

Ministère de l'enseignement Supérieur et de la recherche Scientifique
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Badji Mokhtar Annaba University
Université Badji Mokhtar – Annaba
Faculté de Technologie



جامعة باجي مختار – عنابة

كلية التكنولوجيا

قسم الإلكترونيك

Département Electronique

Thèse

Présentée pour obtenir le diplôme de

Doctorat En-Sciences

Spécialité : Automatique

Par :

GUEDAOURIA Ismain

Thème :

Diagnostic des systèmes dynamiques non linéaires par filtrage particulière

Thèse soutenue le ... date de soutenance ... devant le jury composé de :

Nom et prénom	Grade	Etablissement	Qualité
GHERBI Sofiane	Prof.	Université Badji Mokhtar - Annaba	Président
HARKAT Mohamed Faouzi	Prof.	École Nationale Supérieure de Technologie et d'Ingénierie	Rapporteur
DOGHMANE Noureddine	Prof.	École Nationale Supérieure de Technologie et d'Ingénierie	Co-rapporteur
LACHOURI Abderrazak	Prof.	Université 20 août 1955 Skikda	Examineur
KOUADRI Abdelmalek	Prof.	Université M'Hamed Bougara de Boumerdès	Examineur
DEBBAH Abdesselam	MCA	École Nationale Supérieure de Technologie et d'Ingénierie	Examineur

«تشخيص النظم الديناميكية غير الخطية باستخدام ترشيح الجسيمات»

الملخص

يشكل التشخيص الموثوق للأعطال (**Fault Diagnosis and Isolation —FDI**) في الأنظمة غير الخطية ، التي تتعرض غالباً لضوضاء غير غاوسية، تحدياً كبيراً أمام الأساليب التقليدية. تتناول هذه الأطروحة هذه المسألة عبر تطوير وتوثيق منهجية متقدمة تعتمد على الترشيح الجزئي (**Particle filter —PF**) ، مع استغلال مميزات الدمج بين الترشيح الجزئي وترشيح كالمان الممتد (**Particle Filter Extended Kalman Filter —PFEKF**).

يهدف هذا العمل إلى تجاوز محدوديات مرشحات الجزيئات القياسية (مثل التدهور واختيار توزيع الاقتراح) من خلال استعمال المعلومات المحلية لترشيح كالمان الممتد، مما يعزز متانة ودقة التشخيص. تتمثل المساهمة الرئيسية في تقديم إطار عمل متكامل لـ **FD** قائم على **PFEKF**، قادر على تحقيق الكشف المبكر عن الأعطال باستخدام تقنيات مثل (**Cumulative sum —CUSUM**) والعتبة التكيفية، والعزل الدقيق لأعطال متعددة، والتقدير الكمي لشدة هذه الأعطال.

أجريت محاكاة شاملة على نظام مرجعي غير خطي (في ظل ظروف ضوضاء غاوسية وغير غاوسية متعددة) وعلى نماذج تطبيقية مثل المفاعل المستمر ذو الخزان المحرك (**Continuous stirred tank reactor —CSTR**) و ذراع روبوت مرن . وأظهرت النتائج تفوق منهجية **PFEKF** بوضوح مقارنة بالمرشحات البديلة (مثل **AXKF**، **IPF**، **PF**) لا سيما من حيث المتانة المحسنة أمام الشكوك والضوضاء غير الغاوسية ، بالإضافة إلى دقة أعلى في عزل الأعطال وتقديرها الكمي مع انخفاض ملحوظ في قيمة جذر متوسط مربع الخطأ (**Root mean squared error —RMSE**).

في الختام ، يقدم هذا العمل إسهاماً مهماً عبر توفير منهجية **FD** شاملة وفعالة و مثبتة عملياً للأنظمة غير الخطية ، تستند إلى الاستغلال الأمثل لقدرات **PFEKF**، مما يفتح آفاقاً للمراقبة المتقدمة للأنظمة الحيوية.

« Diagnostic des systèmes dynamiques non linéaires par filtrage particulaire »

Résumé :

Le diagnostic fiable des défauts (Fault Diagnosis and Isolation, FDI) dans les systèmes non linéaires, soumis à des bruits souvent non gaussiens, représente un défi majeur pour les méthodes conventionnelles. Cette thèse aborde ce problème en développant et validant une méthodologie avancée basée sur le filtrage particulaire (Particle Filter, PF), spécifiquement en exploitant les avantages du filtre particulaire combiné au filtre de Kalman étendu (Particle Filter Extended Kalman Filter, PFEKF). L'objectif est de surmonter les limitations des FP standards (dégénérescence des particules, mauvais choix de distribution de proposition) en utilisant l'information locale de l'EKF pour améliorer la robustesse et la précision du diagnostic. La contribution centrale est un cadre FDI intégré basé sur le PFEKF, capable d'assurer la détection précoce (via des techniques comme CUSUM et seuillage adaptatif), l'isolation précise de défauts multiples, et l'estimation quantitative de leur amplitude. Des simulations rigoureuses sur un système non linéaire de référence (sous diverses conditions de bruit gaussien et non gaussien) et sur des modèles applicatifs (robot manipulateur flexible, réacteur CSTR) ont été menées. Les résultats démontrent systématiquement la supériorité de l'approche PFEKF par rapport à des filtres alternatifs (IPF, PF standard, AXKF), notamment en termes de robustesse accrue aux incertitudes et aux bruits non gaussiens, ainsi qu'une meilleure précision pour l'isolation et l'estimation quantitative des défauts (RMSE significativement réduite). En conclusion, ce travail apporte une contribution significative en fournissant une méthodologie FDI complète, performante et validée pour les systèmes non linéaires, fondée sur une exploitation optimisée des capacités du PFEKF, ouvrant des perspectives pour la surveillance avancée des systèmes critiques.

Abstract :

Reliable Fault Diagnosis and Isolation (FDI) in nonlinear systems, often operating under non-Gaussian noise, poses a significant challenge for conventional methods. This thesis addresses this problem by developing and validating an advanced methodology based on Particle Filtering (PF), specifically leveraging the advantages of the Particle Filter Extended Kalman Filter (PFEKF). The objective is to overcome the limitations of standard PFs (particle degeneracy, poor choice of proposal distribution) by using local information from the EKF to improve diagnostic robustness and accuracy. The central contribution is an integrated PFEKF-based FDI framework capable of providing early detection (via techniques like CUSUM and adaptive thresholding), accurate isolation of multiple faults, and quantitative estimation of their magnitude. Rigorous simulations were conducted on a benchmark nonlinear system (under various Gaussian and non-Gaussian noise conditions) and on application models (flexible-joint robot manipulator, CSTR reactor). The results systematically demonstrate the superiority of the PFEKF approach over alternative filters (IPF, standard PF, AXKF), notably in terms of enhanced robustness to uncertainties and non-Gaussian noise, as well as better accuracy for isolation and quantitative fault estimation (significantly reduced RMSE). In conclusion, this work makes a significant contribution by providing a complete, high-performance, and validated FDI methodology for nonlinear systems, based on the optimized utilization of PFEKF capabilities, opening perspectives for the advanced monitoring of critical systems.

