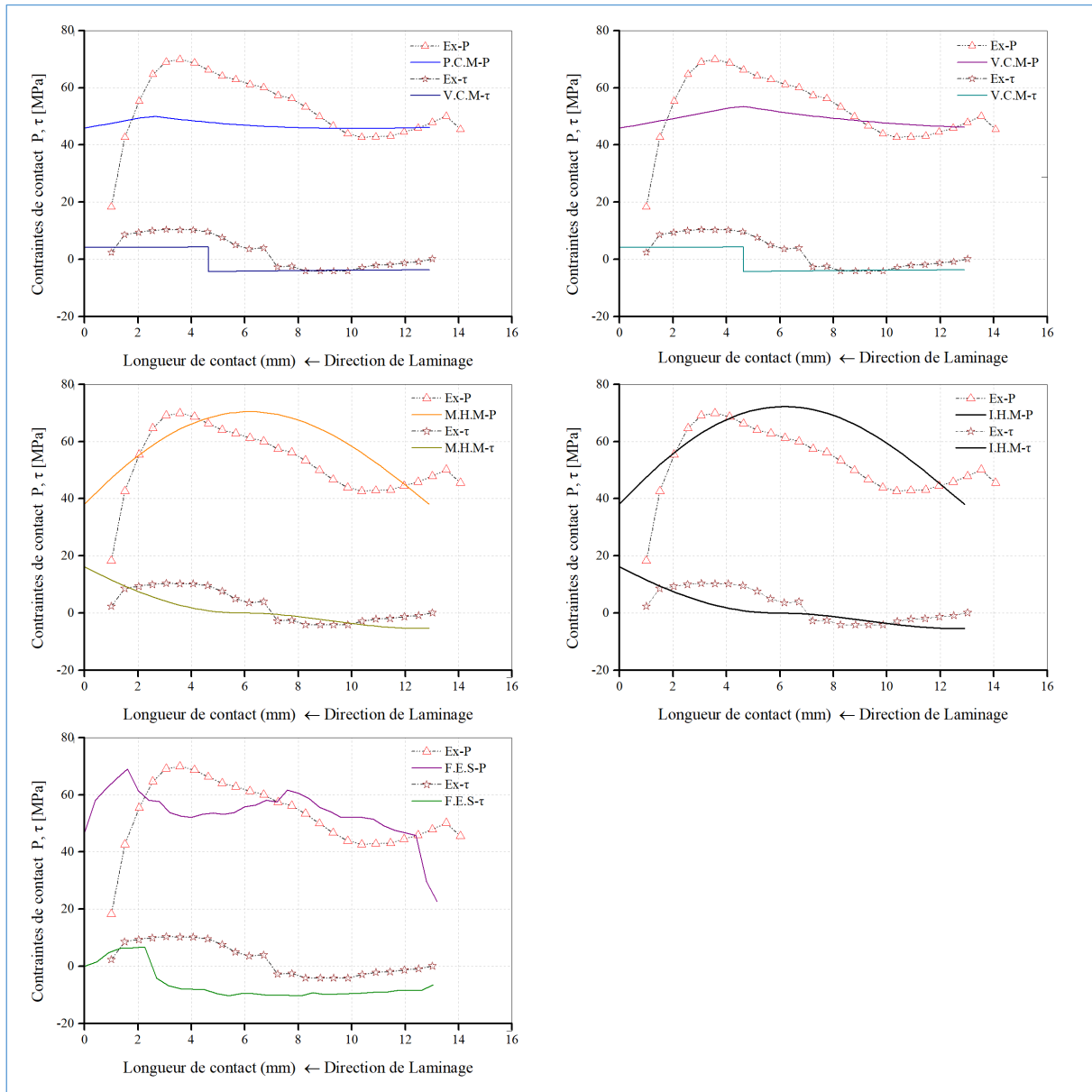


Figure III.12. Comparaison des pressions et contraintes de cisaillement prédites par le modèle classique (P.C.M), (V.C.M) et la simulation par éléments finis (F.E.S), le modèle hydrodynamique (HM, IHM, MHM) à 497°C.

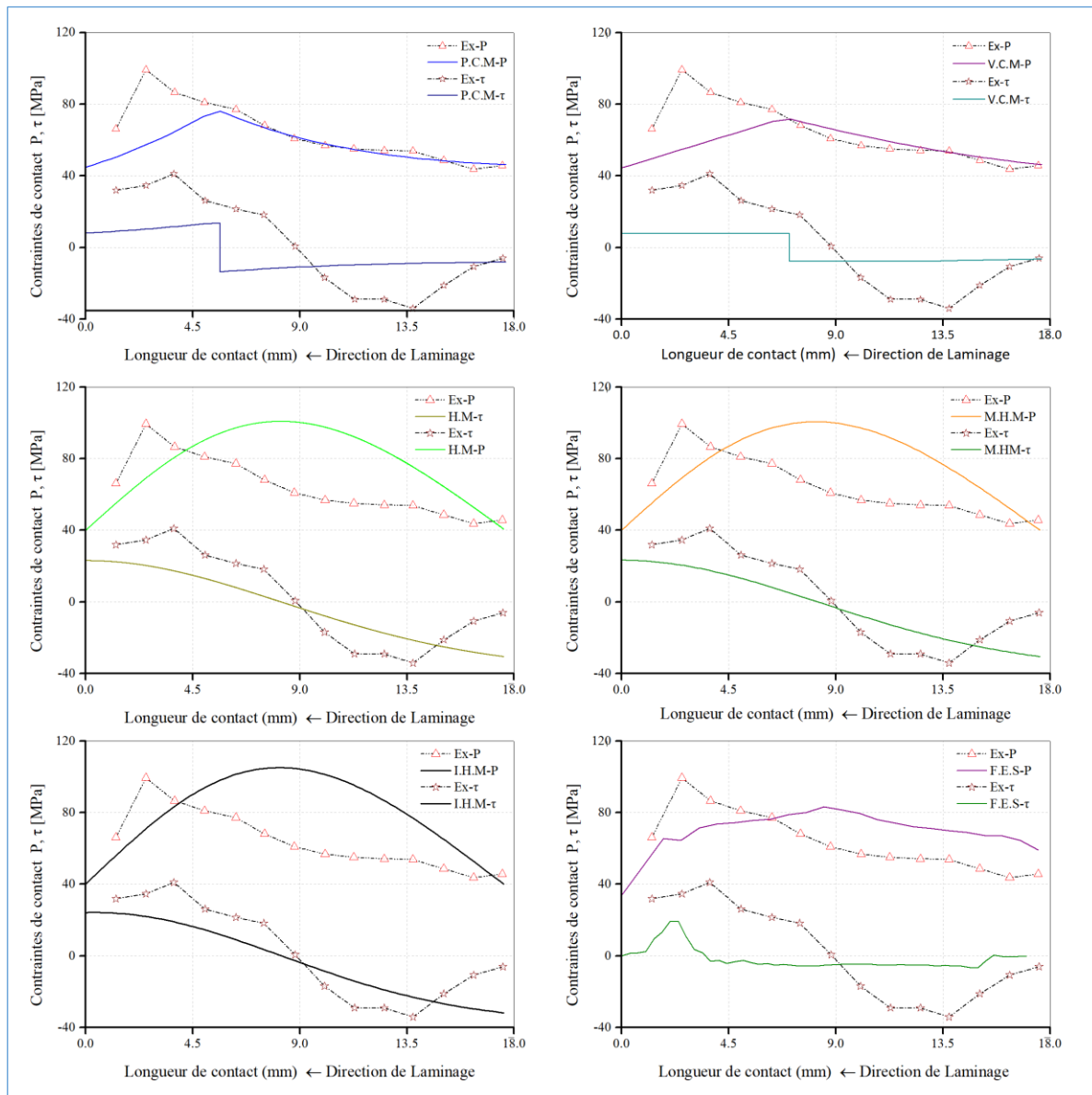


Figure III.13. Comparaison des pressions et contraintes de cisaillement prédites par le modèle classique (P.C.M), (V.C.M) et la simulation par éléments finis (F.E.S), le modèle hydrodynamique (IHM, MHM) à 487°C.

Les (figures III.11, III.12 et III.13) proposent une comparaison des contraintes de cisaillement et de pression, émanant des modèles, classique visqueux et plastique, du modèle basé sur la méthode des éléments finis, ainsi que du modèle hydrodynamique modifié et amélioré. Ces représentations visuelles ont été élaborées dans le dessein d'évaluer la précision inhérente à chaque modèle. Cette démarche analytique nous a permis de conclure que le modèle hydrodynamique, prenant en compte la variation de la viscosité en fonction de la pression de laminage, offre une concordance plus étroite avec la configuration expérimentale des champs de contraintes de pression, de frottement, et la position du point neutre, tout en respectant les conditions aux limites. Cette conclusion souligne l'importance de considérer la variabilité de la viscosité dans les modèles pour obtenir des prédictions plus fidèles des phénomènes de laminage.

Remarque :

La prise en compte de la variation de la viscosité en fonction de la pression de laminage conduit à des prédictions plus précises des champs de contraintes et de la position du point neutre.

B Hum et al [44] ont mesuré la force de laminage et le couple de laminage pour des réductions de 20, 30 et 40 % sur des bandes d'aluminium à haute température. Leurs données expérimentales sont utilisées dans le présent travail pour valider le modèle hydrodynamique amélioré (I.H.M) et le comparer au modèle classique plastique et visqueux (C.M.P, C.M.V).

La force F et C le couple de laminage sont respectivement calculés par (les équations III. 7-8)

$$F = b \int_0^{l_c} p dx \quad (III.7)$$

$$C = b \left(\int_0^{x_n} \tau R dx - \int_{x_n}^{l_c} \tau R dx \right) \quad (III.8)$$

Tableau III.4. Validation du model hydrodynamique amélioré.

Epaisseur Initiale (mm)	Red %	Vitesse de laminage (rpm)	Coefficient de Frottement	Force de laminage (N/mm)				Couple de laminage (Nm/mm)			
				Exp	C.M.P	C.M.V	I.H.M	Exp	C.M.P	C.M.V	I.H.M
Réduction nominale 20%											
6.28	21.02	20	0.0810	758	619	648	769	3.94	3.79	1.83	3.75
6.30	21.90	60	/	786	/	/	793	3.70	/	/	3.91
6.32	21.36	80	0.0844	834	628	670	696	5.00	3.75	0.85	3.8
6.31	21.87	100	0.0773	763	628	675	758	3.33	3.90	1.2	3.88
6.30	21.90	140	0.0789	844	630	671	879	6.05	3.99	1.52	3.88
6.31	21.55	200	0.0368	974	624	675	988	4.69	3.73	1.92	3.80
Réduction nominale 30%											
6.29	30.68	20	0.1141	1301	786	835	1304	8.30	5.81	3.45	5.54
6.28	30.41	60	/	1304	/	/	920	5.23	/	/	5.46
6.28	30.40	80	0.1180	1004	785	831	1041	7.29	5.58	1.6	5.33
6.29	31.48	100	0.1253	1087	815	877	1012	7.34	6.10	2.06	5.71
6.30	31.27	140	0.0734	1234	717	798	1156	7.44	5.30	2.32	5.66
6.32	31.80	200	0.1619	1060	880	940	1275	5.36	6.43	4.17	5.76
Réduction nominale 40%											
6.30	39.37	60	/	1486	/	/	1476	10.54	/	/	7.12
6.30	39.05	80	0.1805	1887	1024	984	1809	14.55	8.17	2.50	7.02
6.30	39.21	100	0.2100	1457	1029	1037	1427	8.88	8.193	3.34	7.17
6.30	40.00	140	0.0950	1559	836	956	1595	9.87	7.068	3.79	7.32
6.32	39.22	200	0.1796	1665	1030	1142	1854	7.93	7.950	6.32	7.19

L'absence du coefficient de frottement identifié expérimentalement, fourni par *B. Hum*, a limité la possibilité d'utiliser la méthode classique pour calculer la force *F* et le couple *C* de laminage aux taux de déformation de 21.90%, 30.41% et 39.37%. Le coefficient de frottement joue un rôle déterminant des résultats donnés par le modèle de calcul, car il influence l'interaction entre les surfaces de contact pendant le processus de laminage. Sans cette donnée essentielle, il est difficile d'obtenir des résultats fiables et significatifs.

Pour une meilleure appréhension des résultats et pour faciliter la comparaison entre les modèles de calcul et les données expérimentales, nous avons organisé les résultats de force et de couple du *tableau III.4* sous forme d'une matrice de corrélation, comme illustré dans la *figure III.14,15*.

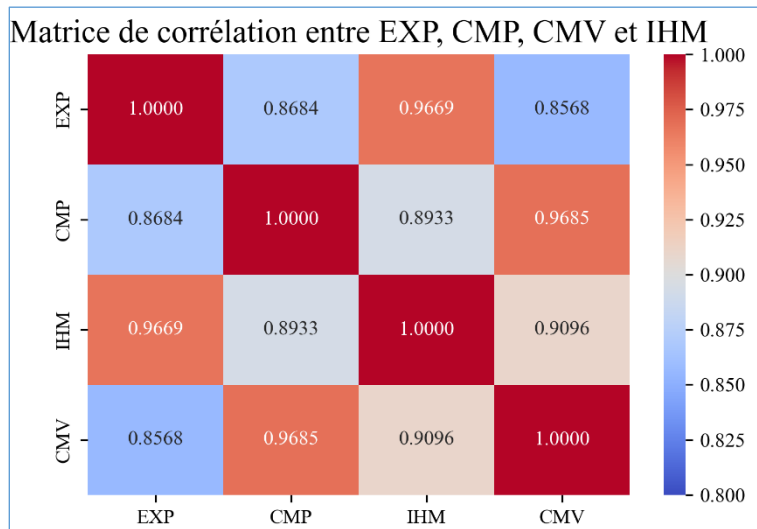


Figure III.14. Matrice de corrélation de la force de laminage.

Le modèle hydrodynamique amélioré démontre une corrélation exceptionnelle de la force de laminage en comparaison avec les modèles classiques plastique et visqueux, à travers diverses passes de laminage avec des taux de réduction et des vitesses de laminage variables. Selon la matrice de corrélation, le modèle hydrodynamique affiche une corrélation très proche de 1 par rapport aux données expérimentales, tandis que le modèle classique présente une corrélation avoisinant 0.87.

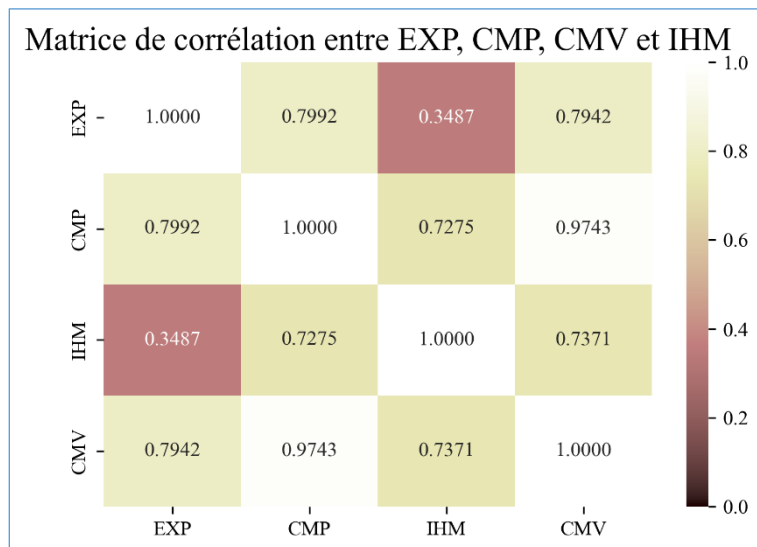


Figure III.15 Matrice de corrélation du couple de laminage.

La matrice de corrélation du couple de laminage met en évidence que les prédictions du modèle classique surpassent celles du modèle hydrodynamique. Cette observation pourrait être expliquée par le fait que le modèle hydrodynamique excelle davantage dans le laminage de films minces, où ses performances se démarquent. La nature du matériau, la géométrie du cylindre, et les conditions spécifiques du laminage peuvent influencer de manière significative la performance relative de ces modèles, soulignant l'importance de considérations détaillées pour obtenir des résultats précis.

3.6 Extension du modèle hydrodynamique

3.6.1 Modèle hydrodynamique généralisé (G.I.H.M)

Le modèle hydrodynamique a démontré une excellente capacité prédictive lors du laminage de l'aluminium à haute température, en considérant son comportement visqueux newtonien. Toutefois, il présente des limitations dans les cas de laminage relevant du domaine visqueux, ce qui le rend moins adapté aux exigences industrielles. Dans la suite de notre étude, nous avons élargi l'applicabilité du modèle hydrodynamique pour l'inclure dans le laminage de matériaux présentant des comportements plastiques et viscoplastiques.

3.6.2 Application du Modèle viscoplastique a la méthode hydrodynamique

En utilisant le modèle plastique de Von-Mises ($\bar{\sigma} = \sqrt{3J_2} = \sigma_0$) et la loi d'évolution $\dot{\epsilon}_{ij}^p = \lambda \frac{\partial f(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}}$,

Où λ est un multiplicateur plastique égal à la vitesse de déformation équivalent, $f(\sigma_{ij})$ est la fonction seuil, $\bar{\sigma}$ la contrainte équivalente, J_2 est le deuxième invariant du tenseur déviateur et σ_0 est la contrainte d'écoulement.

$$\text{On obtient : } S_{ij} = \frac{2}{3} \sigma_0 \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\bar{\epsilon}} \right) \frac{\dot{\epsilon}_{ij}}{\bar{\epsilon}}$$

Comportement viscoplastique donne : $\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + S_{ij}$, comme $\delta = 0$, donc $\sigma_{ij} = S_{ij}$. Dans le cas de laminage la contrainte de cisaillement : $\sigma_{xy} = S_{xy}$. Ce qui implique que :

$$S_{xy} = \tau = \frac{2}{3} \sigma_0 \frac{\dot{\epsilon}_{xy}}{\bar{\epsilon}} \quad (\text{III.9})$$

Modèle de *Norton-Hoff* donne :

$$\bar{\sigma} = \sigma_0 \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\bar{\epsilon}} \right) = K \bar{\epsilon}^m \begin{cases} m = 0 & (\text{Plastique}) \\ 0 < m < 1 & (\text{VP}) \\ m = 1 & (\text{Visqueux}) \end{cases} \quad (\text{III.10})$$

En remplaçant la contrainte d'écoulement σ_0 de (l'équation III.9 dans l'équation III.10) la contrainte de cisaillement s'écrit de la manière suivante :

$$\tau = \frac{2}{3} K \bar{\epsilon}^{m-1} \dot{\epsilon}_{xy} \quad (\text{III.11})$$

Calcul de la vitesse de déformation équivalente $\bar{\dot{\epsilon}}_{xy}$:

$$\bar{\dot{\epsilon}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{2\dot{\epsilon}_{xy}} \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{sgn} \left| \frac{\partial v_x}{\partial y} \right|$$

La fonction sgn renvoie le signe de son argument.

$$\dot{\epsilon}_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \text{ Comme } \frac{\partial v_y}{\partial x} \ll \frac{\partial v_x}{\partial y}, \text{ Donc } \dot{\epsilon}_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)$$

En remplaçant $\dot{\epsilon}_{xy}$ la vitesse de déformation équivalente s'exprime comme suit :

$$\bar{\dot{\epsilon}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left| \frac{\partial v_x}{\partial y} \right| \operatorname{sgn} \frac{\partial v_x}{\partial y} \quad (\text{III.12})$$

Ce qui nous permet d'écrire (l'équation III.11) comme suit :

$$\tau = \frac{2}{3} K \left[\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\partial v_x}{\partial y} \right]^{m-1} \frac{1}{2} \frac{\partial v_x}{\partial y}$$

La forme finale de la contrainte de cisaillement :

$$\tau = \frac{1}{(\sqrt{3})^{m+1}} K \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)^m \operatorname{sgn} \frac{\partial v_x}{\partial y} \quad (\text{III.13})$$

$$\operatorname{sgn} \dot{\epsilon}_{xy} = \begin{cases} +1 \operatorname{Si} \frac{\partial v_x}{\partial y} > 0 & \text{où } h_x > h_n \\ -1 \operatorname{Si} \frac{\partial v_x}{\partial y} < 0 & \text{où } h_x < h_n \end{cases}$$

Sous l'hypothèse de déformation plane ($\dot{\epsilon}_{yy} = 0$), en négligeant les forces inertielles et les forces internes et $\dot{\epsilon}_{xx} \ll \dot{\epsilon}_{xy}$. L'équation d'équilibre donne :

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0 \quad (\text{III.14})$$

Au centre de la tôle, $y = 0$ la contrainte de cisaillement $\tau = 0$ donc :

$$\tau = \frac{\partial p}{\partial x} y \quad (\text{III.15})$$

En remplaçant (l'équation III.13 dans III.15) le calcul donne :

$$\frac{1}{\sqrt{3}^{m+1}} K \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)^m = \frac{\partial p}{\partial x} y$$

Le développement donne :

$$\left(\frac{\partial v_x}{\partial y}\right)^m = \frac{\sqrt{3}^{m+1}}{K} \frac{\partial p}{\partial x} y \Rightarrow \frac{\partial v_x}{\partial y} = \left(\frac{\sqrt{3}^{m+1}}{K}\right)^{\frac{1}{m}} \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^{\frac{1}{m}} (y)^{\frac{1}{m}}$$

La vitesse en fonction de la direction y donne :

$$v_{x(y)} = \left(\frac{(\sqrt{3})^{m+1}}{K} \frac{\partial p}{\partial x}\right)^{\frac{1}{m}} \int (y)^{\frac{1}{m}} + C$$

$$v_{x(y)} = \left(\frac{(\sqrt{3})^{m+1}}{K} \frac{\partial p}{\partial x}\right)^{\frac{1}{m}} (y)^{\frac{m+1}{m}} \frac{m+1}{m} + C$$

Au point $y = h \Rightarrow v_x = v_r$, Donc : $v_r = \left(\frac{(\sqrt{3})^{m+1}}{K} \frac{\partial p}{\partial x}\right)^{\frac{1}{m}} (h)^{\frac{m+1}{m}} \frac{m+1}{m} + C$

- **Calcul de la constante C :**

$$C = v_r - \left[\left(\frac{(\sqrt{3})^{m+1}}{K} \frac{\partial p}{\partial x}\right)^{\frac{1}{m}} (h)^{\frac{m+1}{m}} \frac{m+1}{m}\right]$$

En remplaçant la constante C dans v_r la vitesse en fonction la direction y peut s'exprimer comme suit :

$$v_{x(y)} = \left(\frac{(\sqrt{3})^{m+1}}{K} \frac{\partial p}{\partial x}\right)^{\frac{1}{m}} \frac{m+1}{m} \left(y^{\frac{m+1}{m}} - h^{\frac{m+1}{m}}\right) + v_r \quad \text{(III.16)}$$

- **Calcul de la vitesse moyenne :**

$$v_{xm} = \frac{1}{h_x} \int_0^{h_x} v_x dy \quad \text{(III.17)}$$

En remplaçant (l'équation III.16 dans III.17), Donne :

$$v_{xm} = \frac{1}{h_x} \left(\frac{(\sqrt{3})^{m+1}}{K} \frac{\partial p}{\partial x}\right)^{\frac{1}{m}} \frac{m+1}{m} \left[\int \left(y^{\frac{m+1}{m}} - h^{\frac{m+1}{m}}\right) dy + v_r \int dy\right]$$

$$v_{xm} = \frac{1}{h_x} \left(\frac{(\sqrt{3})^{m+1}}{K} \frac{\partial p}{\partial x} \right)^{\frac{1}{m}} \frac{m+1}{m} \left[\frac{m}{2m+1} y^{\frac{2m+1}{m}} \Big|_0^{h_x} - h_x^{\frac{m+1}{m}} y \Big|_0^{h_x} \right] + v_r$$

Pour $y = h$ le calcul donne :

$$v_{xm} = \frac{1}{h_x} \left(\frac{(\sqrt{3})^{m+1}}{K} \frac{\partial p}{\partial x} \right)^{\frac{1}{m}} \frac{m+1}{m} \left[h_x^{\frac{2m+1}{m}} \left(\frac{-m-1}{2m+1} \right) \right] + v_r$$

Après développement la vitesse moyenne s'exprime comme suit :

$$v_{xm} = -(\sqrt{3})^{\frac{m+1}{m}} \frac{m}{2m+1} h_x^{\frac{m+1}{m}} \left(\frac{1}{K} \right)^{1/m} \left(\frac{dp}{dx} \right)^{1/m} + v_r \quad (\text{III.18})$$

Détermination du gradient de pression $\frac{\partial p}{\partial x}$ à partir de la vitesse moyenne de laminage

Étant donné que, selon le principe de conservation du volume :

$$\boxed{bh_x v_{xm} = bh_n v_n = bh_n v_r \cos \gamma}$$

Donc :

$$v_{xm} = \frac{h_n v_r \cos \gamma}{h_x}$$

Comme l'angle $\gamma \approx 0$, donc : $\cos \gamma \approx 1$

$$v_r - v_{xm} = v_r - \left(\frac{h_n}{h_x} v_r \right) \Rightarrow v_r \left(1 - \frac{h_n}{h_x} \right)$$

Donc :

$$v_r - v_{xm} = v_r \left(\frac{h_x - h_n}{h_x} \right) \quad (\text{III.19})$$

En remplaçant (l'équation III.19 dans III.18) le résultat du calcul est le suivant :

$$v_r \left(\frac{h_x - h_n}{h_x} \right) = -(\sqrt{3})^{\frac{m+1}{m}} \frac{m}{2m+1} h_x^{\frac{m+1}{m}} \left(\frac{1}{K} \right)^{1/m} \left(\frac{dp}{dx} \right)^{1/m}$$

Le gradient de pression donne :

$$\frac{dp}{dx} = \left[v_r \left(\frac{h_x - h_n}{h_x} \right) \right]^m \left[\left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^{m+1} \right] \left(\frac{2m+1}{m} \right)^m \left(\frac{1}{h_x^{m+1}} \right) K$$

Le gradient de pression à l'entrée et à la sortie du point neutre est donné par l'équation suivante :

$$\begin{cases} \frac{dp}{dx} = \left[\left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^{m+1} \left(\frac{2m+1}{m} \right)^m \left(\frac{1}{h_x^{m+1}} \right) \left(\frac{h_x - h_n}{h_x} \right) K v_r \right]^m & \text{a l'Entrée} \\ \frac{dp}{dx} = \left[\left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^{m+1} \left(\frac{2m+1}{m} \right)^m \left(\frac{1}{h_x^{m+1}} \right) \left(\frac{h_n - h_x}{h_x} \right) K v_r \right]^m & \text{a la Sortie} \end{cases} \quad (\text{III.20})$$

Nous avons un gradient de pression en fonction de la consistance du matériau K , et le coefficient de sensibilité aux vitesses de déformation m . En définissant $K = 3\eta$ et $m = 1$ les relations dérivées dans le cadre visqueux newtonien sont obtenus. Le comportement plastique est donné par $m = 0$, le calcul est impossible pour $m = 0$ nous avons division par 0, donc lors de la modélisation dans le comportement plastique du matériau laminé la valeur du coefficient de sensibilité aux vitesses de déformation m prendra le plus près possible de zéro ≈ 0 .