Dédicace



Je dédie ce travail

*à la mémoire de ma chère mère, que Dieu ait son âme,
et à mon père bien-aimé.*

Je l'offre également

*à mon fils Mohammed,
à À ma chère femme,
à mes frères et sœurs,
et à tous les membres de ma famille,*

*qui ont toujours été pour moi
une source de soutien et d'encouragement
tout au long de ce parcours de recherche.*



Remerciements

Je tiens à exprimer ma plus profonde gratitude aux membres du jury pour le temps qu'ils ont consacré à l'évaluation de ce travail et pour la qualité de leurs conseils :

- **M. le Professeur Mohamed Faouzi Harkat**, Directeur de thèse, École Nationale Supérieure de Technologie et d'Ingénierie, pour son encadrement exigeant, son soutien constant et ses orientations éclairées tout au long de ce travail.
- **M. le Professeur Nouredine Doghmane**, Co-rapporteur, École Nationale Supérieure de Technologie et d'Ingénierie, pour la finesse de son analyse et la richesse de ses commentaires, qui ont grandement contribué à l'amélioration de ce manuscrit.
- **M. le Professeur Sofiane Gherbi**, Président du jury, Université Badji Mokhtar – Annaba, pour son accueil bienveillant et les remarques judicieuses qu'il a formulées.
- **M. le Professeur Abderrezak Lachouri**, Examineur, Université 20 août 1955 – Skikda, pour son regard critique et ses suggestions pertinentes.
- **M. le Professeur Abdelmalek Kouadri**, Examineur, Université M'Hamed Bougara – Boumerdès, pour la qualité de son expertise et l'intérêt porté à mes travaux.
- **M. Abdesselam Debbah, MCA**, Examineur, École Nationale Supérieure de Technologie et d'Ingénierie, pour ses observations techniques et son soutien méthodologique.

Leur précieuse contribution scientifique et leur disponibilité ont été déterminantes dans la réalisation de cette thèse. Je leur adresse mes plus sincères remerciements.

Table des matières

Table des figures	xii
Liste des tableaux	xiv
Introduction	1
1 État de l’art	7
1.1 Introduction	7
1.2 Classification des Systèmes Non Linéaires	8
1.2.1 Introduction : Le Paradigme de la Non-Superposition	8
1.2.2 Systèmes à Non-linéarités Régulières (Lisses)	8
1.2.3 Systèmes à Non-linéarités Non Régulières (Non Lisses)	10
1.2.4 Systèmes à Structure Spécifique : Modèles Orientés Blocs	11
1.2.5 Systèmes Présentant un Comportement Chaotique	12
1.3 Diagnostic des défauts dans les systèmes non linéaires	13
1.3.1 Introduction : Enjeux et Défis Spécifiques	13
1.3.2 Concepts Fondamentaux et Terminologie du Diagnostic	14
1.3.3 Taxonomie des méthodes de diagnostic	15
1.3.4 Critères d’Évaluation et Indicateurs de Performance du Diagnostic	23
1.3.5 Limites des Approches Existantes	24
1.4 Typologie et classification des défauts	26
1.4.1 Classifications fondamentales des défauts	26
1.4.2 Typologie fonctionnelle des défauts	30
1.4.3 Synthèse critique et enjeux industriels	32
1.5 Filtrage Particulaire pour l’Estimation d’État et le Diagnostic	32
1.5.1 Introduction : Objectif et Positionnement dans le Diagnostic des Défauts	32
1.5.2 Évolution Historique et Contributions Marquantes	33
1.5.3 Concepts Théoriques et Fondements – Vue Synthétique	33
1.5.4 Applications en Diagnostic des Défauts	35

1.5.5	Avancées et Améliorations Récentes ainsi que Perspectives Innovantes du Filtre Particulaire	37
1.5.6	Analyse Critique et Synthèse : Forces et Faiblesses dans la Littérature	40
1.6	Conclusion	40
2	Fondements du Filtrage Optimal : Théorie et Pratique	43
2.1	Introduction	43
2.2	Fondements théoriques du filtrage optimal	44
2.2.1	Principe d'estimation optimale	44
2.2.2	Cadre mathématique général	45
2.2.3	Hypothèses fondamentales : bruit blanc gaussien	46
2.2.4	Intuition physique	46
2.3	Filtre de Kalman	47
2.3.1	Contexte et Hypothèses de Base	47
2.3.2	Phase de Prédiction	48
2.3.3	Phase de Mise à Jour	49
2.3.4	Propriétés Théoriques et Limites Pratiques	50
2.4	Filtre de Kalman étendu (EKF)	50
2.4.1	Adaptation aux Systèmes Non Linéaires	51
2.4.2	Procédure de Linéarisation	52
2.4.3	Algorithme de l'EKF	53
2.4.4	Analyse des Erreurs et Convergence	54
2.4.5	Avantages, Limites et Extensions	54
2.5	Filtre Kalman Linéarisé Adaptatif	55
2.5.1	Concept et Motivation	55
2.5.2	Mécanisme Adaptatif	56
2.5.3	Comparaison avec l'EKF Standard	58
2.5.4	Limites et Perspectives	58
2.6	Observateurs Non Linéaires (NLO)	59
2.6.1	Formulation et Principes Fondamentaux	59
2.6.2	Stratégies de Conception	59
2.6.3	Conditions de Convergence	60
2.7	Filtre Kalman Exogène Adaptatif	61
2.7.1	Architecture Hybride	61
2.7.2	Principe de Fonctionnement et Description Algorithmique	62
2.7.3	Avantages, Applications et Limites	64

2.8	Évaluation Comparative des Filtres Non Linéaires	65
2.8.1	Évaluation Multicritères des Filtres Non Linéaires	65
2.8.2	Synthèse et Perspectives	68
2.9	Conclusion	68
3	Filtrage Particulaire — Fondements Théoriques et Approches d’Amélioration	71
3.1	Introduction	71
3.2	Approximation de Monte Carlo pour l’Estimation de la Distribution A Posteriori	73
3.2.1	Approximation de la Densité de Probabilité	73
3.2.2	Estimation des Espérances Mathématiques	74
3.2.3	Convergence et Précision de l’Approximation	75
3.2.4	Synthèse et Perspectives	76
3.3	Échantillonnage d’Importance Bayésien	76
3.3.1	Approximation de l’Espérance via l’Échantillonnage d’Importance	76
3.3.2	Suppression de la Probabilité Marginale	77
3.3.3	Approximation Numérique par Monte Carlo	78
3.3.4	Conditions de Convergence et Approximation de la Densité A Posteriori	78
3.4	Échantillonnage d’Importance Séquentiel (SIS)	79
3.4.1	Définition de la distribution de proposition	79
3.4.2	Hypothèses du modèle	80
3.4.3	Mise à jour récursive des poids	80
3.4.4	Défis et limitations de l’échantillonnage d’importance séquentiel (SIS)	81
3.5	Rééchantillonnage	84
3.5.1	Méthodes de rééchantillonnage	84
3.5.2	Méthodes et Performances Comparées	86
3.5.3	Algorithme du Filtre Particulaire	87
3.6	Problématique des limites du filtre particulaire	89
3.6.1	Analyse Critique des Hypothèses Sous-Jacentes du Filtrage Particulaire	90
3.6.2	Dégénérescence des particules et appauvrissement de la diversité : Mécanismes, Métriques et Stratégies d’atténuation	92

3.6.3	Impact sur l'Estimation d'État et la Détection de Défauts : Analyse et Conséquences	94
3.7	Stratégies Avancées pour la Diversification et la Régularisation des Particules	96
3.7.1	Étape de déplacement MCMC : Intégration d'une dynamique de déplacement pour restaurer la diversité des particules	97
3.7.2	Techniques de régularisation des particules : fondements méthodologiques et implications pratiques	99
3.8	Conception de propositions d'importance optimisées	102
3.8.1	Édition a priori	103
3.8.2	Méthodes de rejet borné	104
3.8.3	Filtre particulaire auxiliaire	107
3.8.4	Filtre particulaire combiné au filtre de Kalman étendu (PFEKF)	109
3.8.5	Filtre particulaire intelligent	117
3.8.6	Synthèse Comparative des Filtres SPF, IPF et PFEKF	120
3.9	Conclusion	123
4	Optimisation du Diagnostic des Défauts : Méthodologie et Applications du Filtre PFEKF	127
4.1	Introduction	127
4.2	Contexte et Enjeux du Diagnostic des Défauts	128
4.3	Fondements théoriques de la détection par filtre particulaire	131
4.3.1	Analyse des poids d'importance et de la vraisemblance conditionnelle	131
4.3.2	Logique sous-jacente et avantages théoriques	134
4.4	Approche de détection basée sur le filtre PFEKF et la règle CUSUM	136
4.4.1	La Règle de CUSUM et ses Fondements	137
4.4.2	Algorithme PFEKF-CUSUM	139
4.4.3	Applications et Avantages de l'Approche PFEKF-CUSUM	140
4.4.4	Perspectives et Défis	141
4.5	Stratégies de seuillage pour la détection des défauts	142
4.5.1	Méthodologie du seuillage fixe	143
4.5.2	Seuillage Adaptatif : Algorithmes et Optimisation	144
4.5.3	Approches Alternatives de Seuillage Dynamique	146
4.6	Isolation des défauts	146

4.6.1	Problématique de l'Isolation Multi-Défauts	147
4.6.2	Algorithme de Nikiforov : Généralisation de la Règle CUSUM	148
4.6.3	Intégration du Filtre Particulaire (PFEKF)	150
4.7	Estimation du défaut	151
4.7.1	Estimation des défauts par GLR Améliorée par le filtre particulaire	151
4.7.2	Estimation des défauts par filtre PFEKF	158
4.8	Conclusion	164
5	Résultats et discussion	167
5.1	Simulation 1 : Évaluation Comparative sur un Système Non Linéaire de Référence	167
5.1.1	Étude de Cas 1 : Défaut d'Actionneur sous Bruit Gaussien et Robustesse à la Variance du Bruit de Processus	169
5.1.2	Étude de Cas 2 : Défaut de Capteur sous Bruit de Processus Non Gaussien (Gamma)	170
5.1.3	Synthèse Comparative des Performances	171
5.2	Simulation 2 : Évaluation de Stratégies de Seuillage et Analyse de Sensibilité Paramétrique	172
5.2.1	Analyse Comparative des Seuils Adaptatifs et Fixes pour la Détection de Défauts	173
5.2.2	Analyse de Sensibilité de la Méthode de Détection PFEKF à Seuil Adaptatif	175
5.3	Simulation 3 : Isolation des Défauts Multiples par Approche PFEKF	178
5.4	Simulation 4 : Évaluation Comparative avec un Filtre Particulaire Standard	183
5.4.1	Analyse Qualitative de l'Isolation des Défauts par Filtre Particulaire Standard	183
5.4.2	Analyse Quantitative Comparative des Performances de Détection	185
5.5	Simulation 5 : Application à l'Estimation de Défaut sur un Robot Manipulateur Flexible	188
5.6	Application à l'Estimation de Défauts sur un Modèle de Réacteur CSTR	190
5.6.1	Description du Modèle CSTR et Modélisation des Défauts	191

5.6.2 Résultats d'Estimation des Défauts et Discussion . . .	192
5.7 Conclusion	194
Conclusion	195
A Algorithmes supplémentaires	199
Bibliographie	203

Table des figures

1.1	Taxonomie des méthodes de diagnostic	24
1.2	classification physique de défauts	27
1.3	Classification d'occurrence de défauts	29
3.1	Distribution d'importance optimale : concentrer l'échantillonnage dans les régions de forte vraisemblance	82
3.2	Organigramme de la méthode PFEKF	112
3.3	Estimation en présence de bruit suivant la distribution de Cauchy	114
3.4	Estimation en présence de bruit suivant la distribution de Gamma	115
3.5	Évolution du RMSE des filtres SPF, IPF et PFEKF en fonction de la variance Q, de la variance R et du nombre de particules (N).	123
3.6	Évolution du temps de convergence des filtres SPF, IPF et PFEKF en fonction de la variance Q, de la variance R et du nombre de particules (N).	124
3.7	Évolution du temps d'exécution des filtres SPF, IPF et PFEKF en fonction de la variance Q, de la variance R et du nombre de particules (N).	125
4.1	Estimation de défaut par la méthode GLR baser sur le filtre PF, appliquée à un exemple numérique	156
4.2	La détection de défaut par test de GLR baser sur le filtre PF, appliquée à un exemple numérique	157
4.3	Estimation de défauts par la méthode GLR basée sur le filtre PF, appliquée au système réel	159
4.4	Détection de défauts par test GLR basé sur le filtre PF, appliqué au système réel	160
4.5	Estimation de défaut par la méthode PFEKF, appliquée à un exemple numérique	163