3.6.2.1 Résumé

Tableau III.5. Résumé des Équations Principales dans les modèles classique, hydrodynamique pour les comportements plastique, viscoplastique.

	Modèle classique	Modèle Hydrodynamique	
Hypothèse mécanique	$\frac{dh}{dx} \ll 1 \quad \dot{\epsilon}_{xy} \ll \dot{\epsilon}_{xx}$	$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad \frac{dv}{dx} \ll \frac{dv}{dy}$	
Loi de comportement	Plastique $\sigma_0 = K$ $\sigma_x - \sigma_y = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0$	Viscoplastique $S_{ij} = \frac{2}{3} \sigma_0 \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}} \right) \frac{\dot{\epsilon}_{ij}}{\dot{\epsilon}}$ $\sigma_0 \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}} \right) = K \dot{\epsilon}^m$ $\dot{\epsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\partial v_x}{\partial x}$	Viscoplastique $S_{ij} = \frac{2}{3} \sigma_0 \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}} \right) \frac{\dot{\epsilon}_{ij}}{\dot{\epsilon}}$ $\sigma_0 \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}} \right) = K \dot{\epsilon}^m$ $\dot{\epsilon} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\partial v_x}{\partial y}$
	Loi de frottement	$\tau = -\mu \min \left\{ \sigma_n \frac{\overline{vg}}{ vg }, \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \right\}$	$\tau = -\alpha (v_x - v_n)^p$
Équation d'équilibre	$h \frac{d\sigma_x}{dx} = (\sigma_y - \sigma_x) \frac{dh}{dx} - \tau$	$h \frac{d\sigma_x}{dx} = (\sigma_y - \sigma_x) \frac{dh}{dx} - \tau$	$-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0$

3.6.2.2 Résultats et discussions

Dans le but d'évaluer la précision des résultats du model hydrodynamique généralisé, une analyse comparative a été menée. Cette démarche implique la confrontation des résultats engendrés par notre

modèle avec ceux issus du modèle classique de *Karman-Tiliskov*, en parallèle avec des résultats expérimentaux tirées de la littérature [21,29]. Les données empiriques sont présentées dans le tableau suivant.

Tableau III.6. Données de laminage [21,29].

MATÉRIAUX	Température de Laminage	Épaisseur Initial	Réduction	Rayon du Cylindre	Vitesse de Laminage	
	C°	(mm)	%	(mm)	(mm/s)	
ALUMINIUM A 1100-H14	300	6.28	37.86	124.9	157	
			28.46			
	100	6.28	39.52			
			21.02			
	22	6.28	37.10			
			28.87			
	3.17	31.90				
		21.77				
ALUMINIUM B	Laminage à Froid	6.27	14.17	79.38	160.02	
			21.86			
			34.41			
			29.40			
			2.03			33.75
			2.06			22.83
CUIVRE	Laminage à Froid	6.35	8.8	79.38	160.02	
			10			
			14.80			
			17.60			
			22.76			
			1.56			28.45

Les tableaux III.7 et III.8 exposent les résultats simulés de la force et du couple de laminage obtenues par la simulation numérique. Pour enrichir davantage l'analyse comparative entre le modèle hydrodynamique et le modèle classique, une confrontation avec les résultats expérimentaux est effectuée. Cette comparaison implique deux types d'aluminium (A et B), ainsi que le cuivre, soumis à des taux de déformation et des températures de laminage variés, incluant également des variations d'épaisseur d'entrée.

L'objectif est d'évaluer la capacité prédictive et la précision de chaque modèle dans un large éventail de conditions, englobant des variations significatives de déformation, température et épaisseur d'entrée à la passe de laminage. Ce processus d'évaluation permet de tirer des conclusions plus nuancées sur la capacité de chaque modèle, ainsi que sur leur adéquation aux propriétés spécifiques des matériaux en question. En conclusion, l'analyse comparative menée dans cette étude constitue une base solide pour la sélection et l'application judicieuses du modèle hydrodynamique dans l'application industriel.

Tableau III.7. Force de laminage.

MATÉRIAUX	T° de Laminage	Épaisseur Initiale	Réduction	Force Calculé		Force Expérimental	
				G.I.H.M	C.M	Transducteur	Pins
				C°	Mm	%	KN/m
ALUMINIUM A 1100-H14	22	6.28	37.10	3902.61	4709.91	3952	3832
			28.87	3283.42	3877.82	3287	3243
		3.17	31.90	2712.06	3251.25	2410	2883
			21.77	1782.68	1870.46	1633	1746
	100	6.28	39.52	3630.89	4602.22	3313	3457
			21.02	2290.99	2891.63	1998	1912
	300	6.28	37.86	3898.00	4540.67	3881	4030
			28.46	2802.42	3552.79	3041	2980
ALUMINIUM B	T° de Laminage	Épaisseur Initiale	Réduction	Force Calculé		Intégrale Expérimental	Modèle de Bland & Ford [40]
				G.I.H.M	C.M		
	C°	Mm	%	KN/m			
				Laminage à Froid	6.27	14.17	887.17
	21.86	1315.28	1108.39			1281.73	842.78
	34.41	2115.79	1559.41			2109.06	1161.28
	29.40	1522.12	1371.10			1569.93	1024.61
	2.03	33.75	1439.45		1041.55	1359.71	754.75
2.06	22.83	822.00	754.14		814.21	552.46	
CUIVRE	T° de Laminage	Épaisseur Initiale	Réduction	Force du Laminage			modèle de Bland & Ford [40]
				G.I.H.M	C.M	Intégrale Expérimental	
	C°	Mm	%	KN/m			
				Laminage à Froid	6.35	8.8	1018.10
	10	1219.80	1402.57			1209.15	1182.90
	14.80	2187.44	2070.70			2188.21	1655.05
	17.60	2741.29	2477.96			2667.70	1983.21
	1.56	22.76	2595.92		2058.75	2573.88	1355.08
28.45		3657.97	2767.78		3596.18	1720.30	

Tableau III.8. Couple de laminage.

MATÉRIAUX	T° de Laminage	Épaisseur Initiale	Réduction	Couple Calculé		Couple Expérimental		
				G.I.H.M	C.M	Transducteur	Pins	
	C°	Mm	%	KN.m/m				
ALUMINIUM A 1100-H14	22	6.28	37.10	34.11	47.74	32	N/A	
			28.87	25.79	34.98	20.07	17.94	
		3.17	31.90	16.32	21.70	15.02	16.62	
			21.77	8.2	9.07	7.44	7.26	
	100	6.28	39.52	27.35	42.40	34.46	27.63	
			21.02	13.63	19.90	13.34	13.08	
	300	6.28	37.86	32.01	42.89	35.64	35.47	
			28.46	22.9	31.45	30.88	26.03	
	ALUMINIUM B	T° de Laminage	Épaisseur Initiale	Réduction	Couple Calculé		Capteur de Couple	Modèle de Bland & Ford
					G.I.H.M	C.M		
C°		Mm	%	KN.m/m				
Laminage à Froid		6.27	2.03	14.17	2.57	3.23	1.94	2.35
				21.86	3.54	5.38	3.18	3.93
				34.41	7.10	9.28	8.12	6.75
				29.40	5.61	7.57	6.18	5.43
	2.06	33.75	3.79	3.51	2.83	2.38		
2.06	22.83	1.33	2.16	1.25	1.47			
CUIVRE	T° de Laminage	Épaisseur Initiale	Réduction	Couple Calculé		Capteur de Couple	Modèle de Bland & Ford	
				G.I.H.M	C.M			
	C°	Mm	%	KN.m/m				
	Laminage à Froid	6.35	1.56	8.8	3.90	3.80	2.48	3.00
				10	4.66	4.47	2.90	3.56
				14.80	9.82	7.93	6.36	6.08
				17.60	7.85	10.28	7.24	7.89
1.56		22.76	5.75	4.74	3.89	3.03		
		28.45	6.40	7.03	6.00	6.00		

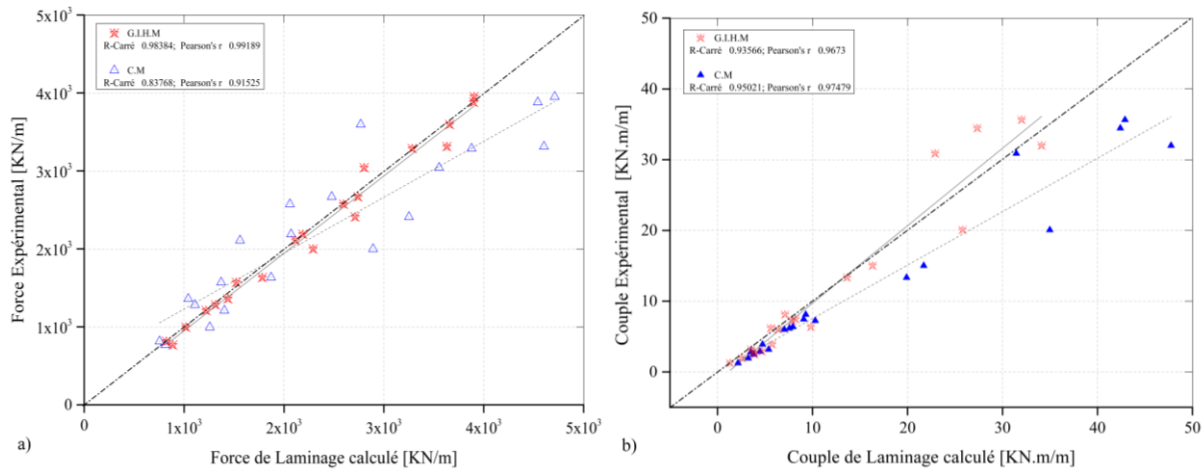


Figure III.16. Comparaison des prédictions entre les modèles, hydrodynamique généralisé (G.I.H.M) et classique (C.M) avec les mesures expérimentales de la force et du couple de laminage. Utilisation des coefficients de corrélation de *Pearson* (r) et de détermination (R^2) pour évaluer la concordance linéaire entre les deux méthodes et les données expérimentales. a) Comparaison des prédictions de la force de laminage. b) Comparaison des prédictions du couple de laminage.

Dans la *Figure III.16a*, des comparaisons sont effectuées entre la force de laminage mesuré expérimentalement et calculé par le Modèle Hydrodynamique Généralisé (G.I.H.M) et le Modèle Classique (C.M). L'analyse de la distribution des points montre que le modèle hydrodynamique offre de meilleures prédictions que le modèle classique. Ces résultats constituent de bons indicateurs pour évaluer la pertinence du modèle. Cependant, afin de réaliser une analyse plus complète des résultats des deux modèles, nous avons ajusté les points de force à l'aide d'une équation linéaire, ce qui permet de calculer le coefficient de détermination (R^2) et le coefficient de corrélation de *Pearson* (r). Le modèle (G.I.H.M) présente une forte corrélation linéaire avec les données expérimentales, avec $R^2=0.99$ et $r=0.99$, tandis que le modèle classique (C.M) montre une relation linéaire d'environ $R^2=0.84$ et $r=0.92$. La *Figure III.16b* illustre la comparaison du couple de laminage expérimental avec les deux modèles de calcul. Contrairement aux résultats de la *Figure III.16a*, la proportion de variance est plus élevée pour le modèle classique que pour le modèle hydrodynamique. Cela s'explique par l'équation III.15 indiquant que la contrainte de frottement, dépend principalement du gradient de pression, est maximale au contact Métal-Cylindre ($y=h$), puisque le couple est obtenu à partir des contraintes de frottement calculées au contact Métal-Cylindre. Cependant, avec une qualité de régression linéaire d'environ $R^2=0.94$ et $r=0.97$, les prédictions du modèle G.I.H.M concernant le couple de laminage sont satisfaisantes.

Les données, telles que la force et couple de laminage, sont des indicateurs cruciaux pour évaluer la validité des modèles de prédiction. Toutefois, ces paramètres, bien qu'importants, ne fournissent qu'une vue partielle du problème. Ainsi, il est impératif d'approfondir l'analyse en examinant et en comparant la distribution des contraintes le long du foyer de déformation. Cette démarche s'appuie sur les résultats issus du modèle hydrodynamique généralisé amélioré (G.I.H.M) ainsi que du modèle classique (C.M), les quels sont confrontés aux données expérimentales.

Cette approche plus exhaustive permet d'acquérir une compréhension plus détaillée sur la performance du modèle hydrodynamique généralisé. Elle offre une perspective plus fine des mécanismes sous-jacents, en considérant la variation des contraintes de pression et de cisaillement tout au long de la zone de déformation. En étudiant ces distributions, on peut mieux évaluer la capacité des modèles à saisir les phénomènes de laminage telle que la position du point neutre, conditions aux limites et à

prédire avec précision le comportement du matériau lors du laminage. De cette manière, l'évaluation ne se limite pas aux grandeurs physique telle que couple et l'effort de laminage.

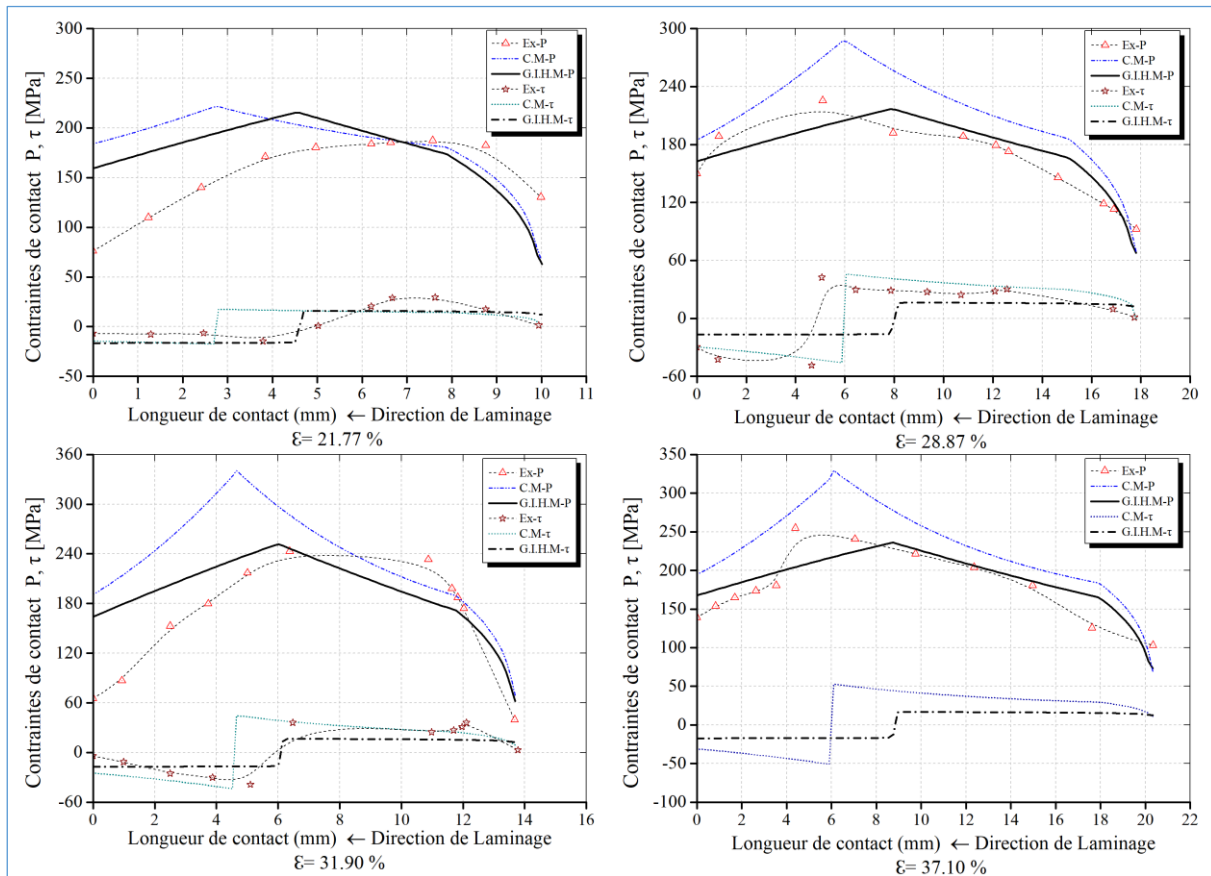


Figure III.17. Comparaisons des contraintes de contact expérimentales avec les résultats prédits par le modèle hydrodynamique généralisé amélioré (G.I.H.M) et le modèle classique (C.M) pour le laminage d'aluminium (A) à 22°C.

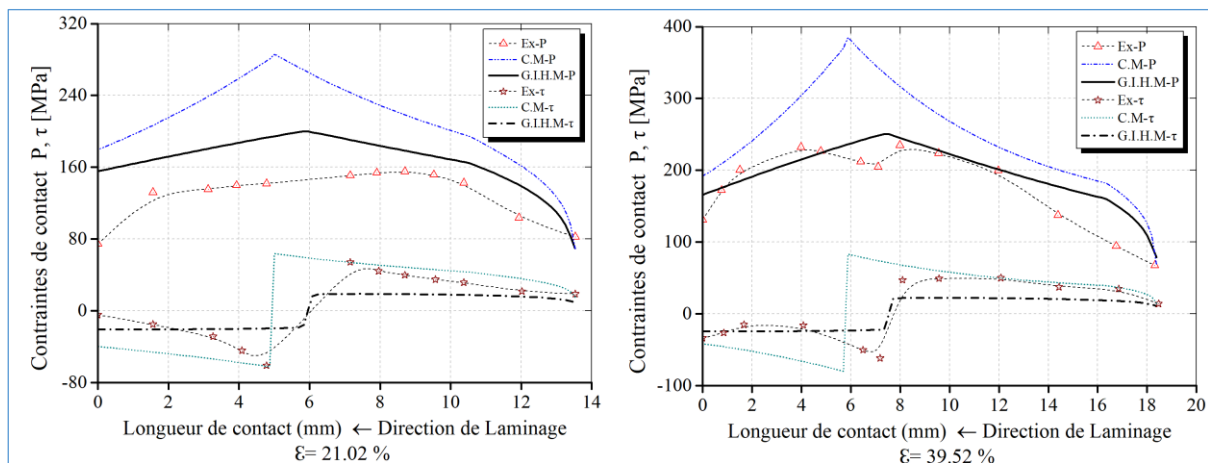


Figure III.18. Comparaisons des contraintes de contact expérimentales avec les résultats prédits par le modèle hydrodynamique généralisé amélioré (G.I.H.M) et le modèle classique (C.M) pour le laminage d'aluminium (A) à 100°C.

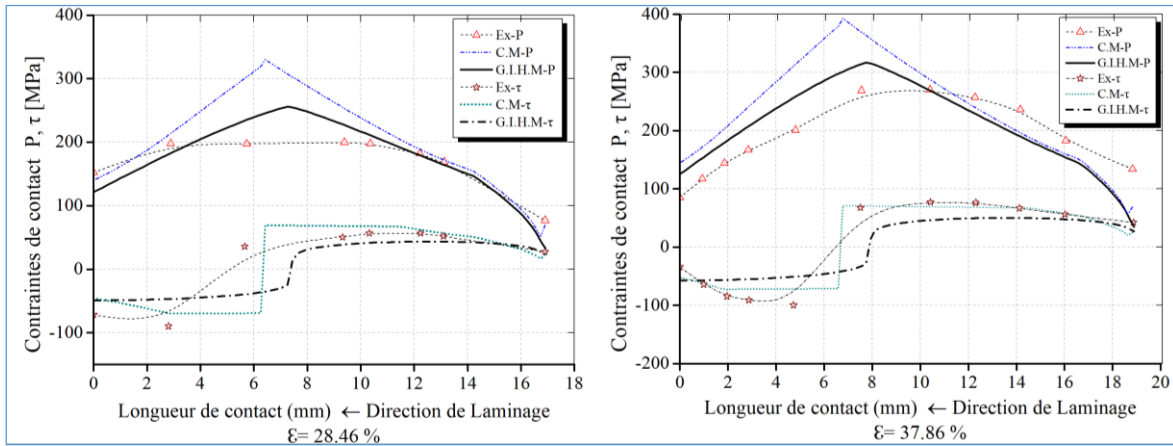


Figure III.19. Comparaisons des contraintes de contact expérimentales avec les résultats prédits par le modèle hydrodynamique généralisé amélioré (G.I.H.M) et le modèle classique (C.M) pour le laminage d'aluminium (A) à 300°C.

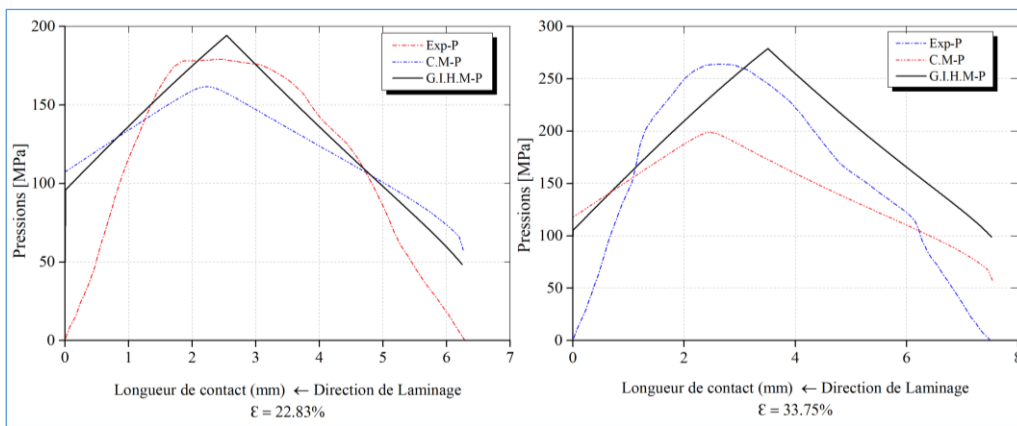


Figure III.20. Comparaison de la pression de laminage expérimentales avec les résultats prédits par les modèles généralisé hydrodynamique amélioré (G.I.H.M) et classique (C.M) lors du laminage à froid d'une bande d'aluminium (B) de 2 mm d'épaisseur initiale.