5.1	Statistique de test pour le défaut d'actionneur (Cas 1) avec PFEKF pour différentes valeurs de Q_w	169
5.2	Statistique de test pour le défaut de capteur (Cas 2) avec PFEKF pour différentes valeurs de B (bruit Gamma).	171
5.3	Évolution de la statistique de test g_t lors d'un défaut de Type 3 survenant à $t_d = 120s$. Comparaison du comportement du seuil adaptatif avec les seuils fixes $Th_1 = 5$ et $Th_2 = 40$	176
5.4	Indicateurs de performance (FAR, MDR, ARL1) en fonction de la taille M de la fenêtre glissante pour la détection de défauts de type 1 par méthodes PFEKF et CUSUM.	178
5.5	Évolution des indicateurs de performance en fonction du facteur d'oubli α pour la détection de défauts de type 1 par méthodes PFEKF et CUSUM	179
5.6	Test statistique g_t calculé par la méthode PFEKF pour un défaut de type 1 apparu à l'instant $t_d = 120$	180
5.7	Test statistique g_t calculé par la méthode PFEKF pour un défaut de type 2 apparu à l'instant $t_d = 120$	181
5.8	Test statistique g_t calculé par la méthode PFEKF pour un défaut de type 3 apparu à l'instant $t_d = 120$	182
5.9	Test statistique g_t calculé par la méthode PF pour un défaut de type 1 apparu à l'instant $t_d = 120$	184
5.10	Test statistique g_t calculé par la méthode PF pour un défaut de type 2 apparu à l'instant $t_d = 120$	185
5.11	Test statistique g_t calculé par la méthode PF pour un défaut de type 3 apparu à l'instant $t_d = 120$	186
5.12	Estimation du paramètre de défaut θ par l'algorithme PFEKF. Le défaut survient à $t = 2s$	189
5.13	Estimation du paramètre de défaut additif θ_1 par PFEKF dans le CSTR. Défaut f_1 ($\theta_1 = 0.65$) injecté à l'échantillon 201.	193
5.14	Estimation du paramètre de défaut multiplicatif θ_2 par PFEKF dans le CSTR. Défaut f_2 ($\theta_2 = 1.0015$) injecté à l'échantillon 201.	193

Liste des tableaux

2.1	Comparaison des valeurs de RMSE pour différents couples (Q, R) .	66
2.2	Nombre d'itérations nécessaires pour atteindre le seuil de convergence.	67
2.3	Comparaison du temps d'exécution et de la mémoire utilisée.	67
3.1	Comparaison des méthodes de rééchantillonnage	87
3.2	Comparaison des RMSE pour différents types de bruit	113
4.1	Comparaison entre PFEKF-CUSUM et GLR	139
5.1	Configurations pour le Cas 2 (Bruit Gamma).	170
5.2	Comparaison des performances entre les méthodes PFEKF et IPF. "Succès" indique l'atteinte du critère (FAR=0, MDR=0), "Échec" indique le contraire.	172
5.3	Comparaison des performances (FAR, MDR, ARL1) entre seuillage adaptatif et fixe ($Th_1 = 5, Th_2 = 40$) pour les trois types de défauts.	175
5.4	Comparaison des performances de PFEKF et PF pour différents types de défauts et différentes valeurs de Q .	187
5.5	Comparaison des performances d'estimation de défaut (RMSE) entre PFEKF et AXKF	190

Liste des abréviations

Abréviaton	Signification
APF	Filtre particulaire auxiliaire
ARL1	Longueur moyenne de fonctionnement sous l'hypothèse 1
AXKF	Filtre de Kalman exogène adaptatif
CSTR	Réacteur parfaitement agité
CUSUM	Somme cumulative (pour la détection de changement)
EKF	Filtre de Kalman étendu
FAR	Taux de fausses alarmes
FD	Détection des défauts
FDI	Détection et isolement des défauts
GLR	Rapport de vraisemblance généralisé
HMM	Modèle de Markov caché
KF	Filtre de Kalman
LAKF	Filtre de Kalman linéarisé adaptatif
LTI	Système linéaire à temps invariant
MCMC	Chaîne de Markov Monte Carlo
MDR	Taux de défauts non détectés
NLO	Observateur non linéaire
PF	Filtre particulaire
PFEKF	Filtre particulaire combiné au filtre de Kalman étendu
PFI	Inférence basée sur filtre particulaire
SIR	Rééchantillonnage d'importance séquentielle
SIS	Échantillonnage d'importance séquentielle
SMC	Monte Carlo séquentiel
UKF	Filtre de Kalman unscented

Introduction

L'omniprésence des systèmes dynamiques dans les sphères technologiques contemporaines – qu'il s'agisse des procédés industriels, de l'aéronautique, de la robotique ou encore des systèmes énergétiques – s'accompagne d'une exigence croissante en matière de performance, de fiabilité et de sécurité. Or, une part significative de ces systèmes exhibe un comportement intrinsèquement non linéaire, s'écartant ainsi du paradigme simplifié de la superposition qui régit les systèmes linéaires. Cette non-linéarité, source de dynamiques complexes et parfois imprévisibles, allant des non-linéarités lisses aux comportements chaotiques [1], [2], en passant par les structures spécifiques comme les modèles orientés blocs, représente un défi majeur tant pour la modélisation et la commande que pour la surveillance de leur état de santé. La garantie de leur fonctionnement optimal et la prévention des défaillances potentielles constituent ainsi un enjeu primordial, tant sur le plan économique que sécuritaire. Dans ce contexte, la problématique du diagnostic des défauts (Fault Diagnosis and Isolation - FDI) revêt une importance capitale [3], [4]. Détecter au plus tôt l'apparition d'une anomalie, identifier sa nature et sa localisation, et en estimer l'amplitude sont des étapes cruciales pour maintenir l'intégrité opérationnelle des systèmes et planifier des actions de maintenance correctives efficaces [5]. Cependant, la complexité inhérente aux systèmes non linéaire rend cette tâche particulièrement ardue. Les approches traditionnelles de diagnostic, souvent conçues pour des systèmes linéaires ou faiblement non linéaire, montrent rapidement leurs limites face à des dynamiques fortement couplées, des bruits de mesure non gaussiens ou des incertitudes de modèle prononcées. La diversité même des défauts potentiels, qu'ils soient abrupts ou progressifs, affectant les actionneurs, les capteurs ou les composants internes du système, ajoute une couche supplémentaire de complexité à la conception de stratégies de diagnostic robustes et performantes. Au cœur de nombreuses stratégies de FDI réside la capacité à estimer précisément l'état interne et les paramètres du système à partir d'observations bruitées et

souvent incomplètes. Les techniques de filtrage statistique offrent un cadre formel puissant pour aborder ce problème d'estimation. Le filtre de Kalman, pierre angulaire du filtrage pour les systèmes linéaires gaussiens [6], et ses extensions comme le filtre de Kalman étendu (EKF) ou les observateurs non linéaire (NLO), ont marqué des avancées significatives [7], [8]. Néanmoins, leur performance peut se dégrader substantiellement en présence de fortes non-linéarités ou lorsque les hypothèses gaussiennes sur les bruits ne sont pas satisfaites. Les erreurs de linéarisation de l'EKF ou les difficultés de conception et de garantie de convergence des NLO pour des classes générales de systèmes non linéaire motivent la recherche d'alternatives plus flexibles et robustes [9]. C'est dans ce paysage que les méthodes de filtrage particulaire (FP), relevant de l'inférence bayésienne séquentielle et des techniques de Monte Carlo (Sequential Monte Carlo - SMC), ont émergé au cours des dernières décennies comme une alternative prometteuse [10], [11], [12]. Leur force réside dans leur capacité à approximer la distribution de probabilité a posteriori de l'état (et potentiellement des paramètres ou de l'indicateur de défaut) sans recourir à des hypothèses restrictives sur la linéarité du modèle ou la nature gaussienne des distributions de bruit [13], [14]. En représentant la distribution par un ensemble de particules pondérées évoluant et se mettant à jour séquentiellement, les FP offrent une flexibilité théorique remarquable pour traiter des problèmes d'estimation complexes, y compris ceux rencontrés en diagnostic de défauts [15], [16]. Cependant, le succès pratique des FP n'est pas exempt de défis. Le phénomène bien connu de dégénérescence des particules, où la majorité des poids se concentre sur un petit nombre de particules, peut conduire à un appauvrissement de la diversité et à une estimation peu fiable, voire divergente [17]. De même, le choix de la distribution de proposition (ou d'importance) conditionne fortement l'efficacité de l'algorithme. Ces limitations ont stimulé une intense activité de recherche visant à améliorer la robustesse et l'efficacité des filtres particulaires, donnant naissance à une panoplie de stratégies avancées : techniques de rééchantillonnage sophistiquées, méthodes de régularisation [18], incorporation de déplacements MCMC (Markov Chain Monte Carlo) [19], [20], et conception de distributions de proposition optimisées, souvent en hybridant les approches particulaires avec des techniques de filtrage plus classiques comme le filtre de Kalman étendu [21], [22]. La présente thèse s'inscrit résolument dans cette dynamique de recherche, avec pour ambition centrale de développer

et d'évaluer des méthodologies avancées de diagnostic des défauts pour les systèmes non linéaire, en s'appuyant sur une optimisation ciblée des techniques de filtrage particulière. Nous postulons qu'une synergie judicieuse entre la robustesse stochastique du filtrage particulière et l'efficacité locale des approches de type Kalman, incarnée par le filtre particulière combiné au filtre de Kalman étendu (PFEKF), peut conduire à des solutions de diagnostic plus performantes, capables de relever les défis posés par les non-linéarités et les incertitudes. L'objectif est de proposer une approche intégrée couvrant l'ensemble de la chaîne du diagnostic : la détection précoce des défauts, leur isolation précise même en cas de défauts multiples, et l'estimation fiable de leur amplitude et de leur dynamique temporelle [23], [24]. Pour atteindre cet objectif, nous avons structuré ce mémoire en cinq chapitres principaux :

- **Le Chapitre 1** dresse un état de l'art exhaustif, essentiel pour contextualiser nos travaux. Il explore d'abord la taxonomie et les propriétés fondamentales des systèmes non linéaire rencontrés en ingénierie [1]. Il aborde ensuite en profondeur les enjeux, concepts, méthodes et critères d'évaluation propres au diagnostic des défauts dans ces systèmes, en soulignant les limites des approches existantes. Une typologie détaillée des défauts est également présentée [3], [25]. Enfin, ce chapitre introduit le filtrage particulière comme outil potentiel pour le diagnostic, retraçant son évolution et analysant de manière critique ses forces et faiblesses rapportées dans la littérature.
- **Le Chapitre 2** se consacre aux fondements théoriques et pratiques du filtrage optimal et de ses extensions aux systèmes non linéaire, servant de socle comparatif à nos développements ultérieurs. Il revisite les principes de l'estimation optimale, détaille le filtre de Kalman classique, puis explore ses adaptations non linéaire comme le filtre de Kalman étendu (EKF), le filtre Kalman linéarisé adaptatif, ainsi que les observateurs non linéaire (NLO) et une architecture hybride, le filtre Kalman exogène adaptatif. Une évaluation comparative critique de ces différentes approches conclut ce chapitre.
- **Le Chapitre 3** plonge au cœur des fondements théoriques du filtrage particulière. Partant des principes de l'approximation de Monte Carlo et de l'échantillonnage d'importance bayésien, il détaille l'algorithme d'échantillonnage d'importance séquentiel (SIS) et la nécessité du ré-

échantillonnage pour contrer la dégénérescence. Les limites intrinsèques des FP standards (dégénérescence, appauvrissement, impact sur le diagnostic) sont analysées en profondeur. Le chapitre explore ensuite de manière systématique les stratégies d'amélioration avancées : étapes de déplacement MCMC, techniques de régularisation, et surtout, la conception de distributions de proposition optimisées, menant à des variantes sophistiquées telles que le filtre particulaire auxiliaire (APF), le filtre particulaire combiné au filtre de Kalman étendu (PFEKF) – qui sera central dans nos travaux – et le filtre particulaire intelligent (IPF). Une synthèse comparative éclaire les avantages et inconvénients de ces variantes.