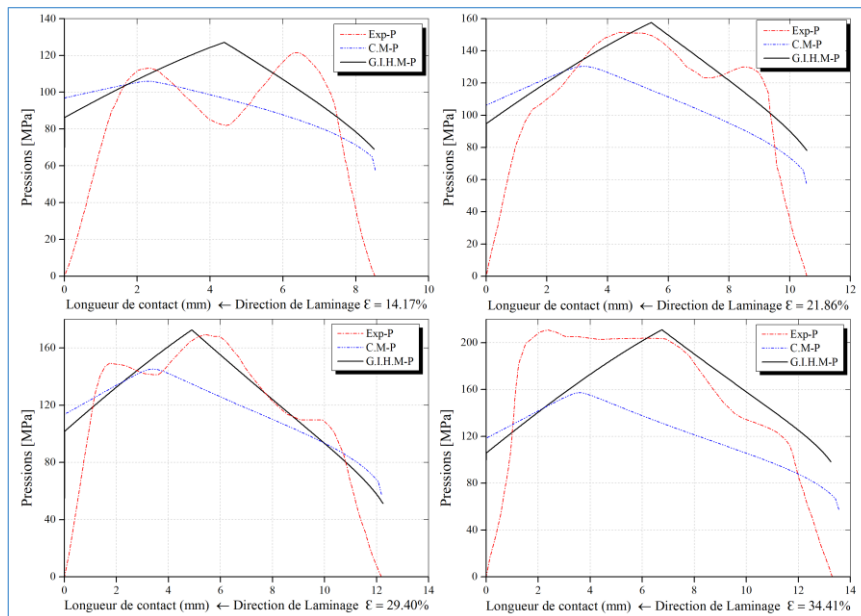


Figure III.21. Comparaison de la pression de laminage expérimentales avec les résultats prédits par les modèles généralisé hydrodynamique amélioré (G.I.H.M) et classique (C.M) lors du laminage à froid d'une bande d'aluminium (B) de 6 mm d'épaisseur initiale.

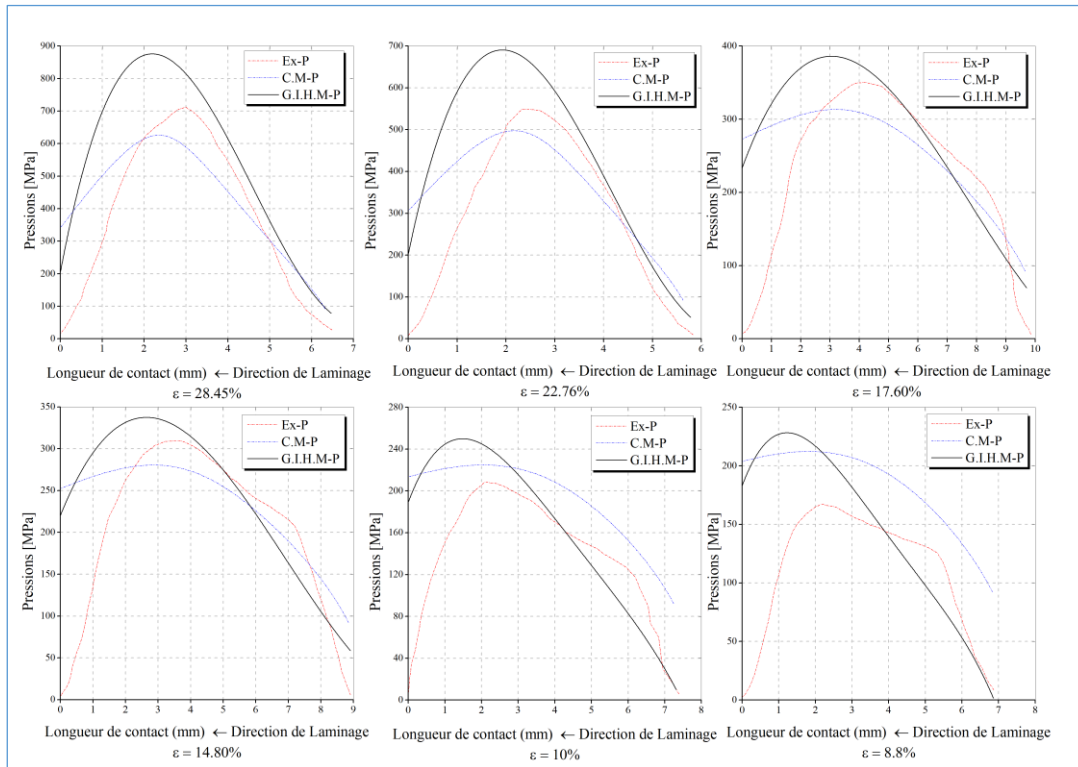


Figure III.22. Comparaison des pressions entre l'expérimentales et les résultats prédits par le modèle hydrodynamique généralisé amélioré (G.I.H.M) et le modèle classique (C.M) pour le laminage à froid d'une bande de cuivre.

3.6.2.3. Analyse comparative des modèles de prédiction à partir des courbes de contraintes de contact

Les figures III. 17, 18, 19, 20, 21 et 22 comparent les résultats issus du modèle hydrodynamique généralisé à ceux du modèle classique avec les mesures expérimentales provenant de la littérature [48,35].

- **Comparaison des pressions:**

Le modèle hydrodynamique généralisé présente des prédictions de pression plus précises que le modèle classique. Cette observation est cohérente avec les résultats expérimentaux et souligne la capacité du modèle hydrodynamique à capturer les effets non linéaires du laminage.

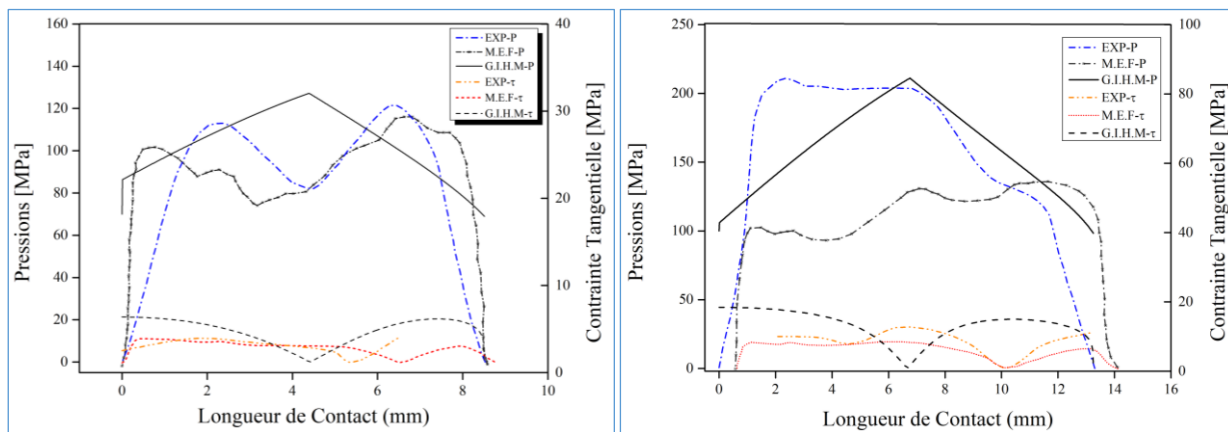
- **Comparaison des contraintes de frottement:**

Les performances des modèles dépendent de l'épaisseur du matériau.

Le modèle classique offre de meilleures prédictions pour les fortes épaisseurs, tandis que le modèle hydrodynamique est plus performant pour les faibles épaisseurs.

Cela peut s'expliquer par la nature de la (Equation III.15) qui établit la contrainte de frottement en fonction de la hauteur et de la nature du matériau laminé (*loi de comportement*), qui n'est pas parfaitement capturée par le modèle hydrodynamique dans le cas des fortes épaisseurs.

L'introduction d'un coefficient de frottement dépendant de la nature du contact pourrait améliorer les prédictions du modèle hydrodynamique pour les fortes épaisseurs. Cette modification permettrait de mieux prendre en compte la relation de contact entre le matériau et le cylindre dans le cas des matériaux épais.



a)

b)

Figure III.23. Comparaison des contraintes de contact expérimentales avec les résultats prédits par le modèle hydrodynamique généralisé amélioré (G.I.H.M) et la méthode des éléments finis pour le laminage d'aluminium a) $\varepsilon = 14.7\%$ b) $\varepsilon = 34.41\%$.

Remarque :

Dans la figure III. 23.a, b) Les allures des prédictions des modèles hydrodynamique et classique diffèrent des allures des mesures expérimentales pour les fortes épaisseurs. Cette divergence est due à l'absence de prise en compte de l'élargissement dans les modèles, ce qui est crucial pour les simulations de laminage de matériaux épais.

Afin de mieux comparer les prédictions des modèles classique et hydrodynamique généralisé, des points de corrélations sont présentées dans la figure III.24.

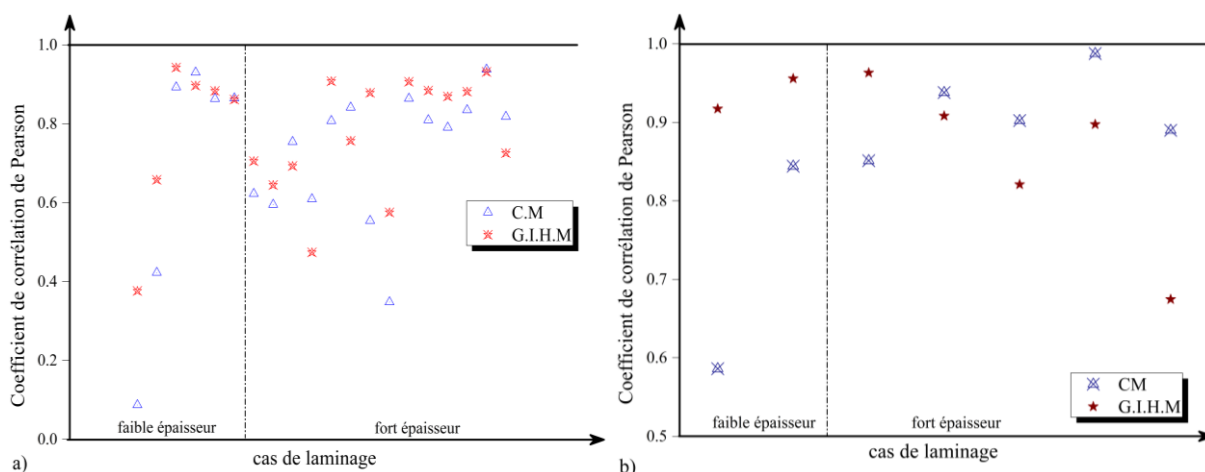


Figure III.24. Comparaison des données expérimentales avec les prédictions du modèle (G.H.I.M) et du modèle classique (C.M) pour les épaisseurs minces et épaisses. a) Analyse de la corrélation de la distribution de la pression de laminage. b) Analyse de la corrélation des contraintes de cisaillement.

La Figure III.24a présente une comparaison entre les prédictions des champs de contraintes de pression générés par les deux méthodes de calcul et la distribution expérimentale des contraintes de pression le long de la zone de déformation. Afin de réaliser une analyse plus complète, cette comparaison est exprimée en termes de coefficients de corrélation (r) pour les deux modèles et les données expérimentales pour chaque cas de laminage. Le modèle hydrodynamique généralisé amélioré (G.I.H.M) présente une corrélation moyenne d'environ 0.87 pour tous les différents cas de laminage,

tandis que le Modèle Classique (C.M) affiche une corrélation moyenne de 0.81. Ces résultats confirment de manière significative la fiabilité et la précision du Modèle Hydrodynamique Généralisé dans la caractérisation du comportement des contraintes de pression tout au long de la zone de déformation. De plus, nous avons observé que la divergence entre les deux modèles est plus prononcée dans les cas de laminage impliquant des épaisseurs plus fines, renforçant ainsi l'hypothèse initiale selon laquelle le laminage à faible épaisseur est principalement associé au cisaillement plutôt qu'à l'écrasement. La *Figure III.24b* présente la corrélation des contraintes tangentes (τ) pour les deux méthodes de calcul avec les données expérimentales. En analysant les points de corrélation, nous pouvons conclure que le modèle (G.H.I.M) présente une bonne cohérence avec la distribution expérimentale des contraintes de frottement. Cette analyse est particulièrement valide pour le laminage à faible épaisseur. En revanche, pour les cas impliquant des épaisseurs plus épaisses, le modèle classique démontre une analogie plus significative. Cela met en évidence la force du modèle classique lorsque la loi de frottement appropriée est choisie et que le coefficient de frottement est correctement identifié. Dans ce cas, nous sommes plus proches de la réalité, ce qui diffère du (G.I.H.M). L'avantage du modèle hydrodynamique réside dans le fait que nous ne sommes pas obligés d'identifier le coefficient de frottement pour chaque cas de laminage et matériau. D'autre part, les contraintes de cisaillement ne dépendent pas d'une loi de frottement, ce qui réduit sa précision par rapport au modèle classique. Néanmoins, avec une corrélation moyenne d'environ 0.91 pour tous les cas de laminage testés, nous pouvons dire que le modèle hydrodynamique montre une précision plus prometteuse par rapport aux données expérimentales.

3.6.3 Exploitation du modèle

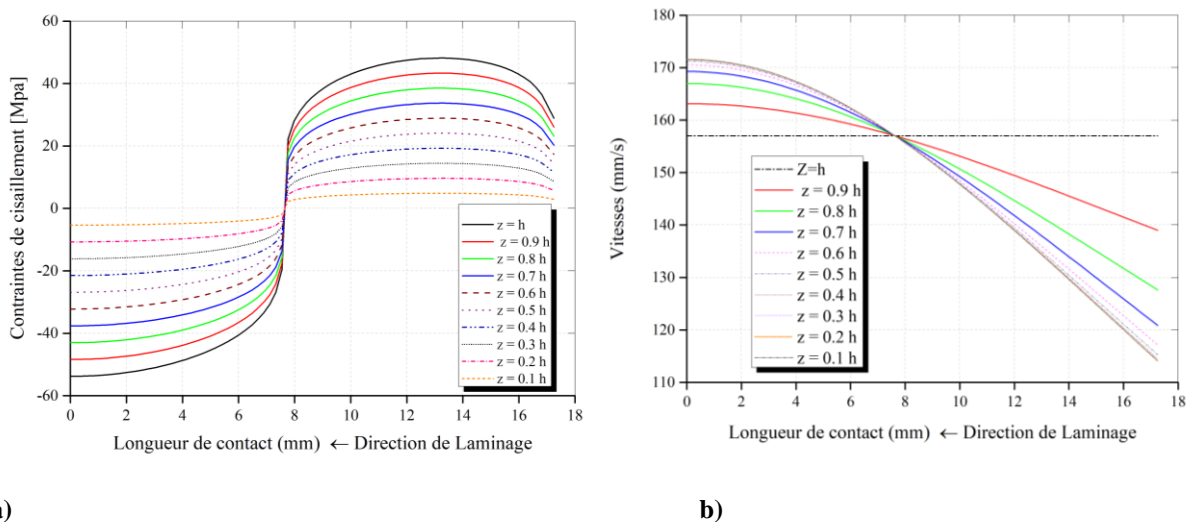


Figure III.25. Variation de, a) la contrainte de cisaillement b) la vitesse de laminage suivant la hauteur de la bande.

La *Figure III.25.a* illustre l'évolution de la contrainte de cisaillement le long de la zone de laminage. Les courbes sigmoïdales représentent les variations de la contrainte de cisaillement tout au long de la zone de déformation, passant de valeurs positives à des valeurs négatives au point neutre. À ($y = h$), les contraintes de cisaillement atteignent leur valeur maximale, et à mesure que l'on se rapproche du centre de la tôle (avec y approchant zéro), la contrainte de cisaillement diminue progressivement jusqu'à atteindre zéro. Dans la *Figure III.25. b*, nous examinons la variation de la vitesse de laminage le long de la zone de déformation en fonction de la hauteur de la tôle. Lorsque $y = h$, au point de

contact Métal-Cylindre, la vitesse reste constante de l'entrée à la sortie de la zone de déformation ($v_i = v_r$). En utilisant le modèle hydrodynamique, nous avons tracé la variation de la vitesse par rapport à l'épaisseur de la bande, ce qui nous a permis d'observer qu'à l'entrée de la zone de déformation, la vitesse de laminage au centre de la bande est inférieure à celle en surface. À la sortie de la zone de déformation, la vitesse subit un changement significatif, la vitesse au centre étant supérieure à la vitesse en surface. Au point neutre, la vitesse reste constante en fonction de la hauteur de la tôle ($v_n = v_r$).

3.6.4 Modélisation thermique

Dans le cadre de la résolution mécanique du problème, qui vise à déterminer les contraintes et les vitesses, la précision de la connaissance de la contrainte d'écoulement est cruciale pour garantir la fiabilité des résultats de calcul. Dans le cas du laminage, cette contrainte d'écoulement dépend fortement de la température, justifiant ainsi la nécessité de comprendre son évolution au sein de la zone de déformation.

Cette section se consacre à la création d'un code de calcul visant à décrire l'évolution de la température dans le foyer de déformation. Cette zone spécifique présente deux types de phénomènes thermiques. Le premier contribue à l'élévation de la température du matériau laminé en raison du travail dédié à la déformation plastique, qui se dissipe sous forme de chaleur, ainsi que des contraintes de frottement. Le second est associé au contact entre le métal et le cylindre, ce qui permet de réduire la température du laminé [79-81].

$$\Delta T^\circ = \Delta T^\circ \varpi + \Delta T^\circ \text{frot} - \Delta T^\circ c \quad (\text{III.21})$$

ΔT° : Variation de la température de la tôle dans le foyer de déformation.

$\Delta T^\circ \varpi$: Variation de la température due au travail de déformation plastique.

$\Delta T^\circ \text{frot}$: Variation de la température due au frottement.

$\Delta T^\circ c$: Variation de la température due au contact métal-cylindre.

L'équation de chaleur, fondamentale en thermodynamique, modélise la propagation et la distribution temporelle des températures dans un matériau. Elle se présente comme suit :

$$\rho c \left(\frac{\partial T^\circ}{\partial t} + V_x \frac{\partial T^\circ}{\partial x} + V_y \frac{\partial T^\circ}{\partial y} + V_z \frac{\partial T^\circ}{\partial z} \right) = \left(\frac{\partial^2 T^\circ}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T^\circ}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T^\circ}{\partial z^2} \right) \quad (\text{III.22})$$

Elle est au cœur des analyses thermiques, fournissant un instrument crucial pour appréhender les mécanismes de transfert de chaleur. Cette équation exprime que la chaleur générée par la déformation plastique en un point donné (x, y, z) de l'espace est évacuée par le déplacement du point matériel chauffé $\left(V_x \frac{\partial T^\circ}{\partial x} \right)$ et par conduction $\left(\frac{\partial^2 T^\circ}{\partial x^2} \right)$, le reste étant consacré à élever la température de ce point dans l'espace $\left(\rho c \frac{\partial T^\circ}{\partial t} \right)$.

Étant donné que le mouvement de la bande est stationnaire, nous avons : $\frac{\partial T^\circ}{\partial t} = 0$

Nous considérons un modèle monodimensionnel c'est-à-dire que nous négligeons la variation de la température suivant la direction transversale et normale $\vec{Z}; \vec{Y}$:

$$\frac{\partial T^\circ}{\partial y}; \frac{\partial T^\circ}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial T^\circ}{\partial x} \gg \frac{\partial T^\circ}{\partial y} \text{ et } \frac{\partial T^\circ}{\partial x} \gg \frac{\partial T^\circ}{\partial z}$$

Nous pouvons alors écrire :

$$\rho c V_x \frac{\partial T^\circ}{\partial x} = W(x) + \lambda \frac{\partial^2 T^\circ}{\partial x^2} \quad (\text{III.23})$$

(L'équation III.23) représente une équation différentielle dont la résolution est particulièrement complexe. Dans cette étude, nous exposerons une approche simplifiée que nous avons développée pour résoudre ce problème.

3.6.4.1 Présentation du modèle

Nous examinons la variation de la température dans la direction du laminage, en prenant en compte trois flux principaux : le réchauffement dû à la déformation plastique et au frottement entre le cylindre et la tôle, ainsi que le refroidissement résultant du contact avec le cylindre.

a) Echauffement dû à la déformation plastique

Dans cette approche, nous supposent que la totalité de l'énergie associée à la déformation plastique se dissipe intégralement sous forme de chaleur. Cette hypothèse implique que l'énergie mécanique fournie au matériau est transformée en énergie thermique.

$$\sigma \varepsilon = \vartheta \quad \text{et } \vartheta = \frac{dQ}{dt}$$

Avec :

ϑ :Energie dissipée.

$\frac{dQ}{dt}$: Apport de chaleur.

$$\bar{\sigma} \cdot \bar{\varepsilon} = \frac{dQ}{dt} = \bar{\sigma} \frac{d\bar{\varepsilon}}{dt} \rightarrow dQ = \bar{\sigma} \cdot d\bar{\varepsilon} \quad (\text{III.24})$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \left(\frac{h_x}{h_e} \right) \Rightarrow d\bar{\varepsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{dh}{h} \quad (\text{III.25})$$

Avec : $dh = R \sin \varphi d\varphi$

On pose $\bar{\sigma} = \sigma_0$ le calcul donne :

$$dQ = \sigma_0 \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{R}{h} \sin \varphi d\varphi \quad (\text{III.26})$$

Un bilan thermique sur un élément de volume donne :

$$dv \rho c dt = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 R \sin \varphi d\varphi \quad (\text{III.27})$$

$$dv = bh dx$$

Donne la forme finale du bilan :

$$dt = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{1}{\rho c} \sigma_0 \sin \varphi d\varphi \quad (\text{III.28})$$

b) Echauffement dû au frottement

Le laminage génère un échauffement par frottement entre la tôle et le cylindre. Ce phénomène est causé par la force tangentielle s'opposant au mouvement relatif des deux surfaces. Cette force de friction dissipe l'énergie mécanique sous forme de chaleur, contribuant ainsi à l'augmentation de la température du système.

En utilisant un rapport de diffusivité :

$$\chi = \frac{f_t}{f_t + f_c}$$

Avec :

$$f_t = \sqrt{\lambda_t \rho_t c_t} \quad \text{de la tôle.}$$

$$f_c = \sqrt{\lambda_c \rho_c c_c} \quad \text{du cylindre.}$$

Le flux de chaleur dû au frottement reçu par la bande s'écrit comme suit :

$$\phi = \tau \cdot \chi \cdot \Delta v \quad (\text{III.29})$$

$$\Delta V = v - v_r = \frac{v_n h_n}{h_x} - v_n \quad (\text{III.30})$$

Donne :

$$\Delta v = \frac{\omega R h_n}{h_x} - \omega R \quad (\text{III.31})$$

ω : La vitesse angulaire du cylindre de travail.

$$\Delta v = \omega R h_n \left(\frac{1}{h_x} - \frac{1}{h_n} \right) = v_r h_n \left(\frac{1}{h_x} - \frac{1}{h_n} \right)$$

Donne :

$$\Delta t = v_r \left(\frac{h_n}{h_x} - 1 \right) \quad (\text{III.32})$$

En considérant un bilan thermique sur un élément de volume, on écrit :

$$b \cdot h_x \cdot d_x \rho \cdot c \cdot dt = \chi \cdot \tau \cdot v_r \left| \frac{h_n}{h_x} - 1 \right| dt \cdot R \cdot d\varphi \cdot b \quad (\text{III.33})$$

Ce qui implique :

$$h_x \cdot d_x \rho \cdot c \cdot dt = \chi \cdot \tau \cdot v_r \left| \frac{h_n}{h_x} - 1 \right| \frac{dx}{v_r} \cdot R \cdot d\varphi \quad (\text{III.34})$$

Donc la forme finale du bilan donne :

$$dt = \frac{\chi}{\rho \cdot c} \cdot \tau \cdot \left| \frac{h_n}{h_x} - 1 \right| \frac{R}{h_x} \cdot d\varphi \quad (\text{III.35})$$

c) Refroidissement du au contact métal-cylindre

La loi de Fourier, fondamentale en conduction thermique, énonce que le flux de chaleur à travers une surface est proportionnel à la différence de température entre les deux côtés et à la conductivité thermique du matériau. Donc elle décrit le transfert de chaleur à travers un matériau en fonction du gradient de température.

En utilisant la loi de Fourier à la surface on obtient :

$$\vartheta \Delta T^\circ = q \quad (\text{III.36})$$

Avec :

ϑ Représente le coefficient d'échange thermique entre les deux matériaux, et ΔT° représente la différence de température entre la tôle et le cylindre

Le coefficient d'échange thermique entre les deux matériaux est représenté par ϑ , tandis que ΔT° désigne la différence de température entre la tôle et le cylindre. Et la densité du flux thermique q est représenté par la formule suivante :

$$q = \frac{dQ}{dt \cdot ds} \quad (\text{III.37})$$

dQ : Quantité de chaleur échauffée avec un élément de surface du cylindre.

ds : Unité de surface.