- **Le Chapitre 4** constitue le cœur méthodologique de notre contribution. Il détaille comment optimiser le diagnostic des défauts en exploitant spécifiquement les capacités du filtre PFEKF. Nous y développons une approche de détection basée sur l'analyse de la vraisemblance conditionnelle issue du filtre, couplée à la règle statistique CUSUM [26] pour une détection séquentielle optimale. Les stratégies de seuillage, fixes et adaptatives, sont ensuite discutées pour équilibrer les taux de détection et de fausse alarme [27]. Pour l'isolation des défauts, nous proposons une extension basée sur l'algorithme de Nikiforov [28], intégrée au PFEKF pour gérer les scénarios multi-défauts. Enfin, nous abordons l'estimation de l'amplitude et de la dynamique des défauts, en explorant à la fois une approche basée sur le test du rapport de vraisemblance généralisé (GLR) [29] amélioré par le PFEKF, et une estimation directe via l'augmentation de l'état dans le cadre du PFEKF.
- **Le Chapitre 5** est dédié à la validation et à l'évaluation des performances des méthodologies développées. À travers une série de simulations numériques rigoureuses sur des systèmes non linéaire de référence (benchmark) et des modèles représentatifs d'applications concrètes (robot manipulateur flexible [30], réacteur CSTR [31]), nous procédons à une analyse comparative approfondie. Nous évaluons l'efficacité de notre approche PFEKF-CUSUM pour la détection sous différents types de bruits et de défauts, comparons les stratégies de seuillage, démontrons les capacités d'isolation multi-défauts, et validons les performances d'estimation. Une comparaison directe avec un filtre particulaire standard est également menée pour quantifier l'apport des améliorations propo-

sées.

Enfin, une Conclusion Générale synthétise les principales contributions de cette thèse, discute les limites des travaux réalisés et ouvre des perspectives pour de futures recherches dans ce domaine fécond et essentiel de l'automatique et de l'ingénierie. En somme, ces travaux visent à apporter une contribution significative à l'amélioration de la sûreté de fonctionnement des systèmes non linéaire complexes, en proposant une approche de diagnostic intégrée et optimisée, fondée sur une exploitation judicieuse des synergies entre filtrage particulière avancé et techniques statistiques de détection de ruptures. Nous espérons ainsi ouvrir la voie à des systèmes de surveillance plus robustes, fiables et performants pour les applications industrielles et technologiques critiques.

Chapitre 1

État de l'art

1.1 Introduction

Le premier chapitre de cette thèse s'attache à dresser un panorama complet des avancées théoriques et méthodologiques dans le domaine de l'ingénierie des systèmes non linéaires, en mettant particulièrement l'accent sur le diagnostic des défauts et les techniques d'estimation d'état. L'évolution historique des modèles linéaires, fondés sur le principe de superposition, a permis de forger une solide base pour l'analyse et le contrôle des systèmes. Toutefois, la majorité des applications industrielles et technologiques se caractérise par une dynamique intrinsèquement non linéaire, impliquant une complexité accrue tant dans leur modélisation que dans leur traitement opérationnel. Ce chapitre s'articule autour de plusieurs axes complémentaires. La première partie présente une taxonomie rigoureuse des systèmes non linéaires en ingénierie, en illustrant comment la rupture du paradigme de la superposition engendre des comportements variés — des cycles limites au chaos — et impose une classification adaptée pour le choix des méthodes d'analyse et de commande [1], [2]. La seconde section explore les enjeux du diagnostic des défauts dans ces systèmes complexes, en insistant sur les défis spécifiques liés à la détection, l'isolation et l'estimation des anomalies, essentielles pour garantir la fiabilité et la sécurité des systèmes [3]. Par la suite, une typologie détaillée des défauts est proposée, afin de structurer la compréhension des différentes manifestations d'anomalies et de faciliter le choix des approches de diagnostic les plus pertinentes. Enfin, le chapitre se conclut par une analyse approfondie du filtrage particulaire, une technique de pointe issue des méthodes séquentielles de Monte Carlo, qui s'impose comme une solution prometteuse pour surmonter les limitations des méthodes classiques en présence de non-linéarités pronon-

cées et de bruits non gaussiens [10], [11]. En posant ainsi les fondations de la revue d'état de l'art, ce chapitre vise à offrir une vision cohérente et exhaustive des outils et concepts fondamentaux qui sous-tendent les avancées récentes en diagnostic des défauts, tout en mettant en lumière les lacunes et les opportunités qui motiveront les contributions originales de ce travail de recherche.

1.2 Classification des Systèmes Non Linéaires

1.2.1 Introduction : Le Paradigme de la Non-Superposition

L'étude des systèmes dynamiques en ingénierie repose historiquement sur l'abstraction puissante des modèles linéaires invariants dans le temps (LTI). La pierre angulaire de ces systèmes est le principe de superposition, garantissant qu'à une combinaison linéaire d'entrées correspond la même combinaison linéaire des sorties individuelles. Cependant, la vaste majorité des phénomènes physiques et des processus technologiques dévient, parfois subtilement, parfois drastiquement, de cette idéalisation. Nous entrons alors dans le domaine des systèmes non linéaires, définis précisément par la **violation du principe de superposition**. Cette rupture fondamentale engendre une richesse comportementale (cycles limites, chaos, bifurcations, harmoniques multiples) et des défis analytiques considérables, rendant une classification méthodique indispensable pour guider l'analyse, la commande, l'estimation d'état (filtrage) et le diagnostic de défauts. Ce sous-chapitre propose une taxonomie basée sur les caractéristiques mathématiques intrinsèques des non-linéarités et la structure des modèles.

1.2.2 Systèmes à Non-linéarités Régulières (Lisses)

Cette classe englobe les systèmes dont les relations constitutives sont décrites par des fonctions suffisamment régulières, typiquement typiquement de classe C^1 .

- **Propriétés Caractéristiques :**

- Les trajectoires d'état sont continues et différentiables par rapport au temps (sauf potentiellement aux instants d'application d'entrées discontinues).

- Le comportement *local* autour d'un point d'équilibre ou d'une trajectoire nominale peut être approximé par un système linéaire obtenu via linéarisation (Jacobien). Cette approximation est fondamentale mais sa validité reste locale [32].
- Malgré la régularité locale, le comportement global peut être extrêmement complexe, incluant la multi-stabilité et des phénomènes oscillatoires non triviaux.

- **Modèles Mathématiques Formels :**

La représentation canonique en espace d'état est donnée par un système d'équations différentielles ordinaires (EDO) :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \end{cases} \quad (1.1)$$

où $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ le vecteur d'entrée, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^p$ le vecteur de sortie. Les fonctions $\mathbf{f} : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$ (champ de vecteurs) et $\mathbf{h} : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^p$ (fonction de sortie) sont supposées (au moins) continûment différentiables par rapport à \mathbf{x} et \mathbf{u} .

- **Exemple Illustratif (Dynamique d'un pendule simple non amorti) :**

Soit θ l'angle avec la verticale. L'équation du mouvement est :

$$\ddot{\theta}(t) + \frac{g}{L} \sin(\theta(t)) = 0 \quad (1.2)$$

En posant $x_1 = \theta$ et $x_2 = \dot{\theta}$, on obtient le système d'état :

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ -\frac{g}{L} \sin(x_1) \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

Ici, $f_2(x_1, x_2) = -\frac{g}{L} \sin(x_1)$ est une fonction C^∞ (lisse). La linéarisation autour de $x_1 = 0$ (position basse) donne $\ddot{\theta} + (g/L)\theta = 0$ (oscillateur harmonique), mais cette approximation échoue pour de grands angles.