Ceci implique :

$$q = \frac{dQ}{dt.ds} = \mathcal{G}\Delta T^\circ = \frac{1}{R_c} \Delta T^\circ \quad (\text{III.38})$$

Un bilan thermique sur un élément de volume donne :

$$\rho.c.dt.dV = dQ = \mathcal{G}\Delta T^\circ dt.ds \quad (\text{III.39})$$

Donne :

$$\rho.c.dt.b.h_x.dx = dQ = \mathcal{G}\Delta T^\circ \frac{dx}{v_x} .R.d\varphi \quad (\text{III.40})$$

$$v_x = \frac{v_n h_n}{h_x}$$

Donc :

$$\rho.c.dt = dQ = \mathcal{G}\Delta T^\circ \frac{R}{v_n h_n} dQ \quad (\text{III.41})$$

Donne la forme finale du flux :

$$dt = \frac{R}{\rho.c} \frac{1}{v_r h_n} \mathcal{G}(T_i^\circ - T_c^\circ) dQ \quad (\text{III.42})$$

3.6.4.2 La forme finale de l'équation de la température

En négligeant les variations de la température dans les directions transversale et normal, et en se basant sur un bilan thermique prenant en compte le contact entre le métal et le cylindre, la dissipation due au travail de déformation plastique et l'échauffement causé par le frottement entre la tôle et le cylindre, nous obtenons une équation décrivant l'évolution de la température dans la zone de déformation. Il s'agit d'une équation différentielle homogène du premier ordre, dont l'intégration numérique permet d'obtenir la variation de la température dans la zone de contact.

Compte tenu des (équations III. 28 ,35,42), nous pouvons écrire:

$$\frac{dt}{d\varphi} = \frac{1}{\rho.c} \frac{R}{h_x} \left[\frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 \sin \varphi + \chi \tau \left| \frac{h_n}{h_x} - 1 \right| + \mathcal{G}\Delta T^\circ \frac{h_x}{v_r h_n} \right] \quad (\text{III.43})$$

Connaissant $(\rho, c, \mathcal{G}, \chi)$ nous pouvons résoudre cette équation en utilisant la méthode numérique d'Euler.

$$T_{i+1}^\circ = T_i^\circ + \left[\frac{1}{\rho.c} \frac{R}{h_x} \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 \sin \varphi + \chi \tau \left| \frac{h_n}{h_x} - 1 \right| + \Delta T^\circ \frac{h_x}{R_c v_r h_n} \right) \right] d\varphi \quad (\text{III.44})$$

3.6.4.3 Résultats et perspectives

(L'équation III.44) s'intègre numériquement, grâce à une dépendance vis-à-vis de la température T° pour la contrainte d'écoulement ou le frottement. Ces équations permettent de déterminer l'évolution de la température moyenne de la bande à travers la passe de laminage. Cependant, notons que de tels calculs dépendent d'au moins un coefficient, généralement mal connu : la résistance de contact thermique R_c . Malgré cela, ils permettent de déduire des effets significatifs, tels que l'augmentation de la température de la bande avec la vitesse, en raison d'une perte de chaleur réduite vers le cylindre à cause d'un temps de contact plus court. La figure III.26 présente la décomposition de l'échauffement en ses trois termes. Ainsi que la figure III.27 illustre l'évolution de la température le long de l'emprise pour une passe donnée. Les Tableaux III. 9, 10 exposent respectivement les données de laminage à froid et les propriétés thermiques de l'acier laminé.

Tableau III.9. Donnée de la passe de laminage d'une tôle en acier [19].

h_t	R	b	ε	T_{tole}°	T_{cyl}°	Ω	T_1	T_2
	(mm)		%		K	(Rad/s)	(MPa)	
0.4	47	100	25	293	323	106.4	130	200

$$\sigma_0 = 350(1+150\bar{\varepsilon})^{0.2}$$

Tableau III.10. Propriétés thermique.

Définition	Capacité Thermique		Résistance Thermique	Masse volumique		Conductivité Thermique	
Unité	J/kg. K		K.m ² /W	Kg/m ³		W/Km	
symboles	C_{cyl}	C_{Tole}	R_c	ρ_{cyl}	ρ_{Tole}	λ_{cyl}	λ_{tole}
Valeur	448		10 ⁻⁶	7.8	7.9	21	

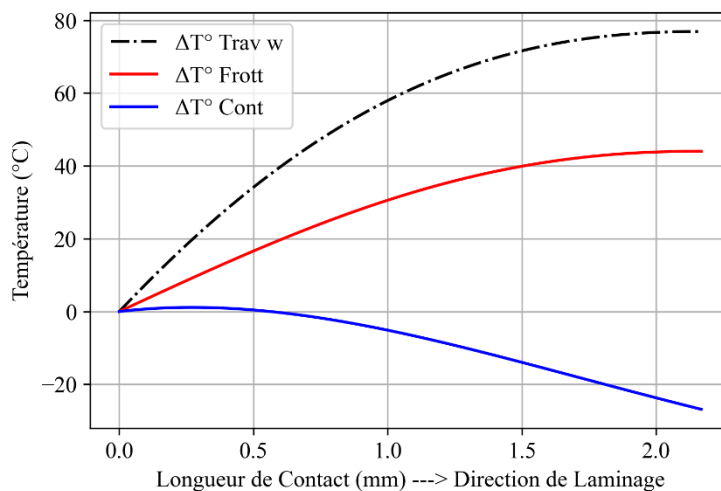


Figure III.26. Calcul thermique des échanges de flux dans la zone de contact.

La Figure III.27 illustre la modélisation des trois flux de température, permettant d'observer la propagation de la température en fonction du frottement, de la déformation, ainsi que du refroidissement dû au contact entre le métal et le cylindre de laminage.

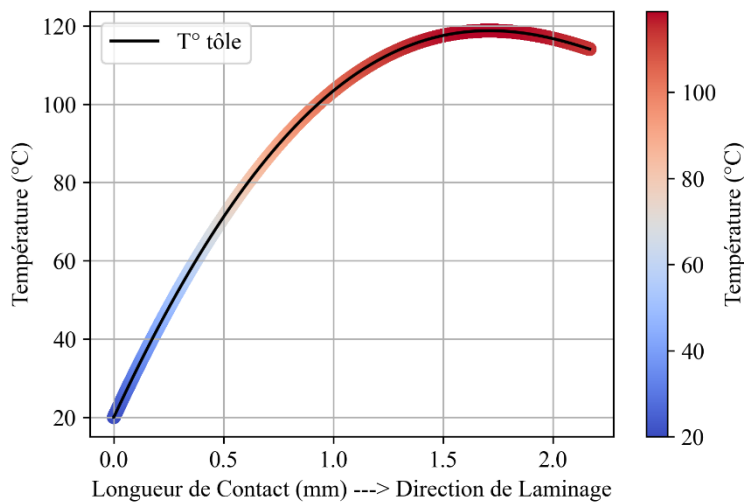


Figure III.27. Evolution de la température de la tôle dans zone de déformation.

Remarque :

Selon la Figure III. 27, on observe une augmentation graduelle de la température en surface de la bande dans la zone de déformation, suggérant ainsi l'influence du frottement et de la déformation sur l'évolution de la température résultante. Il est à noter que le matériau laminé a enregistré une augmentation de 100 °C, soulignant l'importance de la modélisation thermique, étant donné que certains matériaux peuvent subir des changements de phase avec l'augmentation de la température, donc un changement des propriétés mécanique du produit fini.

a) Sensibilité de la température

L'étude de la sensibilité de la température de laminage à divers facteurs est une importance fondamentale pour la compréhension approfondie des échanges thermique et du processus de laminage. La présente étude se focalise sur l'examen de l'influence exercée par des paramètres du laminage et thermiques spécifiques sur la température résultante.

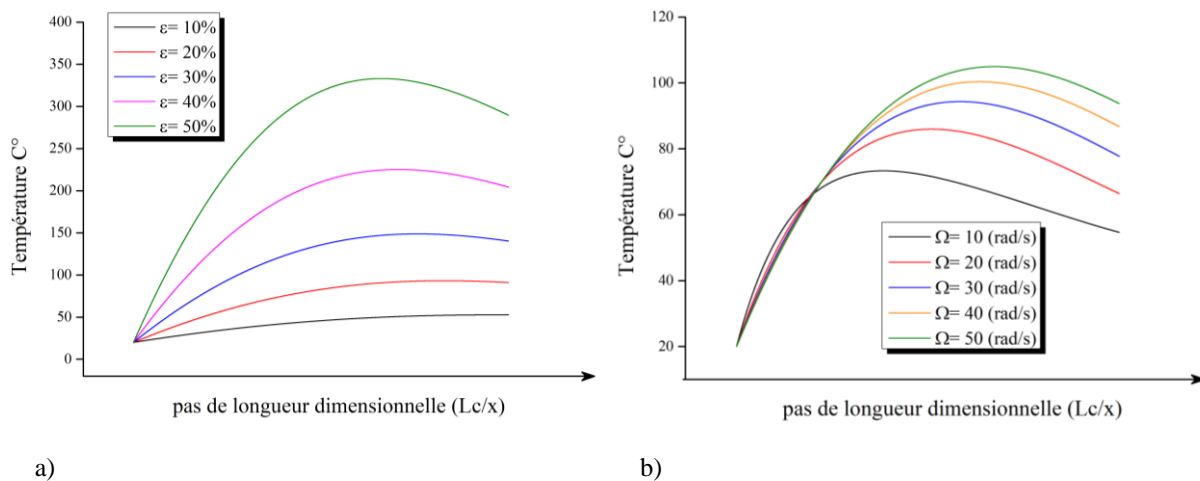


Figure III.28. Sensibilité de la Température au : Taux de Déformation a), Vitesses angulaire du cylindre b).

La Figure III.28 met en évidence l'impact significatif du taux de déformation et de la vitesse angulaire du cylindre de travail sur l'évolution de la température à la surface du matériau laminé.

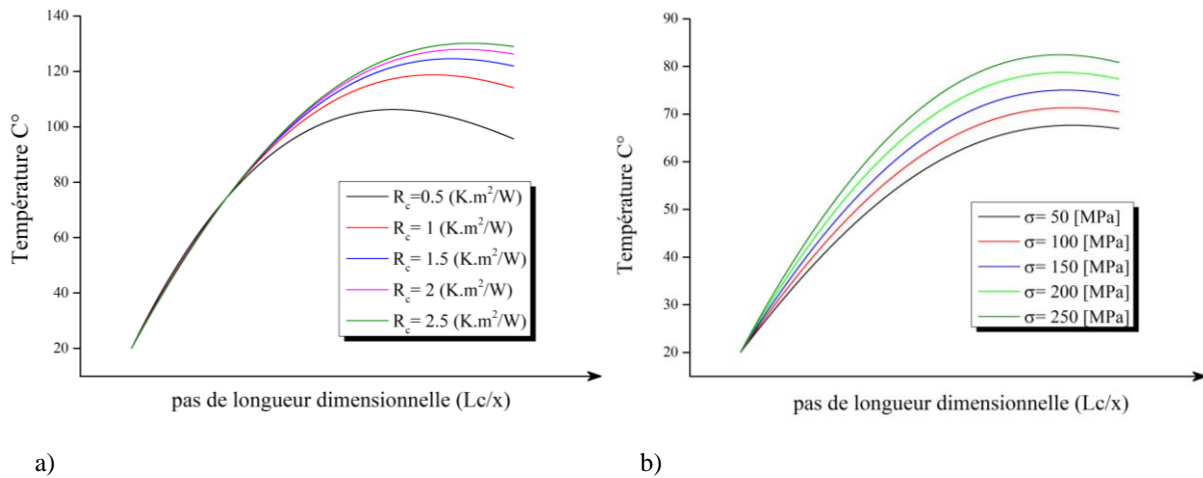


Figure III.29. Sensibilité de la Température à : la résistance de contact thermique a), Contrainte d'écoulement b).

La Figure III.29a révèle la sensibilité prononcée de la température à la résistance de contact thermique R_c , tandis que dans la Figure III.29b, en supposant que le matériau laminé est parfaitement plastique, nous avons varié la contrainte d'écoulement pour analyser son impact sur l'évolution de la température. Cette démarche a révélé une influence significative de la contrainte d'écoulement sur la température résultante.

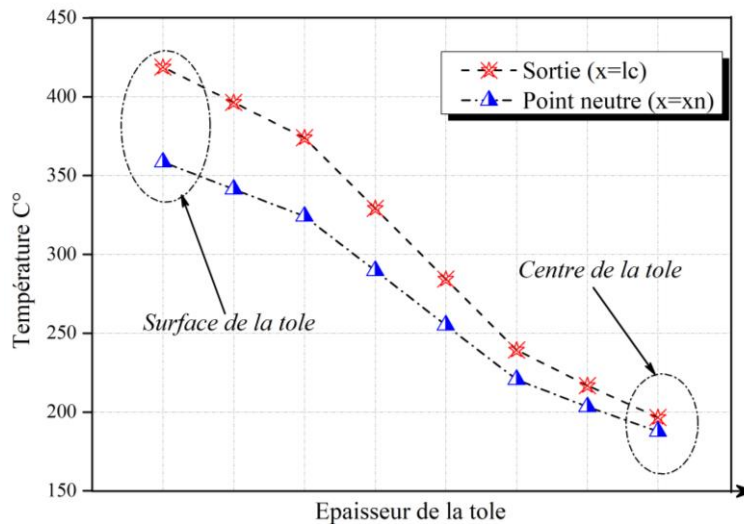


Figure III.30. Variation de la température en fonction de la hauteur.

3.6.4.4 Couplage thermomécanique

En supposant que la température reste constante le long de l'emprise (modèle isotherme), équivalente à la température d'entrée du foyer de déformation, nous avons entrepris la résolution du problème mécanique sur toute l'emprise, avec des valeurs de contraintes d'écoulement dépendant de la déformation et de la vitesse de déformation. Après avoir déterminé les valeurs des contraintes et des vitesses, nous calculons l'évolution de la température dans la zone de déformation. Ensuite, nous résolvons à nouveau l'équation mécanique avec la contrainte d'écoulement fonction de la température

calculée. Nous répétons ce processus jusqu'à ce que la différence entre les résultats obtenus devienne négligeable.

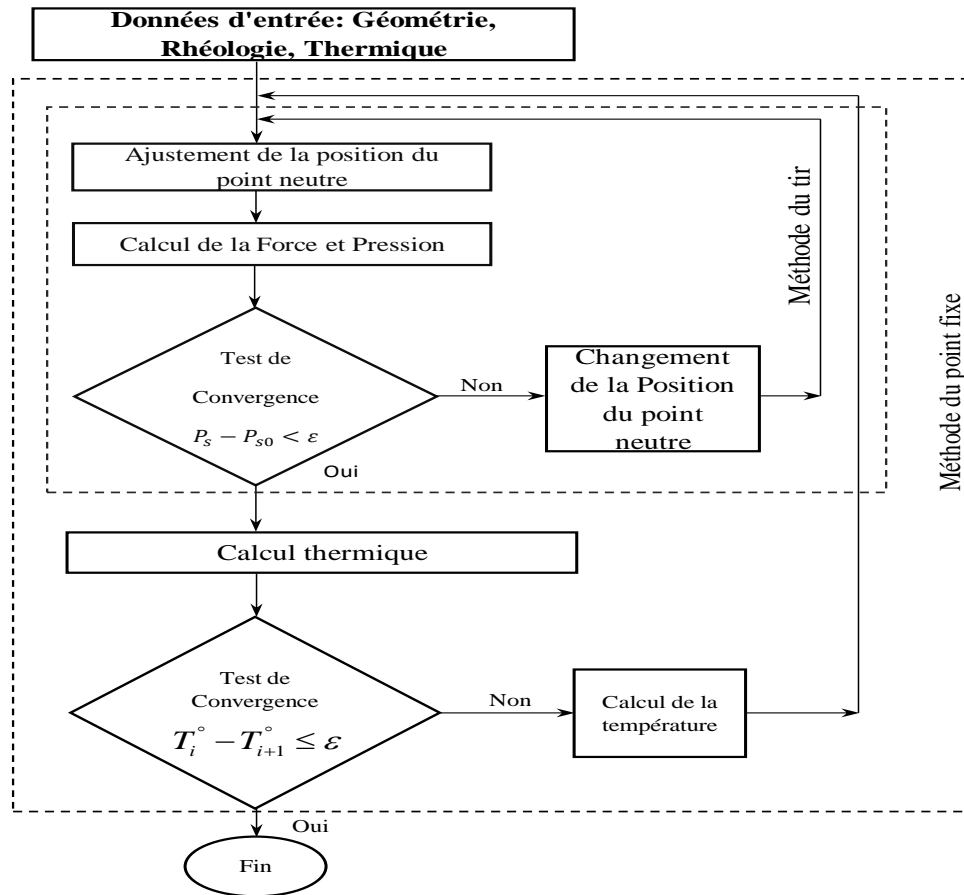


Figure III.31. Algorithme de résolution du problème.

a) Evolution des résultats de laminage en fonction des paramètres thermique

Dans cette section, une analyse de l'influence des paramètres thermiques du matériau sur les résultats du laminage (Force et Couple) a été réalisée, visant à évaluer la sensibilité de ces derniers par rapport aux paramètres thermiques. À cette fin, le laminage de l'acier C11B a été modélisé, avec une présentation des paramètres de laminage dans (Chapitre. II). Il est souligné que le modèle de comportement de Norton-Hoff, présenté par l'équation (II.24), est utilisé dans le code de calcul.

$$\sigma_0 = 71.49 \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{0.128} \dot{\epsilon}_{yy}^{0.128} \exp \left(\frac{0.128 \cdot 86}{8.3 \cdot T^\circ} \right)$$

Tableau III.11. Propriétés thermique de l'acier C11B.

Définition	Capacité Thermique		Résistance Thermique	Masse volumique		Conductivité Thermique	
Unité	J/kg. K		K.m ² /W	Kg/m ³		W/Km	
Symboles	C_{cyl}	C_{Tole}	R_c	ρ_{cyl}	ρ_{Tole}	λ_{cyl}	λ_{tole}
Valeur	470		10 ⁻⁶	7.85	7.9	49	51.3

Dans la figure suivante, nous avons entrepris une analyse visant à étudier l'impact de la température T° et de l'énergie d'activation apparente Q sur la force et le couple de laminage.

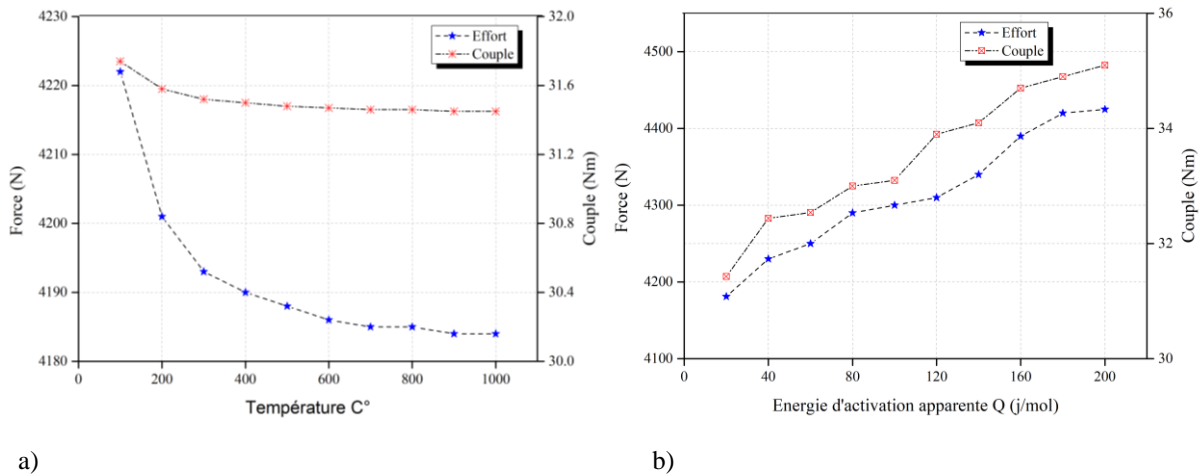


Figure III.32. Influence de T° et Q sur l'effort et couple de laminage.

Dans le cadre de notre analyse approfondie des paramètres thermiques, nous avons observé que les fluctuations de la température exercent une influence significative sur la force de laminage, tandis que leur impact sur le couple de laminage est moins prononcé. De manière similaire, les variations de l'énergie d'activation apparente présentent une influence comparable sur la force et le couple de laminage.

Remarque

Cette observation souligne l'importance de prendre en compte même les variations apparemment mineures de ces paramètres dans le modèle de calcul, afin d'assurer une précision optimale des résultats obtenus.

3.6.5 Optimisation par l'analyse statistique et la modélisation

L'étude d'optimisation du laminage constitue une approche essentielle dans l'amélioration du procédé. Dans cette recherche, plusieurs expérimentations ont été conduites en utilisant un code de calcul Hydrodynamique, et les données obtenues ont été analysées à l'aide du logiciel de calcul statistique. Cette démarche a impliqué la variation de plusieurs facteurs de laminage lors de chaque itération, permettant ainsi d'explorer les interactions complexes entre ces paramètres. À travers une étude statistique, le logiciel a généré des équations décrivant la relation entre les paramètres de laminage et les forces ainsi que les couples de laminage. L'utilisation de l'analyse de la variance (ANOVA) a été intégrée pour évaluer la significativité des variations observées. Les équations obtenues ont ensuite été utilisées pour générer des représentations visuelles, telles que des courbes 3D et des contours, offrant ainsi une perspective sur l'influence de chaque paramètre sur la force et le couple de laminage. Cette approche combinée entre modélisation, analyse statistique, et visualisation graphique fournit une méthodologie robuste pour optimiser le processus de laminage.

3.6.5.1 Approche expérimentale et modélisation

Un logiciel de calcul statistique a été utilisé pour concevoir un plan d'expériences factoriel complet. Ce plan a permis de varier plusieurs facteurs de laminage, tels que la hauteur d'entrée à la passe, la vitesse

de laminage et la géométrie des cylindres, le taux de déformation, et d'enregistrer les valeurs correspondantes de la force et du couple de laminage.

L'analyse de variance (ANOVA) a ensuite été employée pour évaluer l'influence individuelle et combinée de chaque facteur sur les réponses mesurées. Cette analyse a permis d'identifier les facteurs les plus significatifs et de quantifier leur impact sur la force et le couple de laminage.

Des équations de régression ont été établies pour modéliser la force et le couple de laminage en fonction des paramètres étudiés. Ces équations permettent de prédire les valeurs des réponses pour des combinaisons de facteurs non testées expérimentalement.

3.6.5.2 Visualisation et analyse des résultats

Les *figure III. 33, 34* présentes des courbes 3D et des contours qui ont été tracés pour visualiser l'influence de chaque facteur sur la force et le couple de laminage. Cette analyse a permis de mieux comprendre les interactions entre les facteurs et d'identifier les zones optimales du processus de laminage. Ces outils graphiques ont non seulement facilité une interprétation visuelle immédiate des données, mais ont également fourni des indications visuelles puissantes sur la manière dont les variations des paramètres de laminage affectent la force et le couple.