- **Implications pour le Filtrage/Diagnostic :** La régularité permet l'application d'extensions du filtre de Kalman (EKF, UKF) basées sur des approximations locales. Cependant, de fortes non-linéarités

ou des trajectoires s'éloignant significativement du point de linéarisation peuvent dégrader les performances, motivant l'emploi de méthodes plus globales comme les filtres particulières. Le diagnostic peut exploiter les modèles linéarisés localement ou des observateurs non linéaires basés sur \mathbf{f} et \mathbf{h} .

1.2.3 Systèmes à Non-linéarités Non Régulières (Non Lisses)

Cette catégorie cruciale regroupe les systèmes comportant des discontinuités, des points anguleux ou des fonctions non différentiables en certains points de leurs caractéristiques dynamiques.

- **Propriétés Caractéristiques :**

- Présence de phénomènes tels que la commutation, l'impact, le frottement sec, la saturation, l'hystérésis, les zones mortes.
- Les trajectoires d'état peuvent être continues mais non différentiables, voire discontinues en fonction de la nature de la non-linéarité et du formalisme utilisé.
- La linéarisation est inapplicable ou dénuée de sens aux points de non-régularité.
- Des outils d'analyse spécifiques sont requis (fonctions de Lyapunov non lisses, inclusions différentielles, analyse par fonction de description pour les oscillations, systèmes hybrides) [33].

- **Modèles Mathématiques Formels :**

La modélisation fait souvent appel à des fonctions définies par morceaux, ou à des opérateurs spécifiques :

- **Saturation :** $\text{sat}(v, v_{\min}, v_{\max}) = \max(v_{\min}, \min(v, v_{\max}))$
- **Relais Idéal (Signe) :** $\text{sgn}(v) = 1$ si $v > 0$, -1 si $v < 0$, (multi-)défini à $v = 0$.
- **Frottement de Coulomb :** Force opposée au mouvement, d'amplitude constante ($\mu_k N$) en cinétique, et force statique bornée ($|F_s| \leq \mu_s N$) à l'arrêt. Peut s'écrire via $\text{sgn}(\dot{x})$ mais requiert une attention particulière à $\dot{x} = 0$.

Pour une description rigoureuse près des discontinuités, le formalisme des **inclusions différentielles** est parfois nécessaire :

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{F}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \quad (1.4)$$

où \mathbf{F} est une application multi-valuée (*set-valued map*), typiquement pour gérer l'indétermination à $\dot{x} = 0$ dans le frottement statique ou la commutation d'un relais idéal. Les **systèmes hybrides**, combinant EDOs continues et automates à états finis pour les commutations, offrent un autre cadre puissant.

- **Exemple Illustratif (Système Masse-Ressort avec Frottement Sec) :**

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) + F_{\text{friction}}(\dot{x}(t)) = u(t) \quad (1.5)$$

où $F_{\text{friction}}(\dot{x})$ pourrait être modélisé (simplifié) comme :

$$F_{\text{friction}}(\dot{x}) = \begin{cases} F_k \cdot \text{sgn}(\dot{x}) & \text{si } \dot{x} \neq 0 \\ F_s & \text{si } \dot{x} = 0 \text{ et } |kx - u| \leq F_{\text{max}} \\ (kx - u) & \text{si } \dot{x} = 0 \text{ et } |kx - u| > F_{\text{max}} \text{ (transition)} \end{cases} \quad (1.6)$$

avec $F_k = \mu_k N$ et $F_{\text{max}} = \mu_s N$. La discontinuité à $\dot{x} = 0$ est la caractéristique clé.

- **Implications pour le Filtrage/Diagnostic :** Les filtres basés sur la linéarisation (EKF) ou l'approximation gaussienne (UKF) peuvent diverger ou fournir des estimations très pauvres en présence de fortes discontinuités. Les **filtres particuliers**, par leur nature basée sur l'échantillonnage, sont intrinsèquement mieux adaptés pour gérer ces non-régularités et les distributions non gaussiennes qu'elles peuvent induire. Le diagnostic doit utiliser des observateurs robustes aux discontinuités (e.g., modes glissants) ou des méthodes capables de détecter les changements de mode (systèmes hybrides).

1.2.4 Systèmes à Structure Spécifique : Modèles Orientés Blocs

Une approche pragmatique consiste à modéliser certains systèmes non linéaires comme une mise en cascade de blocs linéaires dynamiques et de blocs non linéaires statiques.

- **Propriétés Caractéristiques [34] :**

- La structure connue simplifie l'identification et potentiellement la commande.
- Permet de séparer les aspects dynamiques linéaires des non-linéarités instantanées.

- **Modèles Mathématiques Formels :**

- **Modèle de Hammerstein :** Non-linéarité statique $g(\cdot)$ suivie d'un système LTI $H(s)$ ou (A, B, C, D) .

$$\begin{cases} \mathbf{v}(t) = G(\mathbf{u}(t)) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{v}(t) \\ \mathbf{y}(t) = C\mathbf{x}(t) + D\mathbf{v}(t) \end{cases} \quad (1.7)$$

- **Modèle de Wiener :** Système LTI $H(s)$ suivi d'une non-linéarité statique $g(\cdot)$.

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{v}(t) = C\mathbf{x}(t) + D\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) = G(\mathbf{v}(t)) \end{cases} \quad (1.8)$$

- **Modèle de Lur'e :** Un cas particulier fondamental pour l'analyse de stabilité, constitué d'un système LTI en chaîne directe et d'une non-linéarité statique $\phi(\cdot)$ dans la boucle de retour, appartenant typiquement à un secteur $[k_1, k_2]$.
- **Implications pour le Filtrage/Diagnostic :** La connaissance de la structure peut être exploitée. Par exemple, pour un modèle de Wiener avec un capteur non linéaire $g(\cdot)$ connu, on peut chercher à estimer l'état \mathbf{x} du système LTI et la sortie intermédiaire \mathbf{v} . Le diagnostic peut viser à déterminer si un défaut affecte la partie linéaire $H(s)$ ou la partie non linéaire $g(\cdot)$.

1.2.5 Systèmes Présentant un Comportement Chaotique

Le chaos n'est pas un type de non-linéarité *en soi*, mais un comportement complexe qui peut émerger de systèmes déterministes (souvent lisses, mais pas exclusivement).