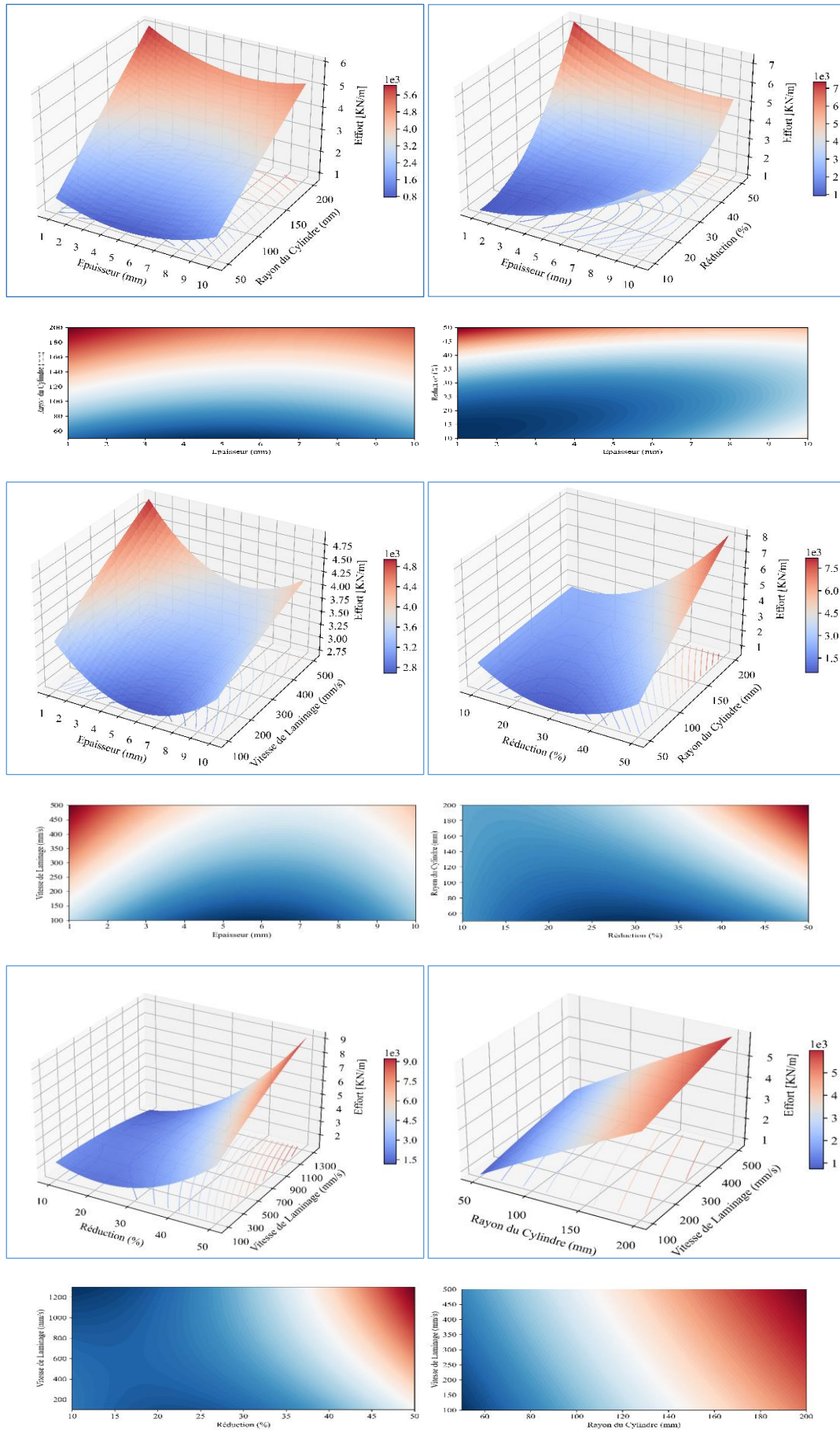


Figure III.33. Impact des paramètres géométriques sur l'effort de laminage $F(R, v, h, \varepsilon)$.

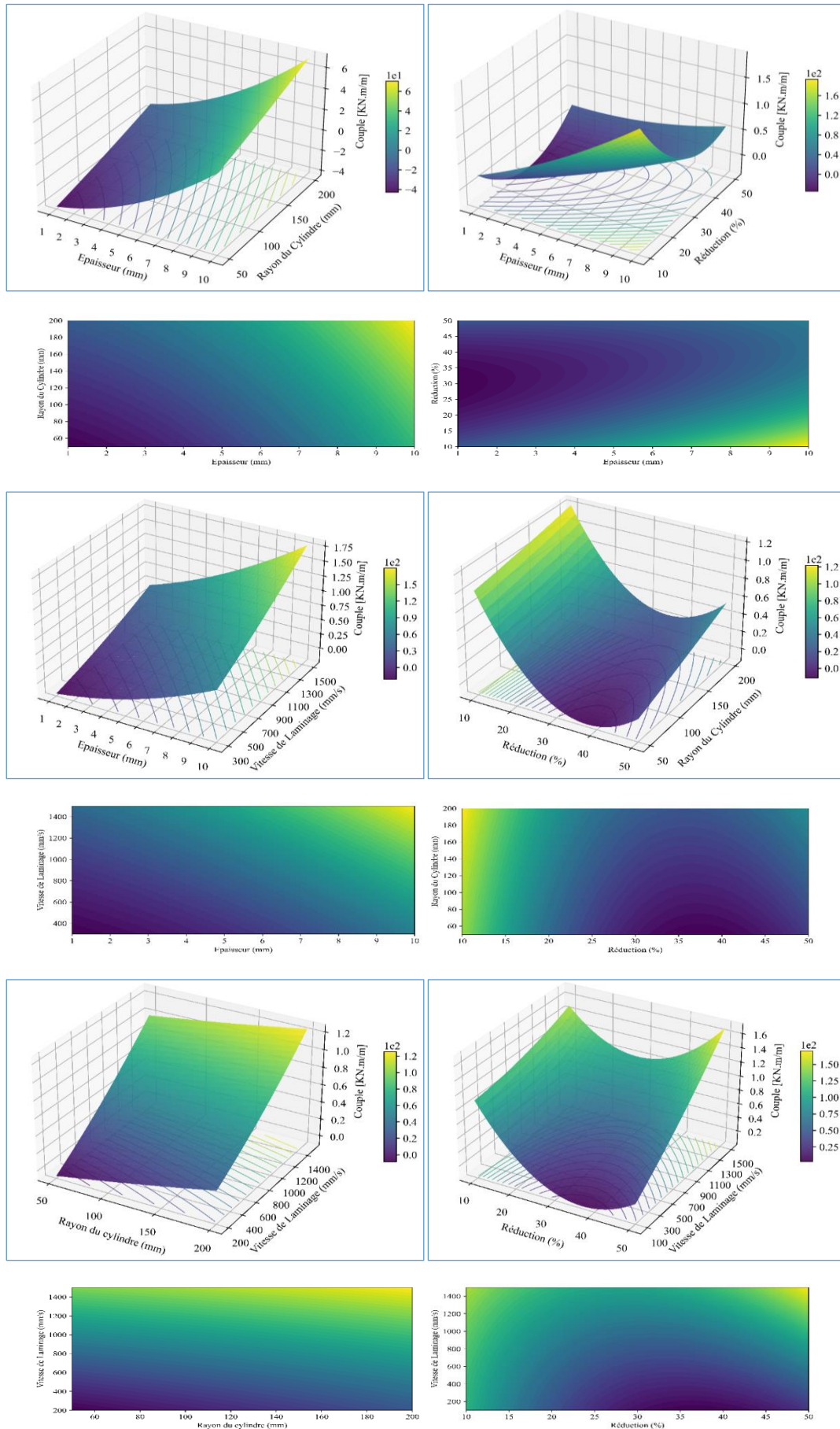


Figure III.34. Impact des paramètres géométriques sur le couple de laminage $C(R, v, h, \varepsilon)$.

Remarque :

L'utilisation d'une méthodologie d'expériences planifiées associée à une analyse statistique a abouti à une optimisation réussie du processus de laminage. L'identification des facteurs les plus significatifs et la modélisation de la force et du couple de laminage ont fourni des outils précieux pour la prise de décision et l'amélioration continue du procédé.

3.7 Conclusion

Le présent travail constitue une contribution appréciable à l'avancement de la méthode hydrodynamique appliquée au laminage à chaud des bandes métalliques.

La limite d'utilisation du modèle hydrodynamique HM tel que présenté par S Li réside dans la complexité d'identifier des coefficients empiriques spécifiques à chaque application, ainsi que dans sa sensibilité élevée à ces coefficients.

Le développement informatique du modèle hydrodynamique a permis d'évaluer sa sensibilité aux coefficients empiriques et de mettre en évidence l'impact significatif de la variation de la viscosité sur les résultats obtenus.

Des approches numériques ont été déployées pour éliminer le besoin du coefficient de correction géométrique empirique, augmentant ainsi la précision du calcul de la position de l'axe neutre.

Un algorithme fusionnant la méthode de tir et la méthode du point fixe a été élaboré pour intégrer la variation de la viscosité en fonction de la pression. Ce modèle IHM, plus précis et rapide, s'adapte aisément à diverses applications de laminage.

Le modèle IHM a été confronté à des données expérimentales de force de laminage, de couple et de distributions des pressions et du frottement dans la zone de contact, démontrant une supériorité prédictive par rapport aux modèles classiques basés sur la méthode des tranches.

Comparé à la méthode des éléments finis, le modèle IHM a confirmé des prédictions très fiables, tout en offrant un temps de calcul largement plus court et donc susceptible d'intéresser les industrielles.

Le modèle IHM se distingue par ses prédictions approchant les résultats expérimentaux, son utilisation aisée sans recours à des coefficients empiriques, et son adaptabilité à diverses applications de laminage grâce à sa formulation flexible sans avoir à connaître préalablement le coefficient de frottement.

Sa rapidité d'exécution le rend opérationnel en ligne sur des sites industriels.

Le modèle IHM constituera un outil inestimable pour les industrielles, leur permettant de :

Prédire avec précision la force de laminage, le couple et la distribution de pression.

Optimiser le processus de laminage pour réduire les coûts de production et améliorer la qualité des produits.

Développer de nouvelles stratégies de contrôle pour le laminage.

Le modèle IHM ouvre des perspectives de recherche futures, notamment dans la modélisation de l'écoulement métallique dans les zones critiques et l'intégration des propriétés microstructurales du matériau. Ces développements prometteurs renforceront davantage l'efficacité et la précision des prédictions dans le domaine du laminage.

Ce chapitre a exposé une extension du modèle hydrodynamique employé pour anticiper les pressions et les vitesses durant le laminage des bandes. Bien que le modèle linéaire newtonien offre des prédictions adéquates pour les cas visqueux, il se révèle inapplicable pour des matériaux présentant des comportements viscoplastiques ou plastiques. Cette généralisation nous a permis d'obtenir des résultats en concordance avec les données expérimentales. De plus, le modèle validé peut être employé pour prédire les pressions et les vitesses lors du laminage à chaud et à froid de bandes minces. Ces avancées représentent une contribution significative à l'évolution de la méthode hydrodynamique dans le laminage de bandes à chaud et à froid, avec des implications potentielles dans l'industrie sidérurgique.

Le modèle GIHM a été soumis à des tests en utilisant des données de laminage provenant de diverses épaisseurs, températures de laminage et taux de déformation, pour différents matériaux tels que l'aluminium et le cuivre. Les résultats ont révélé que le code de calcul produisait des résultats plus proches aux données expérimentales, surpassant la cohérence des modèles existants. Ces constatations suggèrent que le modèle GIHM peut être considéré comme un outil fiable pour prédire la force de laminage et le couple dans des environnements industriels.

Ces résultats encourageants ouvrent la voie à une utilisation future du modèle généralisé dans les applications de laminage à chaud et à froid pour divers matériaux, susceptibles de présenter des comportements viscoplastiques ou plastiques. De plus, le modèle peut être ajusté pour prédire les propriétés mécaniques des produits finis. Ces améliorations dans la précision des prédictions du laminage ont des implications majeures pour l'industrie métallurgique, améliorant la qualité et l'efficacité de la production de laminage. Les perspectives de recherche futures pourraient se concentrer sur l'optimisation de la conception des processus de laminage et sur l'évaluation de la faisabilité d'appliquer le modèle à d'autres matériaux.

Le modèle hydrodynamique généralisé prédit une précision accrue dans la prédiction des pressions, tandis que le modèle classique excelle davantage dans la prédiction des contraintes de frottement, particulièrement dans le cas de fortes épaisseurs. Des optimisations du modèle hydrodynamique, telles que l'incorporation d'un coefficient de frottement dépendant de la nature du contact, pourraient considérablement améliorer ses performances pour les simulations de laminage impliquant des matériaux de grandes épaisseurs. L'analyse des courbes de corrélation s'avère être un moyen judicieux d'évaluer la précision et la robustesse des modèles dans diverses conditions de laminage. Ces ajustements offrent des perspectives prometteuses pour une modélisation plus fine des processus de laminage, contribuant ainsi à une meilleure compréhension des phénomènes en jeu.

4.1 Introduction

L'importance croissante du laminage rond dans les industries métallurgiques nécessite une compréhension et une modélisation précise des mécanismes en jeu. Les défis associés à ce procédé incluent la gestion des contraintes résiduelles, l'homogénéité de la déformation et le contrôle thermique.

La modélisation du procédé de laminage rond reste très complexe du fait des changements géométriques qui se déroulent dans la zone de déformation. Les modèles mathématiques développés visent à simuler ces changements géométriques, les interactions entre les forces appliquées, les vitesses de rotation des cylindres et les propriétés thermomécaniques du matériau. Ces modèles permettent non seulement de prédire les profils de déformation et de température, mais aussi doivent anticiper les défauts potentiels tels que les fissures ou les déformations indésirables.

4.2 Laminage a cannelures

Au cours du processus de laminage rond, l'utilisation de plusieurs cannelures de formes géométriques différentes, telles que le losange, l'ovale, le rond et le carré, est un aspect essentiel pour obtenir un produit fini de forme cylindrique. Chaque cannelure exerce une influence différente sur le matériau en cours de la déformation, contribuant ainsi à la transformation progressive du produit brut en une barre ou un fil métallique de section transversale circulaire.

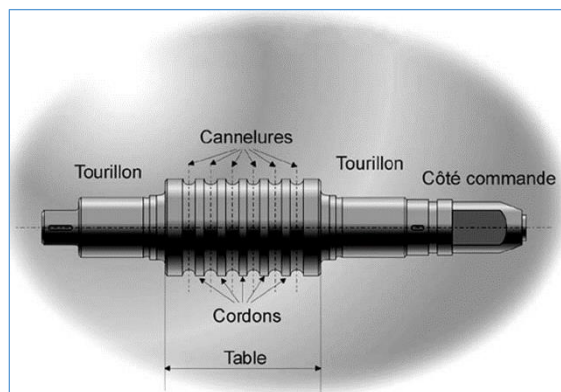


Figure IV.1. Cylindre a cannelures.

Lors du passage du matériau à travers les différentes cannelures, la déformation se répartit de manière inégale le long de la section transversale, entraînant une réduction progressive de la taille et une modification de la géométrie. Les cannelures, grâce à leurs formes spécifiques, permettent d'appliquer des contraintes ciblées pour une déformation uniforme : les cannelures losanges induisent des contraintes de cisaillement pour un remodelage efficace, tandis que les cannelures ovales favorisent un étirage uniforme sur toute la longueur du matériau.

La séquence des cannelures, avec leurs dimensions géométriques variables, est soigneusement planifiée pour maximiser l'efficacité du processus de déformation. À mesure que le matériau progresse à travers les différentes cannelures, il subit une série d'étapes de déformation contrôlées qui le façonnent progressivement vers sa forme finale. Les cannelures carrées peuvent être utilisées pour une réduction initiale plus importante de la section transversale, tandis que les cannelures rondes peuvent être employées pour un ajustement fin de la géométrie du produit. En combinant habilement les

différentes cannelures dans une séquence spécifique, les laminoirs peuvent obtenir un produit fini de qualité supérieure avec une tolérance dimensionnelle étroite et une surface lisse.

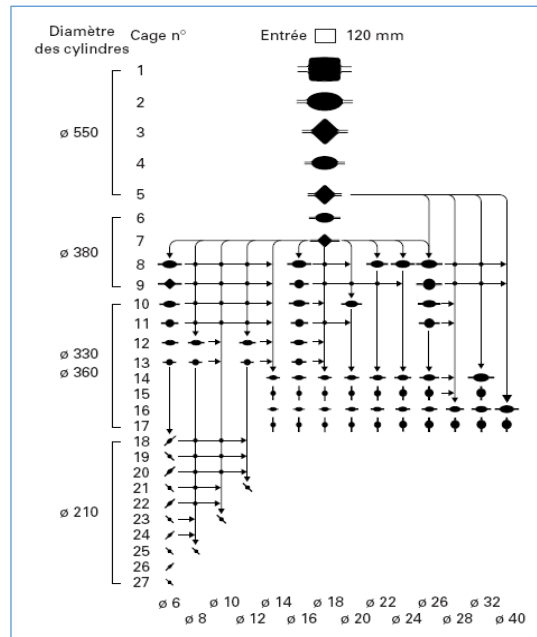


Figure IV.2. Conception des passes de laminage pour un laminoir industriel.

4.3 Passe ronde-ovale-rond

La séquence de passes de laminage ronde-ovale-ronde, utilisée pour la production de barres rondes dans les lignes de laminage continu de barres, est considérée comme les passes intermédiaires et de finition. Cette configuration présente divers avantages, notamment une géométrie simple, une manipulation aisée dans les guides, une déformation uniforme et une excellente qualité de surface sans plis. Jusqu'à récemment, la conception de cette séquence de passes, ainsi que d'autres, et la prédiction des vitesses d'entrée et de sortie, de la charge de laminage et du couple étaient principalement basées sur des méthodes empiriques [82]. Cependant, au cours des deux dernières décennies, plusieurs études théoriques et expérimentales ont permis de remplacer cette approche par l'utilisation de méthodes plus sophistiquées telles que la méthode des éléments finis [83,84] ou la méthode analytique [85].

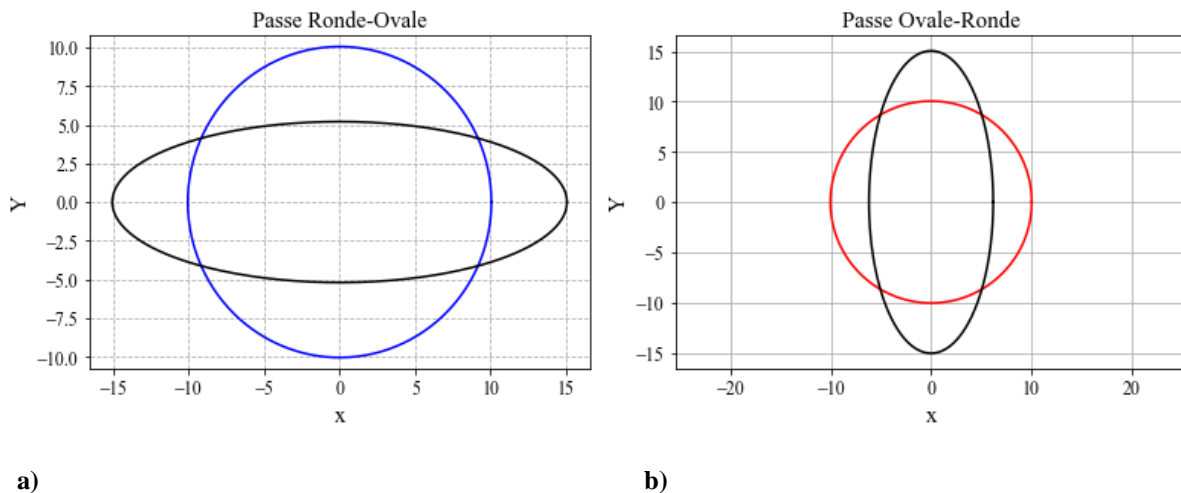


Figure IV.3. Géométrie du profil de la pièce : a) passe Ronde-Ovale ; b) passe Ovale-Ronde.

La planification des séquences de passes ronde-ovale-ronde exige une précision rigoureuse, notamment dans l'ajustement de l'espacement des cylindres dans la passe ovale, qui influence directement le profil de la section transversale, la charge de laminage et le couple. Une augmentation ou une réduction inadéquate de cet espacement peut entraîner des défauts dans les passes successives. Cette étude explore l'impact de ces variations sur les paramètres du laminage, notamment les profils des pièces, les vitesses, les contraintes et les efforts appliqués, à travers des approches analytiques, la méthode des éléments finis et des tests expérimentaux. Les résultats visent à optimiser la conception des séquences de passes et à contribuer au contrôle en temps réel du laminage des barres, tout en comparant les solutions analytiques et numériques.

4.3.1 Géométrie de la zone de déformation

En se référant à la *Figure IV.4*, les coordonnées cartésiennes x, y, z sont définies pour représenter respectivement la longueur, la hauteur et la largeur de la pièce, avec l'origine des axes située au centre du plan d'entrée. Les plans $x-y$ et $x-z$ constituent des plans de symétrie. Les hauteurs des sections transversales sont $2h_1, 2h_2, 2h$ les largeurs des sections transversales sont $2w_1, 2w_2, 2w$, et les aires des sections transversales sont A_1, A_2, A aux points d'entrée, de sortie et à toute section intermédiaire le long de la longueur de cannelure du cylindre, respectivement. Il est supposé que les profils d'entrée et de sortie sont préalablement connus.

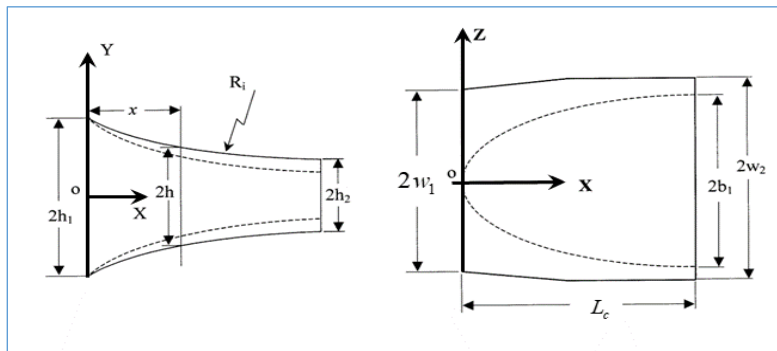


Figure IV.4. Géométrie de la cannelure du cylindre.

La *Figure IV.5* illustre la zone de contact projetée obtenue expérimentalement entre la pièce et la surface de la cannelure du cylindre, pour les passes ovales et rondes respectivement. Ces données ont été recueillies par l'arrêt d'urgence du laminoir pilote pour barres, et les détails de cette expérience sont décrits dans [87]. La ligne blanche délimite la partie en contact. Ici, C_x et $-C_x$ représentent des points sur l'abscisse où la cannelure du cylindre et la pièce déformée se séparent.

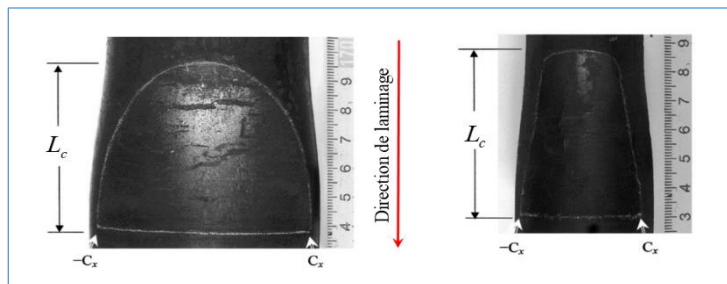


Figure IV.5. Forme de la zone de contact projetée de la pièce laminée à l'intérieur de la rainure du cylindre [87].

$$L_c = \sqrt{2R_i(\Delta h)} \quad (IV.1)$$

Avec : R_i est le rayon de base intérieur du cylindre. La hauteur de la section $2h$ à une distance x de l'entrée est donnée par

$$h = h_1 - \frac{L_c}{R_i} x + \frac{x^2}{2R_i} \quad (IV.2)$$

La largeur maximale de la section $2w$ est approximée par une distribution parabolique le long de la longueur de la cannelure du cylindre, est donnée par l'équation suivante :

$$w = w_1 - 2(w_1 - w_2) \frac{x}{L_c} + (w_1 - w_2) \frac{x^2}{L_c^2} \quad (IV.3)$$

Qui satisfait aux conditions aux limites de $w = w_1$ à $x = 0$, $w = w_2$ et $\frac{dw}{dx} = 0$ à $x = L_c$.

L'aire projetée de la surface de contact pièce-cylindre sur le plan xz est approximée par une forme semi-elliptique de largeur $2b_2$ à la sortie et $2b$ à n'importe quelle distance de section x depuis l'entrée, exprimée comme suite :

$$b = b_2 \sqrt{\frac{2x}{L_c} - \frac{2x^2}{L_c^2}} \quad (IV.4)$$

4.4 Méthode des rectangles équivalents

Dans le processus continu de laminage de barres chaudes, les billettes subissent une transformation en barres avec une tolérance dimensionnelle acceptable au fur et à mesure de leur passage à travers les cages de laminage, entraînant une modification progressive de la forme de leur section transversale. Historiquement, pour prédire le profil de surface d'une pièce à chaque passe, les concepteurs de processus ont souvent utilisé une équation empirique basée sur des essais, ce qui nécessite un investissement en termes de coût et de temps considérable lors de la conception de la géométrie du processus, notamment en ce qui concerne les profils de rouleaux et l'entrefer. Depuis les années 1990, plusieurs études numériques simulant le laminage de barres ont été présentées, reposant sur une analyse par éléments finis tridimensionnelle [88]. Bien que cette méthode soit efficace pour calculer le profil de surface et la section transversale des pièces, elle requiert toutefois plusieurs heures pour exécuter un programme pour une seule passe en raison de la nature tridimensionnelle de l'analyse.

Kemp [89] a proposé un modèle de déformation pour calculer le profil de surface des pièces dans le cas du laminage avec des rainures ovales et rondes, mais n'a pas explicitement divulgué les équations utilisées pour la prédiction de ce profil de surface.

Dans cette section, nous allons exposer un nouveau modèle analytique prédit le profil de surface des pièces dans le cas du laminage avec des rainures ovales et rondes développé par [90]. Ce modèle permet de modéliser le profil de surface d'une pièce lorsque son étalement maximal est connu à l'avance. En utilisant l'interpolation linéaire du rayon de courbure d'une pièce entrante et de celui de la

cannelure de cylindre dans la direction de l'axe du cylindre, le profil de surface d'une pièce sortante peut être calculé.

Le profil de surface d'une pièce déformée est intrinsèquement lié à son étalement (ou allongement), ce dernier étant influencé par divers paramètres tels que le matériau, la vitesse de laminage, la géométrie de l'entrefer (Gap), et surtout le frottement.

4.4.1 Élaboration du problème

La méthode de résolution repose sur le modèle de propagation maximale et l'interpolation linéaire de la géométrie d'une pièce entrante et des rainures de cylindre. Dans ce qui suit nous décrivons la procédure pour calculer le profil de surface et la section transversale de la pièce laminée.

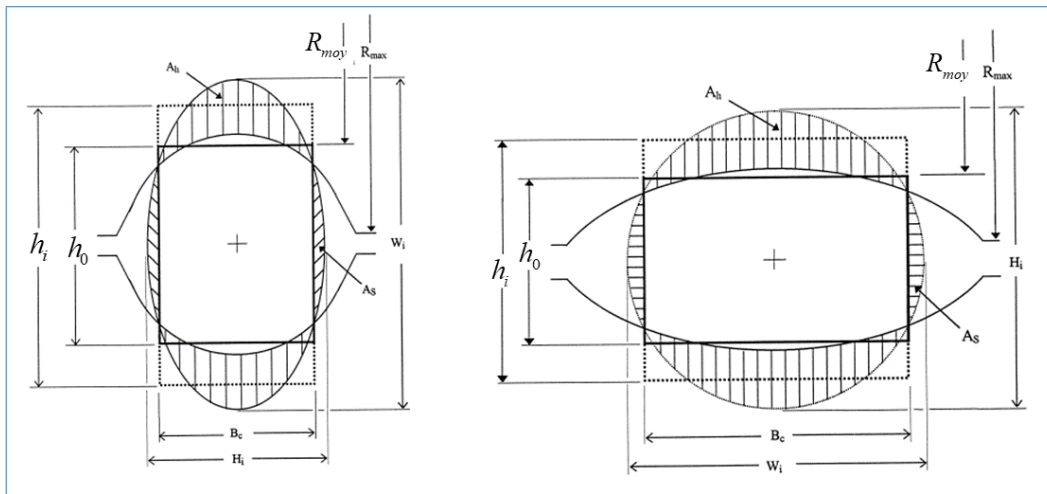


Figure IV.6. Rectangles équivalant passe ronde-ovale-ronde

4.4.1.1 Modèle de propagation maximale dans le laminage des passes ovales-rondes-ovale

Le modèle de propagation maximale dans le laminage des passes ovales-rondes-ovales développé par *Shinokura* et *Takai* [91] repose sur une expérience réalisée avec un laminoir à chaud. Ce modèle vise à estimer la propagation maximale de la pièce de travail à travers la passe, en tenant compte du rayon du cylindre, de la taille maximale de la pièce d'entrée et de la fraction de la zone entre la pièce d'entrée et la géométrie de la rainure du cylindre. La *Figures.IV.5* illustre les concepts de fraction de zone et de hauteurs équivalentes pour les laminages des passes rondes-ovales et ovales-rondes, respectivement.

La propagation maximale W_{\max} est calculée selon la formule suivante :

$$W_{\max} = \gamma(1 + W_i) \frac{R_{\text{moy}} (h_i - h_0) A_h}{W_i + 0.5h_i A_0} \quad (\text{IV.5})$$

Avec :

$$h_0 = \frac{A_0 - A_s - A_h}{B_c} \quad \text{et} \quad h_i = \frac{A_0 - A_s}{B_c} \quad (\text{IV.6})$$

W_i et h_i désignent la largeur maximale et la hauteur maximale de la pièce d'entrée, respectivement, tandis que γ représente un coefficient de correction qui varie en fonction du type de passe. Pour les laminages des passes ovales-rondes et rondes-ovales, une valeur de $\gamma = 0.83$ est utilisée.

4.4.2. Profil de surface transversale de la pièce dans le laminage de passes ovale-ronde

La *Figure.IV.7* montre une pièce ovale entrante et une cannelure ronde. D_r et G représentent respectivement la profondeur du cylindre et l'entrefer, tandis que α est l'angle de dégagement conçu pour permettre à la pièce de s'écouler en douceur hors de la rainure du cylindre en cas de sur-remplissage. R_1 est le rayon de courbure de la pièce ovale entrante, R_g est le rayon de la rainure ronde, qui est également supposé être le profil de surface final de la pièce après le laminage.

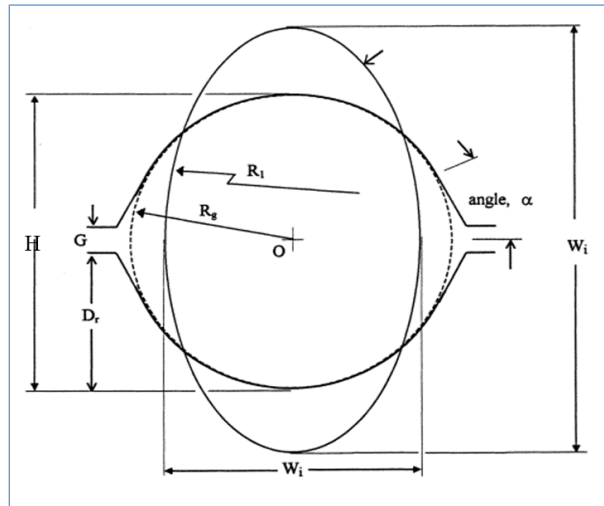


Figure IV.7. Passe ovale dans une rainure ronde.

Dans le laminage des passes ovales-rondes, l'un des profils de surface possibles de la pièce est illustré dans la *Figure.IV.7*. R_s est le rayon du profil de surface de la pièce au niveau de l'entrée du cylindre et est modélisé par l'interpolation linéaire de R_1 et R_g lorsque W_{\max} , est connu, c'est-à-dire :

$$R_s = R_1 W_t + R_g (1 - W_t) \quad (IV.7)$$

Avec :

$$W_t = \frac{2R_g - W_{\max}}{2R_g - W_i} \quad (IV.8)$$

W_t est une fonction de pondération de R_1 et R_g . Les exigences que nous avons posées sur le choix de la fonction de pondération découlent de la nécessité de garantir (*l'équation IV.7*). Lorsque R_s est calculé, la distance entre le centre de la cannelure ronde et celui du profil de surface est obtenue comme suit :

$$D_x = \frac{1}{2}(R_s - W_{\max}) \quad (IV.9)$$

La position de D_x se situe toujours le long de l'axe x .

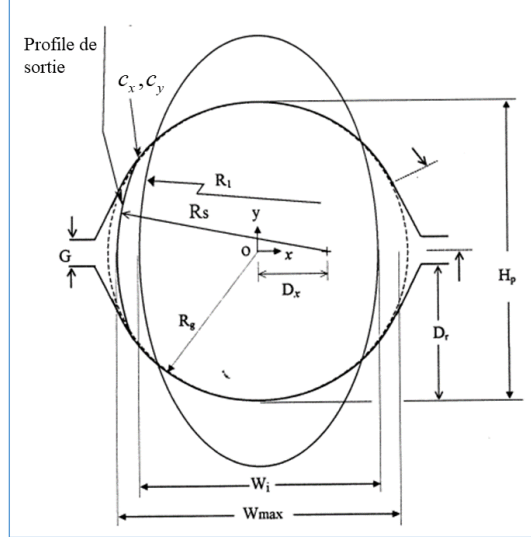


Figure IV.8. Désignation géométrique passe ovale-ronde.

Pour confirmer la validité de (l'équation IV.7), les conditions aux limites du modèle proposé sont examinées. Si la pièce ovale entrante avec un rayon de courbure R_1 n'est pas du tout déformée, W_{\max} Figure IV.8 est simplement égal à W_1 . Ensuite, $W_1=1$ est obtenu à partir de (l'équation IV.4). Par conséquent, (l'équation IV.3) donne que $R_s = R_1$, ce qui est logique. En revanche, lorsque la pièce ovale entrante est déformée et que l'écart maximal, W_{\max} , atteint le diamètre de la rainure ronde ($= 2R_g$), (l'équation IV.4) donne que $W_1 = 0$. Ensuite, (l'équation IV.3) donne que $R_s = R_g$, ce qui est correct. Il convient de noter que les (équations IV.3,5) sont valides sous la condition que l'écart maximal de la pièce sortante ne dépasse pas le diamètre de la cannelure ronde, et que $(D_f + G/2)$ est égal à R_g . Si $(D_f + G/2)$ n'est pas égal à R_g , la cannelure du cylindre rond n'est plus une forme ronde. Elle se rapproche plutôt d'une forme ovale. Étant donné que la formule d'écart maximal [90] pour le laminage de passes ovales-rondes a été développée sur la base d'un laminage parfait de rainure ronde, seule une rainure de cylindre parfaitement ronde a été prise en compte dans cette étude. Les points de croisement, C_x, C_y Figure IV.7, peuvent être obtenus en résolvant deux équations circulaires simultanées pour la cannelure de cylindre rond et le profil de surface de la pièce. Ensuite, la section transversale de la pièce dans la passe ronde est exprimée par l'équation suivante :

$$A_{\text{rond}} = 4 \int_0^{c_x} \sqrt{(R_g^2 - x^2)} dx - R_s^2 (2\theta - 2 \sin 2\theta) \quad (IV.10)$$

Avec :

$$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{-C_x}{R_s} \right) \quad (IV.11)$$

4.4.1.3. Profil de surface et section transversale de la pièce dans le laminage de passes rond-ovale

La *figure IV.9* décrit un laminage de passe ronde-ovale. R_a est le rayon de courbure d'une pièce ronde entrante et R_i est le rayon de courbure de la rainure ovale. Étant donné qu'il est intrinsèquement impossible de définir le rayon d'un profil de surface final dans une rainure ovale, la technique d'interpolation linéaire utilisée dans le laminage de passes ovales-rondes ne peut pas être utilisée directement. Ici, une hypothèse est introduite pour obtenir le rayon du profil de surface final dans la rainure ovale.

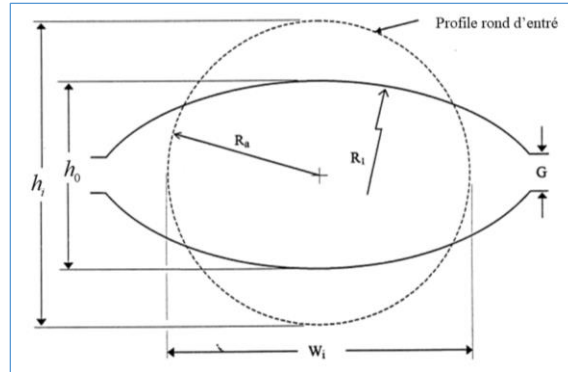


Figure IV.9. Pièce ronde dans une passe ovale.

Selon cette hypothèse, la pièce ronde entrante s'étend vers l'axe du cylindre et atteint finalement la largeur de face de la rainure ovale, W_f , lorsqu'elle est déformée à l'intérieur de la rainure ovale. Ensuite, comme le montre la *Figure IV.10*, le profil de surface final est supposé être un cercle avec un rayon de R_f .

R_f est centré à un certain point de l'axe x . Dès lors que R_f est obtenu, la technique d'interpolation linéaire utilisée dans le laminage de passes ovales-rondes peut être utilisée immédiatement dans le laminage de passes rondes-ovales. Cette simplification est faite pour faciliter la résolution des problèmes de profil de surface, qui seraient sinon difficiles à résoudre.

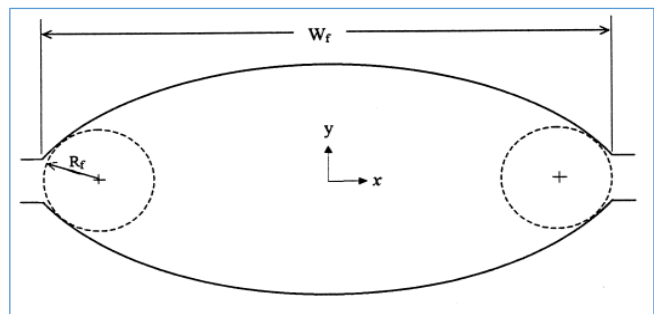


Figure IV.10. Concept du rayon R_f dans une passe ovale.

4.5 Expérimentation

Dans le cadre des expériences, de l'acier doux à faible teneur en carbone (0,1 % C) a été utilisé. Le matériau initial, sous forme de carrés laminés à chaud de 160 mm, a été transformé en spécimens cylindriques de 60 mm de diamètre et de 300 mm de longueur. La partie avant des spécimens a été effilée pour faciliter leur insertion dans les cylindres de laminage.

L'expérience de laminage à chaud de barres a été réalisée à



Figure IV.11. Laminage utilisé.

l'aide d'un laminoir simple cage, un laminoir de laboratoire à deux cylindres entraîné par un moteur à courant continu de 75 kW à couple constant. Les cylindres étaient en fonte ductile (DCI), avec un diamètre maximal de 310 mm et une largeur de face de 320 mm. La finition de surface des cylindres a été obtenue par sablage. La vitesse de laminage était fixée à 34 tr/min. Un four de type boîte, avec une température de travail de 25°C, a été utilisé pour chauffer les spécimens à la température de laminage souhaitée.

Le cylindre comportait une rainure ronde et deux rainures ovales. Les dimensions des rainures et des espaces entrefer sont illustrées à la Figure suivante.

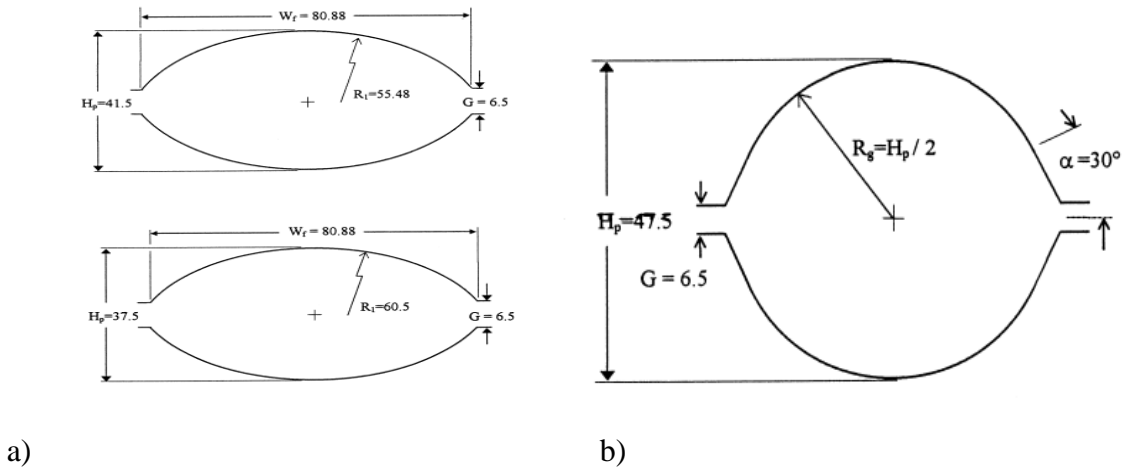


Figure IV.12. Séquence de passes ovales-rondes conçue pour l'expérience [87].

4.5.1 Résultats du calcul surfacique

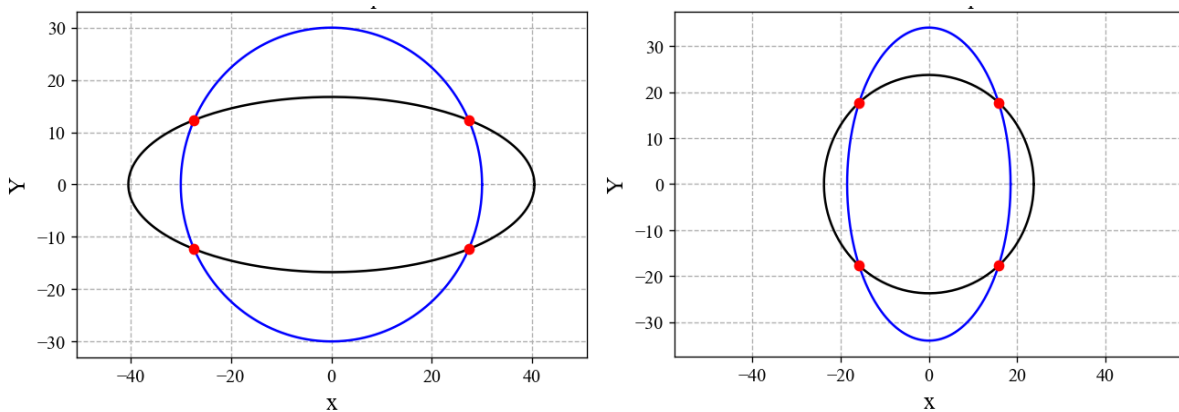


Figure IV.13. Point d'intersection.

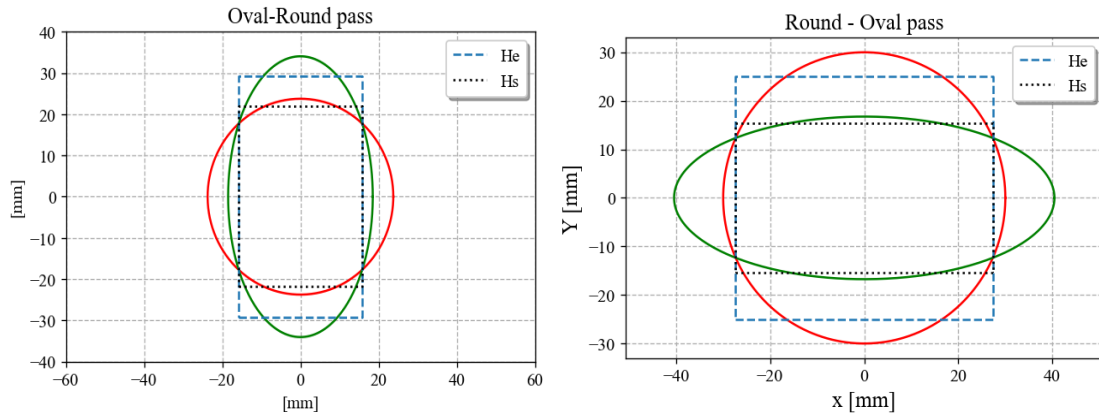


Figure IV.14. Rectangles équivalents pour les passes Ovale-Ronde, Ronde-Ovale.

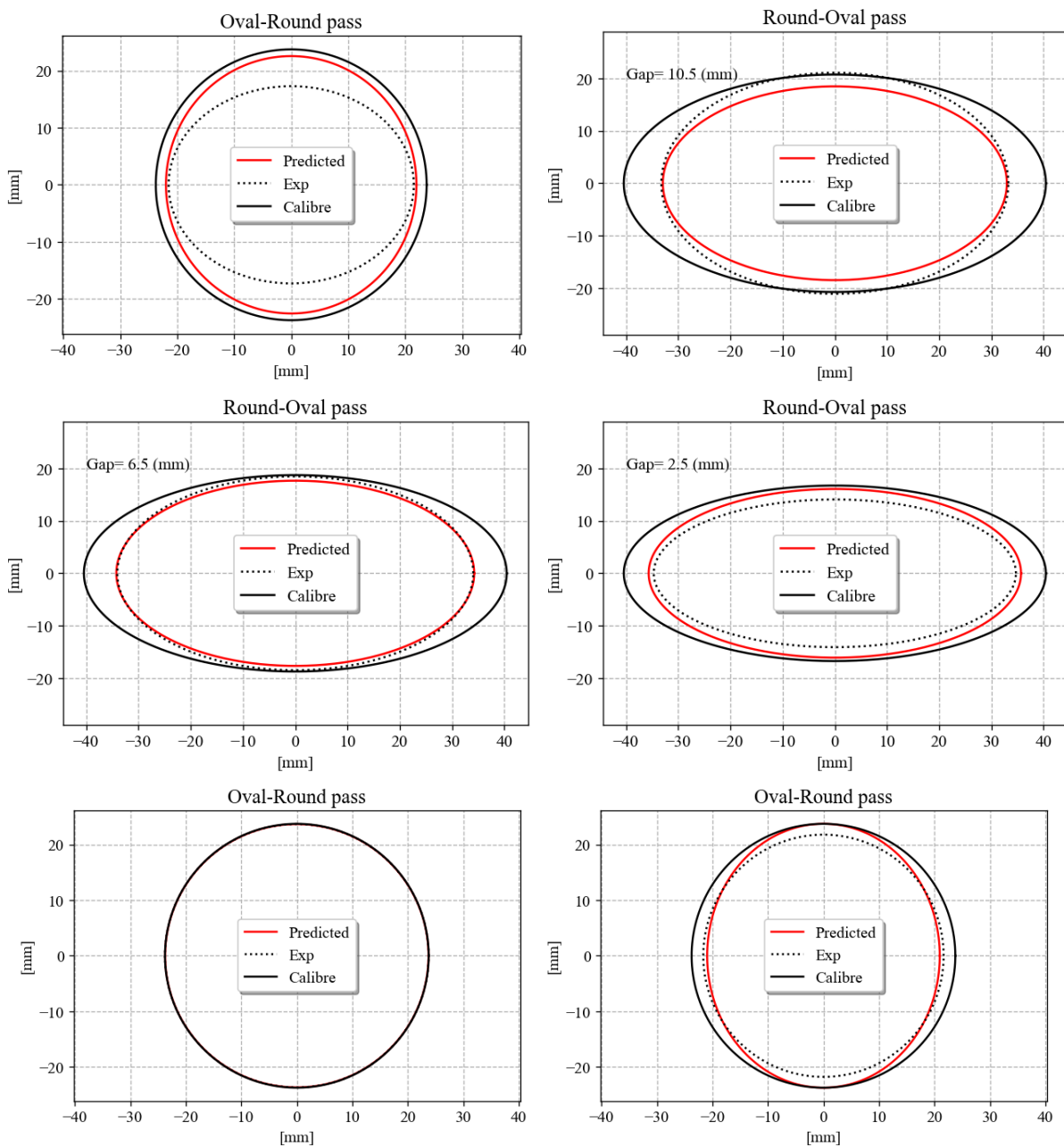


Figure IV.15. Résultat de la méthode approximative des rectangles équivalents.

4.5.2 Discussion

La méthode des rectangles équivalents, en simplifiant les sections transversales complexes en formes rectilignes équivalentes, offre une estimation précise des profils de surface des pièces déformées. Elle garantit des prédictions fiables tout en réduisant la complexité des calculs, s'imposant comme un outil performant pour le laminage à chaud. Sa validation par des mesures expérimentales confirme son efficacité dans l'évaluation des paramètres surfaciques.

4.6 Calcul de la déformation moyenne effective par le modèle analytique

La *Figure IV.15* illustre schématiquement la configuration rectiligne de la pièce à une passe avant l'entrée dans le laminoir et après la sortie de la rainure du cylindre lorsque l'approximation par rectangle équivalent est appliquée. Ainsi, la déformation moyenne effective à une passe peut être calculée à partir de la forme rectiligne transformée.

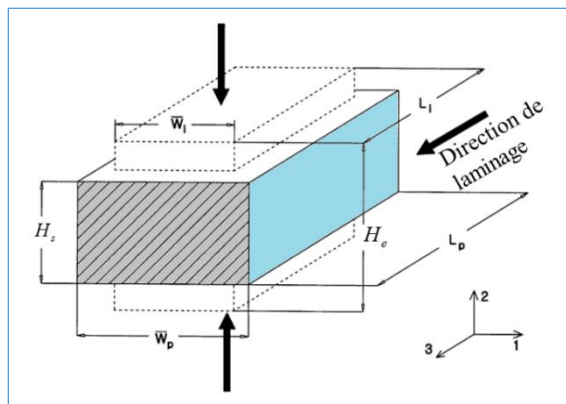


Figure IV.15. Représentation schématique de la déformation en parallélépipède d'une section rectangulaire équivalente.

Cependant, le calcul doit prendre en compte la variation non linéaire du tassement, de l'étalement et de l'allongement du matériau en cours de déformation. Pour surmonter ce problème, une hypothèse de déformation en parallélépipède est introduite [86]. Selon cette hypothèse, un cube de matériau soumis à une charge se transforme en un prisme rectangulaire, ses angles et ses côtés demeurant orthogonaux comme avant la déformation. Il convient de noter que le calcul se concentre sur la déformation en volume de la pièce, et non sur la déformation locale.

En négligeant les composants de déformation élastique et de cisaillement, la déformation plastique incrémentale le long de chaque axe principal peut être supposée proportionnelle, c'est-à-dire :

$$d\varepsilon_1 : d\varepsilon_2 : d\varepsilon_3 = \varepsilon_1 : \varepsilon_1 : \varepsilon_1 \quad (\text{IV.12})$$

À partir de la condition de volume constant :

$$\varepsilon_3 = -\varepsilon_1 - \varepsilon_2 \quad (\text{IV.13})$$

Ensuite, la déformation moyenne effective à une passe donnée $\bar{\varepsilon}_p$ est exprimée comme suite :

$$\bar{\varepsilon}_p = \sqrt{\frac{2}{3}(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2)} = \frac{2}{\sqrt{3}} \varepsilon_1 \sqrt{1 + \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)} \quad (\text{IV.14})$$

Avec :

$$\varepsilon_1 = \ln\left(\frac{W_i}{W_p}\right), \quad \varepsilon_2 = \ln\left(\frac{H_e}{H_s}\right) \quad (IV.15)$$

L'équation IV.14 représente une solution analytique pour la déformation moyenne effective, basée sur l'hypothèse d'une déformation uniforme en parallélépipède du matériau. L'équation IV.15 est valide sous la condition que les déformations plastiques principales dans les trois axes principaux soient indépendantes les unes des autres. Le signe positif est défini lorsque la pièce est contractée. Ainsi, le signe de ε_2 est toujours positif en raison de la contraction le long de l'axe y, tandis que le signe de ε_1 est négatif en raison de l'extension le long de l'axe x.

L'équation IV.14 illustre que la déformation moyenne effective dans le laminage de barres ou de fils devient simplement celle dans le laminage de plaques si le rapport $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$ est négligeable.

4.7 modèle analytique

L'importance des passes intermédiaires et de finition dans le laminage, qui garantissent une surface de qualité sans défauts et une déformation uniforme. Pour de nouveaux matériaux ou des conditions de laminage différentes, des recherches expérimentales sont souvent nécessaires. Cependant, une analyse théorique peut fournir des indications précieuses pour réduire le temps et les coûts de ces études. Plusieurs méthodes empiriques ont été rapportées dans la littérature [83,84] pour prédire la charge de laminage et la répartition, mais certaines d'entre elles manquent de détails sur l'écoulement et les contraintes dans la passe. [92] a proposé une solution basée sur le champ des lignes d'écoulement pour analyser ces aspects dans une séquence de passes rond-ovale-ronde en régime permanent isotherme. Les déformations des rouleaux sont négligées, et les composantes de vitesse, de vitesse de déformation et de contrainte sont dérivées des lois cinématiques, statiques et constitutives, ainsi que des conditions de frottement aux limites. Cette méthode est appliquée à un cas de laminage à chaud de barres rondes avec des données expérimentales [92], examinant notamment les effets du frottement, du jeu entre les rouleaux et de la réduction de hauteur.

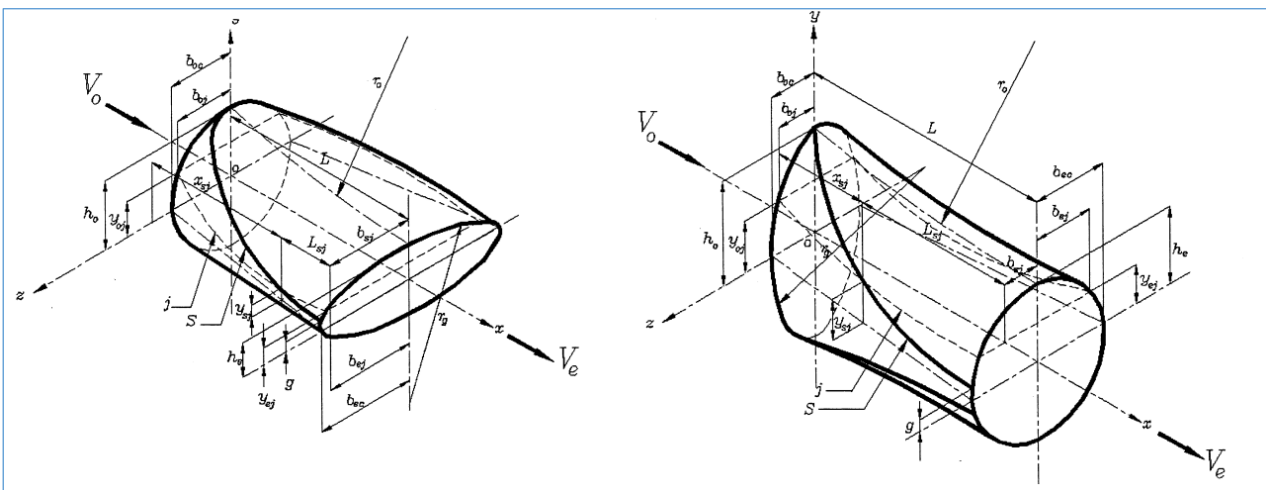


Figure IV.16. Géométrie de la zone de déformation utilisé par [92].

4.7.1 Géométrie de la zone de déformation

En se référant à la *Figure IV.16*, il existe deux zones de déformation. La première est une zone de déformation latéralement libre dans laquelle les déformations en masse de la barre, comprenant la réduction en hauteur et l'étalement latéral, se produisent. La seconde est une zone de déformation contrainte dans laquelle la barre se conforme à la forme de la rainure et où la pression et le frottement du cylindre sont développés. La limite entre les deux zones est une surface cylindrique S ayant un axe parallèle à l'axe du cylindre. Des axes de coordonnées x, y, z sont choisis pour être les directions de la longueur, de la hauteur et de la largeur de la barre, respectivement, avec l'origine de l'axe x au milieu du plan d'entrée. Les plans $x-y$ et $x-z$ sont des plans de symétrie. $2h_0, 2h_e$ et $2h$ sont les hauteurs de la barre et $2w_0, 2w_{ec}$ et $2w_c$ sont les largeurs de la ligne centrale de la barre à l'entrée, à la sortie et à toute section, respectivement. $2w_0, 2w_e$ et $2w$ sont, respectivement, les largeurs de profil de la barre à y_0, y_e et y . $r_0, 2r_c$ sont le rayon du cylindre et la distance de la ligne centrale, respectivement. $R_g, 2g$ sont, respectivement, le rayon de la rainure ovale et l'écart de dégagement entre les deux cylindre. L_c est la longueur de contact. Les relations géométriques suivantes sont obtenues:

a) pour la passe ronde-ovale

$$\begin{aligned} w_o &= \sqrt{w_{0c}^2 - y_0^2} \\ w_e &= \sqrt{r_g^2 - (r_g - (h_e - y_e))^2} \end{aligned} \quad (\text{IV.16})$$

b) pour la passe ovale-ronde

$$\begin{aligned} w_o &= \sqrt{r_g^2 - y_0^2} - (r_g - w_{0c}) \\ w_e &= \sqrt{h_e^2 - y_e^2} \end{aligned} \quad (\text{IV.17})$$

La surface limite S est une surface cylindrique d'ordonnées $y=y_s$ obtenues à partir des conditions telles qu'à l'entrée $y_s = h_0$ et à la sortie $y_s = g$, et $\frac{\partial y_s}{\partial x} = 0$.

$$y_s = h_0 - 2(h_0 - g) \frac{x_s}{L_c} + (h_0 - g) \frac{x_s^2}{L_c^2} \quad (\text{IV.18})$$

Où : $x = x_s$ a $y = y_s$

La largeur de la surface de limite est de $2w_s$ obtenue à partir de l'équation suivante :

$$w_s = \sqrt{r_g^2 - (r_g - (r_s - r_0))^2} \quad (\text{IV.19})$$

r_s est le rayon de contact du cylindre à $y = y_s$ donner par :

$$r_s = \sqrt{(r_c - y_s)^2 + (L_c - x_s)^2} \quad (\text{IV.20})$$

L'aire projetée de la zone de contact est

$$A_s = 2 \int_0^{L_c} w \cdot dx \quad (IV.21)$$

4.7.2 Surfaces d'écoulement

Les surfaces d'écoulement constituent un ensemble de surfaces cylindriques continues et excentriques ayant des générateurs presque rectilignes parallèles à l'axe du cylindre. En supposant qu'à toute section transversale le long de la morsure du rouleau la déformation en hauteur de la barre est uniforme, une surface d'écoulement y_j peut être exprimée comme suite :

$$y_i = y_{oj} \left(1 - \frac{L_c}{r_o h_o} x + \frac{1}{r_o h_o} x^2 \right) \quad (IV.22)$$

En substituant h/h_o à partir de l'équation IV.22, cela donne :

$$y_j = \frac{y_{oj}}{h_o} h = \frac{y_{ej}}{h_e} h \quad (IV.23)$$

$$\frac{\partial y_j}{\partial x} = -\frac{y_{oj}}{h_o r_o} (L_c - x) = -\frac{y_{ej}}{h_e r_e} (L_c - x) \quad (IV.24)$$

où y_{oj} , y_{ej} , y_j représentent respectivement les ordonnées de la surface d'écoulement à l'entrée, à la sortie et à toute section transversale. Sur n'importe quelle surface d'écoulement, la propagation est supposée uniforme sur toute la largeur. La largeur d'une surface d'écoulement dans la zone de déformation contrainte, $x_s \leq x \leq L_c$ est obtenue en substituant y_{ej} à y_e dans l'équations IV.16,17 .

Dans la zone de déformation latéralement libre, $0 \leq x \leq x_s$, la largeur est déterminée en supposant une relation parabolique satisfaisant les conditions $w_j = w_{sj}$ et $(\partial b_j / \partial x) = 0$ a $x = x_s$ et $w_j = w_{oj}$ a $x = x_s$ comme suite:

$$w_j = w_{oj} + 2(w_{sj} - w_{oj}) \frac{x}{x_{sj}} - (w_{sj} - w_{oj}) \left(\frac{x}{x_{sj}} \right)^2 \quad (IV.25)$$

4.7.3 Vitesse

La vitesse de surface du cylindre V_r est liée au rayon du cylindre r par la relation linéaire

$$V_r = \omega r \quad (IV.26)$$

Avec ω est la vitesse angulaire du cylindre

La vitesse de la barre le long de l'emprise est liée à la vitesse de surface du cylindre, donc la distribution de la composante de vitesse axiale à la frontière plastique de sortie peut être exprimée par la relation suivante :

$$V_{ej} = V_e \left(1 - c \left(\frac{r}{r_n} - 1 \right) \right) \quad (\text{IV.27})$$

où V_e est la vitesse de la pièce rigide de sortie, r_n est un rayon neutre auquel :

$$V_{ej} = V_r = V_e = \omega r_n \quad (\text{IV.28})$$

c Est un coefficient lié au glissement à la surface du rouleau à déterminer à partir des conditions de frottement et de statique. En utilisant l'équations IV.27,28, en posant $r = r_c - y_e$ donne :

$$V_{ej} = \omega (r_n - c(r_c - y_e - r_n)) \quad (\text{IV.29})$$

La composante de vitesse dans la direction x pour toute la surface j est obtenue à partir de la condition d'écoulement incompressible à l'état stationnaire, comme suit :

$$v_{xj} w_j dy = v_{ej} w_{ej} dy_e \quad (\text{IV.30})$$

En substituant $\partial y / \partial y_e = h / h_e$ à partir de l'équation IV.23 et V_{ej} à partir de l'équation IV.29 nous obtenons :

$$V_{xj} = \omega \frac{h_e w_{ej}}{h b_j} (r_n - c(r_c - y_e - r_n)) \quad (\text{IV.31})$$

La composante de vitesse dans la direction y est obtenue à partir de la condition qu'il n'y ait pas d'écoulement de matériau perpendiculairement à une surface d'écoulement, de sorte que :

$$V_{yj} = V_{xj} \frac{\partial y}{\partial x} = -V_{xj} \frac{y_{ej}}{h_e r_o} (L_c - x) \quad (\text{IV.32})$$

Afin de déterminer la charge et le couple du rouleau, des coordonnées cylindriques polaires sont choisies, avec u, v, w représentant respectivement les composantes de vitesse dans les directions r, h et z , avec r mesuré à partir du centre du rouleau et h du plan de sortie. Étant donné que l'angle de la rainure est faible, les composantes de vitesse seront transformées des coordonnées cartésiennes aux coordonnées polaires comme suit :

$$u = -V_x \theta - V_y \quad \text{et} \quad V = -V_x + V_y \theta$$

En substituant V_x, V_y de l'équations IV. 31,32 en prenant $y_e = r_c - r$ et $L - x = r\theta$ cela donne :

$$u = -V_x \left(1 - \frac{r(r_c - r)}{h_e r_o} \right) \theta, \quad V = -V_x \left(1 + \frac{r(r_c - r)}{h_e r_o} \right) \theta^2, \quad W = -(\dot{\epsilon}_r + \dot{\epsilon}_\theta) z \quad (\text{IV.33})$$

Les composantes des vitesses de déformation sont dérivées de l'équation IV.33 en notons que $\partial u / \partial z = \partial v / \partial z = 0$

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_r &= \frac{\partial u}{\partial r}, \dot{\varepsilon}_\theta = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + u \right), \dot{\varepsilon}_z = -(\dot{\varepsilon}_r + \dot{\varepsilon}_\theta), \\ \dot{\gamma}_{r\theta} &= \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta}, \dot{\gamma}_{\theta z} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\dot{\varepsilon}_r + \dot{\varepsilon}_\theta) z, \\ \dot{\gamma}_{rz} &= -\frac{\partial}{\partial \theta} (\dot{\varepsilon}_r + \dot{\varepsilon}_\theta) z\end{aligned}\quad (IV.34)$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{2(\dot{\varepsilon}_r^2 + \dot{\varepsilon}_\theta^2 + \dot{\varepsilon}_z^2) + \dot{\gamma}_{r\theta}^2 + \dot{\gamma}_{\theta z}^2 + \dot{\gamma}_{rz}^2} \quad (IV.35)$$

4.7.4 Composantes de contrainte et déformation

La contrainte d'écoulement $\bar{\sigma}$ est obtenue en substituant $\bar{\varepsilon}$ dans la loi de comportement du matériau. Les déviations de contrainte, $\sigma'_r, \sigma'_\theta, \sigma'_z$ et les contraintes de cisaillement $\tau_{r\theta}, \tau_{\theta z}, \tau_{rz}$ sont obtenues en substituant $\bar{\sigma}, \bar{\varepsilon}$ et la composante respective de vitesse de déformation de l'expression IV.35 dans la règle d'écoulement de Von-Mises. Les composantes de contrainte normale $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$ sont les sommes de la déviation de contrainte respective et de la contrainte moyenne σ_m . Pour déterminer σ_m , l'équation d'équilibre des contraintes le long de θ donnée par :

$$\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} = 0 \quad (IV.36)$$

et intégrée numériquement pour obtenir σ_θ et donc σ_m comme $(\sigma_\theta - \sigma'_\theta)$. Les valeurs initiales de σ_θ à $\theta=0$ sont obtenues à partir de la condition aux limites de l'absence de tension arrière, exprimée comme suite :

$$\int_0^{h_e} \int_0^{w_e} \sigma_\theta dz dy = 0 \quad a \quad \theta = 0 \quad (IV.37)$$

On notera, à partir de l'équation IV.35 $\dot{\varepsilon}_r = \dot{\varepsilon}_\theta = \dot{\varepsilon}_z = 0$ et aussi $\dot{\gamma}_{rz} = \partial \dot{\gamma}_{rz} / \partial r = \partial \dot{\gamma}_{\theta z} / \partial \theta = 0$ Par conséquent, $\sigma_r = \sigma_\theta = \sigma_z = \sigma_m$ et $\tau_{rz} = \partial \tau_{rz} / \partial r = \partial \tau_{\theta z} / \partial \theta = 0$

En substituant ces valeurs dans l'équation d'équilibre le long de z on obtient la relation d'équilibre appropriée dans cette configuration :

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} = 0 \quad (IV.38)$$

Cela donne σ_z et donc σ_θ constants le long de z . En notant que $\sigma_z = 0$ à $z = w_{ec}$ et donc σ_z, σ_θ disparaîtront le long de $y_e = 0$. Ces deux conditions, ainsi que la condition équation IV.34, sont satisfaites par l'expression arbitraire suivante :

$$\sigma_{\theta} = \frac{b_{ec}}{b_e} \bar{\sigma} \left(2 \frac{y_e}{h_e} - 3 \frac{y_e^2}{h_e^2} \right) \quad (IV.39)$$

4.8 Effort et couple de laminage

$$P = 2 \int_{x_s}^{L_c} \left(\int_0^{w_e} (-\sigma_r + \tau_{r\theta} \tan \theta) dz + \int_{r_o}^{r_s} (-\sigma_{rz} - \tau_{\theta z} \tan \theta) dr \right) dx \quad (IV.40)$$

$$C = 4 \int_{x_s}^{L_c} r \sqrt{1 + \tan^2 \theta} \left(\int_0^{w_e} \tau_{r\theta} dz - \int_{r_o}^{r_s} \tau_{\theta z} dr \right) dx \quad (IV.41)$$

4.9 Comparaisons

Précédemment, nous avons présenté deux approches de calcul différents. La première méthode (S.E) repose sur une méthode simplificatrice qui considère les surfaces rondes et ovales comme étant représentées par un carré et un rectangle, respectivement. Cette méthode a démontré une capacité à prédire efficacement les surfaces lorsqu'elles sont comparées à des données expérimentales. Le second modèle (SR) propose un calcul analytique permettant de prédire les grandeurs mécaniques et physiques du matériau en utilisant des surfaces réelles.

Par ailleurs, une simulation numérique a été réalisée à l'aide de la méthode des éléments finis afin de confronter les résultats issus des deux modèles étudiés à ceux de la simulation *Figure IV.17,18*, en particulier pour la séquence de passes rond-ovale-rond. Cette approche permet de valider la cohérence des modèles analytiques avec le comportement thermomécanique simulé du matériau au cours du procédé de laminage.

4.9.1 Résultats et discussions

L'analyse ci-dessus est appliquée à un cas de laminage à chaud expérimental de barres rondes dans une séquence de quatre passes rond-ovale-rond, tel que décrit dans [93]. Les données expérimentales fournies comprennent les dimensions des passes, le diamètre des cylindre, l'écart entre les cylindres, la vitesse de rotation, la vitesse de sortie de la barre et la charge de laminage, comme indiqué dans le *Tableau IV.1*. Le matériau utilisé est un acier à faible teneur en carbone (AISI 1018) à 1090°C, pour lequel la contrainte d'écoulement est exprimée par la relation [94] suivante :

$$\bar{\sigma} = 77.5 \bar{\epsilon}^{0.192} \quad (IV.42)$$

Tableau IV.1 Données expérimentales [93]

Passé N°	1	2	3	4
Forme de la cannelure	Ovale	Ronde	Ovale	Ronde
Dimension de la passe $2b_{ec} / 2h_e$	43/14.8	20.1	30.1/10.4	14.2
Section d'entrée $2b_{oc} / 2h_e$	29.5	14.8/43	20.1	10.4/30.1
Rayon ovale r_g	34.5	34.5	27.4	27.4
Diamètre de base du cylindre $2r_0$	265.2	259.5	269.6	270.8
Distance entre centres $2r_c$	280	280	280	285
Gap $2g$	3	2.5	2	2
Vitesse de laminage ,rpm	78	105	154	198.5
Surface de la section transversale A_e	424.5	316.8	208.4	159.1
Vitesse de sortie m/s	1.089	1.458	2.216	2.903
section de contact A_s	1650	852	926	536
Effort de laminage KN	168	97	113	73
Pression de laminage MPa	101.8	113.8	122.2	136.2

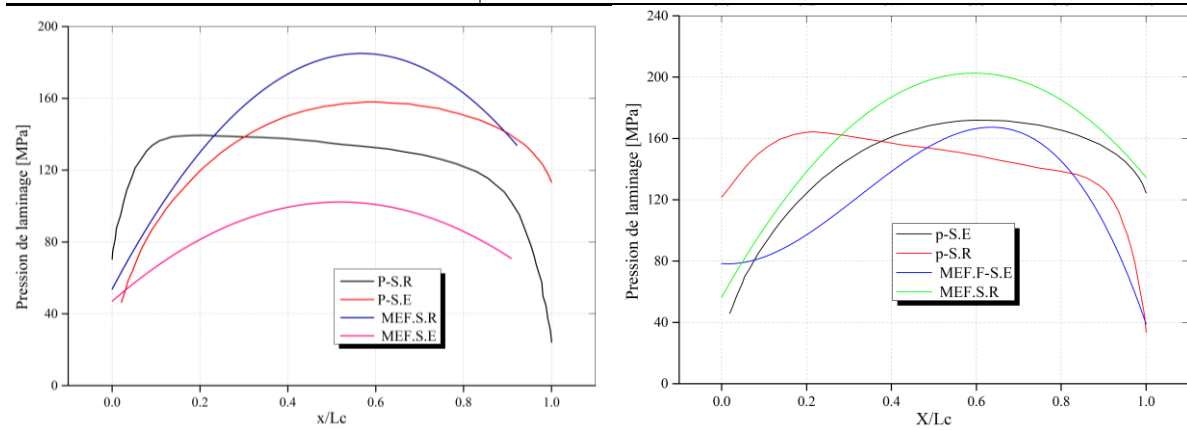


Figure IV.17. Distribution de la pression dans la zone de contact pour les passes ovales.

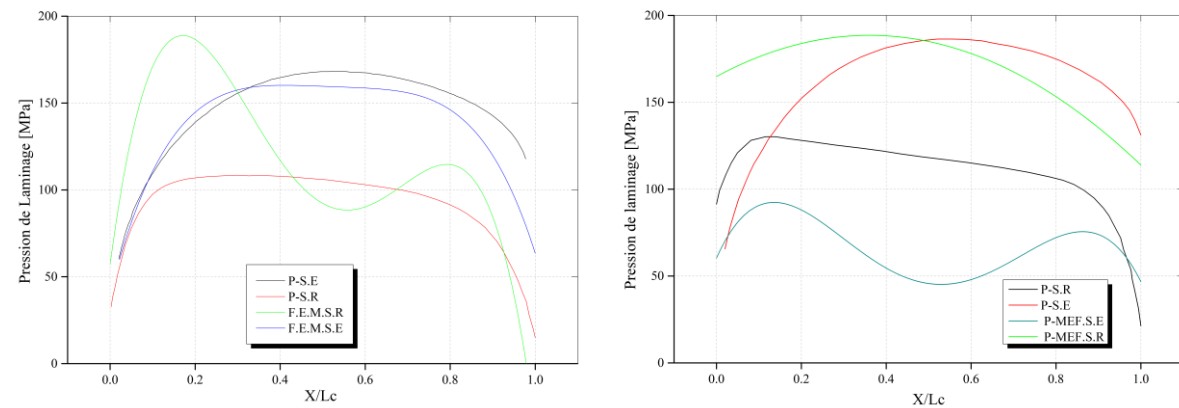


Figure IV.18 Distribution de la pression dans la zone de contact pour les passes rondes.

4.9.2 Conclusion

Un modèle analytique pour la prédiction du profil de surface d'une pièce lors d'une séquence de passes rond-ovale-rond a été proposé, et la validité du modèle a été examinée par une expérience de laminage de barres chaudes, avec la variation de l'entrefer et la conception de la rainure ovale.

Le profil de surface d'une pièce prédit par le modèle analytique proposé est en accord avec ceux obtenus expérimentalement pour des conditions de laminage limitées (variation de la forme de la rainure et de l'entrefer).

Le modèle proposé est efficace pour prédire la section transversale de la pièce du point de vue du temps de calcul, comparé à la simulation par éléments finis. Cependant, des études supplémentaires sont nécessaires pour valider le modèle pour davantage de cas, y compris la variation de la vitesse de laminage, de la géométrie de la pièce à usiner et du matériau.

Les résultats obtenus mettent en lumière la performance notable des deux méthodes de calcul dans la prédiction des grandeurs mécaniques lors du laminage de la barre à travers les différentes passes ovale-ronde-ovale. Cette cohérence avec les données expérimentales souligne la robustesse des modèles analytiques proposés.

Cependant, malgré cette concordance générale, il est important de reconnaître les défis rencontrés par les deux approches lors de la modélisation du comportement du matériau lors de la passe ovale. Cette phase de laminage, où le matériau est soumis à des contraintes complexes en raison du rapport élevé entre la largeur et l'épaisseur, nécessite une attention particulière. Les variations de pression prédites par la méthode des éléments finis, caractérisées par la présence de deux pics de la pression de laminage dans la zone de déformation, soulèvent des questions quant à la représentation fidèle de la déformation réelle du matériau.

Conclusion Générale

De nos jours, La méthode des éléments finis reste la plus performante, et donc là plus utilisé pour modéliser les procédés de mise en forme et obtenir une compréhension plus pénétrante des phénomènes qui s'y déroulent. Cependant, sa lourdeur et le temps important que nécessite chaque exécution la rendent peu pratique pour les lamineurs. C'est pour cela qu'ils ont tendance à utiliser des codes de calculs empiriques. Par ailleurs, les progrès spectaculaires enregistrés ces trente dernières années permettent de mettre au point des outils prédictifs performants tout en répondant aux besoins de simplicité et de rapidité d'exécution. Ils sont donc susceptibles de répondre aux besoins des industriels. La philosophie à la base de ce travail a consisté à mettre au point ce type de modèles.

Les travaux présentés dans cette thèse abordent deux types de procédés de laminage, celui des produits plats puis des produits ronds.

Pour les produits plats, la méthode des tranches répond bien aux besoins des lamineurs, particulièrement pour le calcul de l'effort et du couple de laminage. Cependant les hypothèses à la base de cette méthode ne permettent pas de prédire les contraintes et les vitesses suivant la direction transversale (indispensable pour les tôles épaisses) et la direction normale (indispensable pour les bandes très fines). En outre cette méthode nécessite pour chaque exécution l'identification préalable de la loi de frottement.

La contribution majeure de ce travail a été justement la mise au point d'un modèle mathématique qui utilise les lois de la mécanique des fluides avec approximation films minces permettant de calculer les pressions suivant la direction longitudinale ainsi que les vitesses et les contraintes de cisaillement suivant la direction normale en utilisant et en améliorant un modèle déjà développé pour le cas visqueux Newtonien puis généralisé par nos soins aux cas viscoplastique et plastique. Il en a résulté un modèle simple et rapide d'utilisation qui permet de tester différents types de comportement qu'il est possible d'exécuter sans avoir à identifier préalablement la loi de frottement. Des comparaisons avec des résultats expérimentaux tirés de la littérature ont permis de le valider.

Pour les produits ronds,

Dans le cadre de cette étude dédiée au laminage rond, une analyse comparative a été réalisée entre deux approches de modélisation, un modèle analytique et un modèle numérique, avec pour objectif de mieux comprendre leurs performances respectives et d'identifier leurs avantages et limitations.

Le premier modèle, de nature analytique, repose sur une simplification géométrique transformant les sections rondes en carrés et les sections ovales en rectangles équivalents. Cette méthode permet une réduction significative du temps de calcul grâce à une simplification des géométries complexes, tout en offrant une précision acceptable pour de nombreuses applications industrielles.

En parallèle, le modèle numérique intègre directement les géométries réelles des cannelures et du matériau laminé, offrant ainsi une représentation plus fidèle du processus. Bien que cette approche soit plus coûteuse en termes de ressources computationnelles, elle fournit des résultats précis en tenant compte de la complexité des interactions géométriques.

Les deux modèles ont été confrontés à des données expérimentales obtenues à partir de laminages réalisés en conditions réelles. Cette campagne expérimentale a permis de calibrer certains paramètres du procédé et de valider les prédictions des modèles, notamment en comparant la répartition des pressions dans le foyer de déformation et l'effort de laminage. De plus, la méthode des éléments finis a servi de référence pour évaluer la cohérence des résultats issus des deux modèles de calcul.

Les résultats de cette étude démontrent que les deux modèles offrent des prédictions satisfaisantes et cohérentes avec les observations expérimentales et les simulations par éléments finis. Toutefois, chaque méthode présente des avantages et des inconvénients. Le modèle analytique se distingue par sa rapidité d'exécution et sa simplicité, ce qui le rend adapté à des études préliminaires ou des

optimisations rapides. En revanche, le modèle numérique, bien que plus exigeant en termes de temps de calcul, constitue une approche robuste pour des analyses détaillées et des applications nécessitant une précision accrue.

En conclusion, cette étude met en lumière l'importance de choisir la méthode de modélisation en fonction des exigences spécifiques de l'application, en équilibrant précision et coût computationnel. Ces travaux offrent une base solide pour le développement futur de modèles hybrides combinant les atouts des approches analytiques et numériques, ainsi que pour l'amélioration des outils de simulation dédiés au laminage rond.

Perspectives

Laminage des produits plats :

Le modèle hydrodynamique est encore récent. Plusieurs pistes que nous proposons ci-dessous pour son développement peuvent être envisagées :

- Développer un modèle mixte permettant de prendre en compte aussi bien l'écrasement privilégié par la méthode des tranches qui utilise les lois de la mécanique des solides que le cisaillement privilégié par la méthode hydrodynamique qui utilise les lois de la mécanique des fluides.
- Compte tenu des hypothèses à la base du modèle hydrodynamique, son utilisation pour les bandes très minces restera privilégiée. Dans ce cas, il est connu que la prise en compte de l'élasticité des cylindres par la méthode de *Hitchcock* converge rarement. Il sera donc très utile de prévoir l'utilisation de la méthode des fonctions d'influence pour prendre en compte l'élasticité des cylindres.
- Le couplage thermomécanique présenté dans ce travail considère uniquement l'évolution de la température suivant la direction longitudinale du laminage, or le modèle mécanique mis au point est bidimensionnel (longitudinal-normal), il sera donc utile de développer un modèle thermique bidimensionnel et le coupler avec le modèle mécanique.

Laminage des produits ronds :

- Optimisation des modèles pour le laminage rond

La méthode des rectangles équivalents, ayant démontré sa pertinence dans les passes rond-ovales et ovale-rondes, offre une opportunité d'élaborer des modèles simplifiés pour le laminage rond. En intégrant une extension de la méthode des tranches, ces modèles pourront mieux capturer les spécificités géométriques et les interactions complexes des forces dans ce processus.

- Extension et validation des modèles hydrodynamiques

Le modèle hydrodynamique généralisé, qui a donné de bons résultats pour le laminage plat, pourrait être adapté et validé pour le laminage rond. Cela inclurait l'étude des variations de viscosité et des interactions pression-température spécifiques à ces géométries. Ces travaux permettraient d'élargir son champ d'application et d'augmenter sa robustesse.

- Réduction des temps de calcul et optimisation multi-paramètres

En exploitant les capacités de la méthode des rectangles équivalents à réduire les temps de calcul, il devient envisageable de développer des modèles d'optimisation sophistiqués. Ces modèles pourront s'appuyer sur des plans d'expériences comprenant plusieurs combinaisons de paramètres de laminage, tels que les vitesses, les pressions et les géométries, pour identifier les configurations les plus performantes.

-Évaluation expérimentale étendue

Des campagnes expérimentales plus diversifiées, couvrant un large éventail de matériaux et de conditions de laminage, permettront de valider davantage les prédictions des modèles actuels. Ces études expérimentales serviront aussi à enrichir les bases de données pour améliorer les capacités de prédiction des modèles.

- Amélioration de la précision dans les zones de contact

Les travaux futurs pourraient se concentrer sur une meilleure modélisation des zones de contact matériau-cylindre, où se produisent des phénomènes complexes tels que le frottement, la dissipation thermique et les variations locales de déformation.

- Intégration des simulations multi-physiques

La combinaison des modèles mécaniques avec des simulations thermiques et tribologiques pourrait offrir une vue plus complète du processus de laminage rond, en intégrant des paramètres comme l'usure des cylindres et les gradients de température.

- Développement d'algorithmes pour le contrôle en temps réel

En exploitant les avancées des modèles numériques et leur calibration avec les données expérimentales, des algorithmes pourraient être développés pour permettre un contrôle adaptatif et en temps réel des paramètres de laminage, garantissant une qualité optimale des produits.

- Conception de nouvelles configurations de passes

Les études futures pourraient explorer des conceptions innovantes pour les séquences de passes, en introduisant des formes non conventionnelles pour les cannelures. Cela permettrait de maximiser l'efficacité énergétique et d'améliorer l'homogénéité des propriétés mécaniques des produits finis

Références

- [1] C David, J L Chenot. Modélisation numérique par éléments finis du forgeage à chaud, calcul des écoulements en laminage à chaud et en calibrage. Physique et mécanique de la mise en forme, p542-562. Ecole d'été d'Oléron. 1990.
- [2] A Dogui.A. F Sidoroff, large strain formulation of anisotropic élasto-plasticity for metal forming, Comp.Meth. For Predicting Material processing defect, ed. M.Predeleanu, Elsevier, 1987, PP81-92.
- [3] A Dogui. Plasticité anisotrope en grandes déformation. Thèse de doctorat d'état es-sciences. Ecole central de Lyon.1989.
- [4] F Sidoroff, Modelés phénomologiques, Physique et mécanique de la mise en forme, école d'été d'Oléron, PP 297-307, 1990.
- [5] Weisz-Patrault D, Maurin L, Legrand N, Ben Salem A, Ait Bengrir A (2015) Experimental evaluation of contact stress during cold rolling process with optical fiber Bragg gratings sensors measurements and fast inverse method. J Mater Process Technol 223:105–123.
<https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2015.03.047>.
- [6] F Aloui. Résolution numérique des équations différentielles. Université de Nantes. 2002
- [7] S Yousef. L'analyse numérique en C. p 26-70. Ecole polytechnique d'El-harrach, Alger.
- [8] N Piskounov. Calcul différentiel et intégral p142-175. Edition Mir de Moscou. 1980.
- [9] J Chtcherbatsky. Analyse numérique. Université de sidi-bel-abbas, P139-157.
- [10] M Moubarak Toukourou. Modélisation et simulation par MEF du contact avec frottement dans les procédés de mise en forme des métaux. Faculté des études supérieures université de Laval pour l'obtention du grade de maitre des science,2000.
- [11] F Sidoroff, Cours de thermodynamique et mécanique des milieux continus. Ecole centrale de Lyon 1984.
- [12] A Znaidi, Identification des lois de comportement élastoplastiques, thèse de doctorat soutenue a la faculté des sciences de Tunisie, 2004.
- [13] A Khalfalah, identification des lois de comportement élasto-plastique par essais inhomogènes et simulation numérique, thèse de doctorat soutenue a la faculté des sciences de Tunisie, 2004.
- [14] A Khalfalah, Anisotropic parameter identification using inhomogeneous tensile test, European journal of Mechanic A/Solids 21 P927-942 2002.
- [15] Hosford, W. F. (1972). "A Generalized Isotropic Yield Criterion." Journal of Applied Mechanics, 39(2), 607–609.
- [16] Hill, R. (1979). "Theoretical plasticity of textured aggregates." Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 85(1), 179–191. <https://doi.org/10.1017/S0305004100055596>.
- [17] ZAAF M, Modélisation mécanique du laminage, thèse de doctorat soutenue a la faculté des sciences de l'ingénieur Algérie, 2007.
- [18] Montmitonnet, P. (2001). "Tribologie du laminage à froid de tôles." Revue de Métallurgie, 2, 125-130.
- [19] Montmitonnet, P. Lois de frottement et déformation plastique. Matériaux et techniques N°1-2-3, P 08-29. 1993.
- [20] Hammache, A. (2019). "Analyse des forces de frottement dans le processus de laminage." Mémoire de fin d'études, École Nationale Polytechnique.
- [21] F. AR Salehi, T.C. Firbanf, P. R. Lancaster (1973) An experimental determination of the roll pressure distributions in cold rolling. Int. J 15: 693-700. [https://doi.org/10.1016/0020-7403\(73\)90049-0](https://doi.org/10.1016/0020-7403(73)90049-0).
- [22] E. SIEBEL and W. LUEG, Untersuchungen Uber die Spannungsverteilung im Walzspalt. Mitteilungen aus dem Kaiser-Wilhem-Institut fUr Eisenforschung, Vol. 15, No. 1, pp. 1-14 (1933).
- [23] I. M. COLE and D. H. Sansome, Prec. Ninth Int. M.T.D.R. Conf. pp. 271-286 (1968).
- [24] C. C.Smith, F. H. SCOTT and W. Sylwestrowicz, J. Iron Steel Inst. 170, 347 (1952).
- [25] R. B. Palme and C. W. Mcgregor, ASME Research Committee of Plastic Flow of Metals, pp. 1-56 (1958).
- [26] C. W. Mc Gregor and R. B. Palme., Trans. ASME, J. Basic Eng. 669 (1959).
- [27] F. ELLIS, L.U. Thesis for Ph.D. (1961).
- [28] JESWIET (J.) et CAO (X.K.). – The effect of aspect ratio upon friction and normal forces in strip rolling (L'effet du rapport de forme de l'emprise sur le frottement et les forces normales en laminage de tôles). J. Mater. Process. Technol. 45, p. 99-104 (1994).
- [29] J.G. Lenard, Measurement of friction in cold flat rolling, J. Mater.Shaping Technol. 9 (3) (1991) 171–180

- [30] Lupoi, R., & Osman, F. H. (2005). Under surface pressure sensing technique for the evaluation of contact stresses. *Journal of Materials Processing Technology*, 164–165, 1537–1543. <https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2005.02.250>.
- [31] E. Rabinowicz, *Friction and Wear of Materials*, Wiley, New York, 1965.
- [32] L.-S.Lim and J.G. Lenard, *ASME, J. Eng. Mater. Technol.*, 106 (1984) 139
- [32] J.A. Schey, *Tribology in Metalworking Friction, Lubrication and Wear*, ASM, Metals Park, OH, 1983
- [34] P.A. Atack and M.R. Abbott, *Proc. Int. Symp. On the Ptast. And Resistance to Metal Deformation*, Herceg Novi, 1986, p. 334.
- [35] Lang, G. (1984). *Aluminum*, 60, 813.
- [36] J G. Lenard, *CIRP Ann*, 40 (1991) 223.
- [37] Lenard, J. G., & Malinowski, Z. (1993). *Journal of Materials Processing Technology*, 39, 357. [https://doi.org/10.1016/0924-0136\(93\)90103-2](https://doi.org/10.1016/0924-0136(93)90103-2).
- [38] Schey, J. A. (1983). *Tribology in Metalworking*. ASM International, Metals Park, Ohio.
- [39] Januszkiewicz, K. R., Bekmesian, G., Heenan, D. F., & Stratford, G. (1995). *J. Soc. Trib. Lub. Engineers*, 669.
- [40] Ford, H., Ellis, F., & Bland, D. R. (1951). *JofISI*, 5, 57.
- [41] Bugini, A., Gentili, E., Pacagnella, R., & ResteUi, G. (1978). *Tranciatura Stampaggio*, 15, 103.
- [42] Köves, E. (Ed.). (1984). *Aluminium Kézikönyv (Aluminum Handbook)*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest. (In Hungarian).
- [43] Lira, L.-S., & Lenard, J. G. (1984). Friction and wear in the rolling of aluminum. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 106, 139. <https://doi.org/10.1115/1.3226183>.
- [44] Hum, B., Colquhoun, H. W., & Lenard, J. G. (1996). Measurements of friction during hot rolling of aluminum strips. *Journal of Materials Processing Technology*, 60, 331–338. [https://doi.org/10.1016/0924-0136\(96\)02569-2](https://doi.org/10.1016/0924-0136(96)02569-2).
- [45] Bohacek, J., Raudensky, M., & Kotrbacek, P. (2021). Remote cooling of rolls in hot rolling; applicability to other processes. *Materials*, 11(7), 1061. <https://doi.org/10.3390/ma11071061>.
- [46] Stevens, P. G., Ivens, K. P., & Harper, P. (1971). Increasing work-roll life by improved roll-cooling practice. *Journal of the Iron and Steel Institute*, 209, 1–11.
- [47] Li S, Wang Z, Ruan J, Liu C, Xu Z (2016) Hydrodynamics method and its application in hot strip rolling. *Steel Research International*, 87(12), e1600355. <https://doi.org/10.1002/srin.201600220>.
- [48] Mimoune D, Zaaf M, Amirat A (2022). Contribution to improving hydrodynamics method for hot strip rolling application. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 122(1-4), 4165-4178. <https://doi.org/10.1007/s00170-022-10042-4>.
- [49] Zaaf M, Mebarek A, Amirat A (2019). Simplified two-dimensional model for the prediction of pressures and velocities in hot strip rolling. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 100(1-4), 13-23. <https://doi.org/10.1007/s00170-018-2691-5>.
- [50] P. Montmitonnet, L. Fourment, U. Ripert, QT. Ngo, A. Ehlacher A. (2016) State of the art in rolling process modeling. *BHM Springer-Verlag Wien* 161(9), 396-404. <https://doi.org/10.1007/s00501-016-0520-4>.
- [51] M. Bambach, A. Stefan Häck, M. Herty (2017) Modeling steel rolling processes by fluid-like differential equations. *Applied Mathematical Modelling* 43: 155-169. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2016.10.056>
- [52] J. Wang, X. Liu, W.Guo (2018) Analysis of mechanical parameters for asymmetrical strip rolling by slab method. *Int J Adv Manuf Technol* 98: 2297-2309. <https://doi.org/10.1007/s00170-018-2368-0>
- [53] X. Wang, M. Li & X. Chang (2021) The flexible rolling process of three-dimensional curved parts using an auxiliary plate based on rigid arc-shaped rollers. *Int J Adv Manuf Technol* 116: 1103-1113. <https://doi.org/10.1007/s00170-021-07512-6>.
- [54] Karman TV (1925) On the theory of rolling. *Z Angew Math Mech* 5: 130–141.
- [55] E. Orowan E (1943) The Calculation of Roll Pressure in Hot and Cold Flat Rolling. *Proc Inst Mech Eng*. 150:140-167. https://doi.org/10.1243/PIME_PROC_1943_150_025_02.
- [56] RB. Sims (1954) The Calculation of Roll Force and Torque in Hot Rolling Mills. *Proc Inst Mech Eng*. 168: 191-200. https://doi.org/10.1243/PIME_PROC_1954_168_023_02.
- [57] Von Mises R. (1913) *Mechanik der festen Körper im plastisch-deformablen Zustand (Mechanics of solid bodies in the plastic-deformable state)*. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, Math.-phys. Klasse 4* (1913), 582-592.
- [58] Hitchcock, J. H. (1935). Roll neck bearings. Report of ASME Research Committee.

- [59] Bland, D. R., & Ford, H. (1952). An approximate treatment of the elastic compression of the strip in cold rolling. *Journal of the Iron and Steel Institute*, 171, 245.
- [60] Montmitonnet, P. (1990). Laminage à froid, modélisation. *Technique de l'Ingénieur*, M616.
- [61] Oudin J (1990) Approches expérimentales et numériques des conditions de contact et de frottement (Experimental and numerical approaches to contact and friction conditions). *Physique et mécanique de la mise en forme (Physics and mechanics of material's forming) Ecole d'été d'Oléron* 406–435.
- [62] P Daigners. La methode des tranches. *Mise en forme des métaux et alliage. Université d'été de métallurgie physique de villaras sur ollon*, p245-251. Septembre 1975.
- [63] F Sidoroff. Cours de MMC, Ecole central de lyon.1984.
- [64] Li, G., Kobayashi, S., 1982. Rigid-plastic finite-element analysis of plane strain rolling. *ASME, J. Eng. Ind.* 104, 3364.
- [65] Gratacos, P., Montmitonnet, P., Fromholz, C., & Chenot, J. L. (1992). A plane-strain elastoplastic finite-element model for cold rolling of thin strip. *International Journal of Mechanical Sciences*, 34(11-12), 1051-1068.
- [66] Montmitonnet P, Fourment L, Ripert U, Ngo QT, Ehlacher A (2016) State of the art in rolling process modeling. *BHM Springer-Verlag Wien* 161(9):396–404. <https://doi.org/10.1007/s00501-016-0520-4>.
- [67] M Dunad, C Levailant, F Montheillet. Comportement des aciers à mi chaud. *Physique et mécanique de la mise en forme*, P275-285. Ecole d'été d'Oléron 1990.
- [68] A Darsouni, étude du comportement thermomécanique d'un acier micro allié a des température intermédiaire (700-1200C°) Thèse de doctorat d'état présentée à l'université Badji-Mokhtar (Annaba) 2003.
- [69] Landau, L. D., & Lifshitz, E. M. (1959). *Fluid Mechanics* (2nd Ed.). Pergamon Press.
- [70] Kavila, A., et al. (2011). "The Onset of Turbulence in Pipe Flow." *Science*, 333(6039), 192.
- [71] C. Barus, Note on the Dependence of Viscosity on Pressure and Temperature. *Am. Acad. of Arts and Science*, 1891, vol. 28, pp. 13–18.
- [72] C. Barus, Isothermals, isopiestic and isometrics relative to viscosity. *Am. J. of Science*, 1893, vol. 45, pp. 87 – 96.
- [73] C. J. A. Roelands. Correlation aspects of the viscosity-temperature-pressure relationship of lubricating oils. Thèse de doctorat, Technical University of Delft, The Netherlands, 1966.
- [74] P. W. Bridgman, *Physics of High Pressure*. Bell and sons Ltd. London, 1931, pp. 330 –356.
- [75] K. A. Doolittle, *Studies in Newtonian Flow II. The Dependence of the Viscosity of Liquids on Free-Space*. *Journal of Applied Polymer Science*, 1951, vol. 22, pp. 1471 – 1475.
- [76] H. Morrel, M. H. Cohen et G. Turnbull, *Molecular Transport in Liquids and Glasses*. *Journal of Applied Physics*, 1959, vol. 31, pp. 1164 – 1169.
- [77] Chapkov, A. (2006). Étude des contacts élastohydrodynamiques lubrifiés avec un fluide non newtonien (Thèse de doctorat). Institut National des Sciences Appliquées (INSA) de Lyon, France.
- [78] He YX (2010) *Rolling engineering, chemical industry*. Press, Beijing, China, p 49.
- [79] S.X. Zhou, An integrated model for hot rolling of steel strips, *J. Mater. Process. Technol.* 134 (2003) 338–351.
- [80] H. Großheim, K. Schotten, W. Black, Physical simulation of hot rolling in the ferrite range of steels, *J. Mater. Process. Technol.* 60 (1996) 609–614.
- [81] Phaniraj, M. P., Behera, B. B., & Lahiri, A. K. (2005). Thermo-mechanical modeling of two-phase rolling and microstructure evolution in the hot strip mill. Part I. Prediction of rolling loads and finish rolling temperature. *Journal of Materials Processing Technology*, 170(2-3), 323–335. <https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2005.06.051>.
- [82] Capece Minutolo, F., Durante, M., Giorleo, L., & Langella, A. (2005). Specific pressure in steel rod rolling with grooves. *Journal of Materials Engineering and Performance*, 14(4), 460–466. DOI: 10.1361/10599490523922.
- [83] Alexander, J. M. (1972). On the theory of rolling. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 326(1567), 535–563. <https://doi.org/10.1098/rspa.1972.0025>.
- [84] Z. Wusatowski, *Fundamentals of Rolling*, Pergamon Press, Oxford, 1969
- [85] Byon S.M., Kim S.I., Lee Y., A semi analytical model for predicting the wear contour in rod rolling process, *J. Mat. Proc. Technology*, vol. 191, 2007, p. 306-309.

- [86] Lee, Y., Kim, H. J., & Hwang, S. M. (2001). Analytic model for the prediction of mean effective strain in rod rolling process. *Journal of Materials Processing Technology*, 114(1), 129–138.
- [87] Lee, Y., & Kim, Y. H. (2001). Approximate analysis of roll force in a round-oval-round pass rolling sequence. *Journal of Materials Processing Technology*, 113(1), 124–130.
- [88] Szota, P., Mróz, S., Dyja, H., & Kawałek, A. (2012). 3D FEM modelling and experimental verification of the rolls wear during the bar rolling process. *Materials Science Forum*, 706-709, 1533–1538.
<https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/MSF.706-709.1533>.
- [89] I.P. Kemp, Model of deformation and heat transfer in hot rolling of bar and sections, *J. Ironmaking Steelmaking* 17 /1990) 139-143.
- [90] Lee, Y., Choi, S., & Kim, Y.H. (2000). Mathematical model and experimental validation of surface profile of a workpiece in round–oval–round pass sequence. *Journal of Materials Processing Technology*, 108, 87–96.
- [91] T. Shinokura, K.A. Takai, A new method for calculating spread in rod rolling, in: *Proceedings of Experimental verification of Process Models*, ASM, Cincinnati, USA, 1983, pp. 175–188.
- [92] Bayoumi, L. S. (1998). Flow and Stresses in Round–Oval–Round Roll Pass Sequence. *International Journal of Mechanical Sciences*, 40(12), 1223–1234. [https://doi.org/10.1016/S0020-7403\(97\)00107-4](https://doi.org/10.1016/S0020-7403(97)00107-4)
- [93] Wusatowski, Z., *Fundamentals of Rolling*. Pergamon Press, Katowice, 1969, pp. 619–624.
- [94] Altan, T., Bougler, F. W., *Flow stress of metals and its application in metal forming analysis*. ASME Journal of Engineering for Industry, 1973, 95, 1009–1019.