- **Propriétés Caractéristique [35] :**

- **Sensibilité extrême aux conditions initiales** : Divergence exponentielle locale des trajectoires initialement proches (exposants de Lyapunov positifs).
 - **Apériodicité Bornée** : Les trajectoires restent dans une région limitée de l'espace d'état mais ne se répètent jamais et ne convergent pas vers un point fixe ou un cycle limite simple.
 - **Structure d'Attracteur Complexe (Attracteur Étrange)** : Souvent de dimension fractale.
- **Modèles Mathématiques Formels (Exemple : Système de Lorenz)** :

$$\begin{cases} \dot{x} = \sigma(y - x) \\ \dot{y} = x(\rho - z) - y \\ \dot{z} = xy - \beta z \end{cases} \quad (1.9)$$

Pour certaines valeurs des paramètres (σ, ρ, β) , ce système d'équations différentielles lisses présente un comportement chaotique.

- **Implications pour le Filtrage/Diagnostic** : La sensibilité aux conditions initiales rend l'estimation d'état (filtrage) extrêmement difficile sur des horizons temporels longs. Les erreurs, même minimales, sont amplifiées exponentiellement. Les filtres particuliers sont souvent considérés comme l'approche de choix en raison de leur capacité à représenter des distributions de probabilité arbitrairement complexes, contrairement aux méthodes basées sur des approximations gaussiennes. Le diagnostic peut impliquer la détection de transitions vers ou hors d'un régime chaotique, qui peut être indicative d'un défaut ou d'un changement paramétrique critique.

1.3 Diagnostic des défauts dans les systèmes non linéaires

1.3.1 Introduction : Enjeux et Défis Spécifiques

La surveillance et le diagnostic des défauts constituent un pilier essentiel pour garantir la fiabilité, la sécurité et la performance optimale des systèmes dynamiques contemporains. Cette exigence est particulièrement prégnante

dans le cas des systèmes non linéaires, omniprésents dans des domaines critiques tels que l'aérospatiale, la robotique, les procédés chimiques ou encore les systèmes énergétiques. La nature intrinsèquement complexe des dynamiques non linéaires exacerbe les difficultés liées à la détection précoce, à l'isolation précise et à l'estimation fiable des défauts, qu'ils affectent les capteurs, les actionneurs ou les composants internes du processus. Un défaut non maîtrisé dans de tels systèmes peut entraîner des dégradations de performance, des instabilités, voire des défaillances catastrophiques. Ce sous-chapitre a pour objectif de poser les fondations terminologiques du diagnostic, de classer les grandes familles de méthodes existantes, d'examiner les approches conventionnelles et de mettre en lumière leurs limitations inhérentes, notamment lorsqu'elles sont confrontées aux défis posés par la non-linéarité [4].

1.3.2 Concepts Fondamentaux et Terminologie du Diagnostic

Une compréhension rigoureuse du domaine du diagnostic des défauts (souvent désigné par l'acronyme FDI : *Fault Detection and Isolation*) nécessite la maîtrise d'un vocabulaire spécifique. Les notions clés suivantes sont fondamentales pour appréhender les méthodologies développées :

- **Défaut (*Fault*)** : Désigne toute déviation non permise du fonctionnement nominal d'un système, résultant d'une défaillance matérielle, d'une dérive de paramètre, d'une interaction imprévue ou d'une perturbation anormale. Les défauts peuvent présenter des profils variés : abrupts, progressifs (incipients) ou intermittents.
- **Détection de Défauts (*Fault Detection*)** : Processus binaire visant à déterminer si un défaut est présent ou non dans le système surveillé, généralement par l'analyse de symptômes ou d'indicateurs dérivés des mesures disponibles.
- **Isolation de Défauts (*Fault Isolation*)** : Étape subséquente à la détection, consistant à localiser l'origine du défaut, c'est-à-dire identifier le composant, le sous-système ou la variable spécifique affecté(e) [36].
- **Identification/Estimation de Défauts (*Fault Identification/Estimation*)** : Vise à quantifier les caractéristiques du défaut, telles que son amplitude, sa forme temporelle ou sa dynamique. Cette

information est cruciale pour évaluer la sévérité de l'anomalie et planifier des actions correctives.

- **Diagnostic des Défauts (*Fault Diagnosis*)** : Englobe l'ensemble du processus comprenant la détection, l'isolation et l'identification/estimation des défauts, aboutissant à une évaluation complète de l'état de santé du système.
- **Résidu (*Residual*)** : Signal synthétique, souvent généré par comparaison entre les mesures réelles et les prédictions d'un modèle, conçu pour être idéalement nul en fonctionnement normal et significativement différent de zéro en présence d'un défaut.
- **Fausse Alarme (*False Alarm / False Positive*)** [37] : Détection erronée d'un défaut alors que le système fonctionne nominale. Un taux élevé de fausses alarmes décrédibilise le système de diagnostic.
- **Non-Détection (*Missed Detection / False Negative*)** [37] : Absence de détection d'un défaut réellement présent, pouvant avoir des conséquences graves sur la sécurité ou la performance.
- **Redondance (*Redundancy*)** : Existence d'informations excédentaires permettant la validation croisée des données. La **redondance matérielle (ou physique)** repose sur des capteurs multiples mesurant la même grandeur, tandis que la **redondance analytique** exploite les relations mathématiques connues (modèle) liant différentes variables du système.

La maîtrise de ces termes est indispensable pour analyser et comparer objectivement les performances des différentes stratégies de diagnostic présentées ultérieurement.

1.3.3 Taxonomie des méthodes de diagnostic

La compréhension et l'optimisation du diagnostic dans les systèmes complexes reposent sur une classification précise des méthodes employées [38]. L'enjeu principal est de disposer d'outils capables d'identifier, localiser et quantifier les défaillances de manière fiable et rapide. À cet effet, la taxonomie des approches de diagnostic se structure autour de quatre axes majeurs, chacun présentant des fondements théoriques distincts ainsi qu'un

ensemble d'applications adaptées aux contextes variés. Nous détaillons ci-après ces axes, en soulignant leurs principes méthodologiques et en mettant en exergue leurs atouts et limites respectifs.

1.3.3.1 Approches Basées sur les Modèles (Model-Based Methods)

Ces méthodes exploitent une représentation mathématique explicite du système pour générer des **résidus** – écarts entre les sorties prédites et observées – utilisés comme indicateurs de défauts [3].

Observateurs d'État et Filtrage Stochastique

- **Observateurs non linéaires** [8] :

Conçus pour estimer les variables internes d'un système, ils s'appuient sur des équations différentielles ajustées dynamiquement.

- *Observateur de Luenberger étendu* :

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u) + L(y - h(\hat{x})) \quad (1.10)$$

Où L est un gain d'observation optimisé pour minimiser l'erreur $e = x - \hat{x}$. Limité aux systèmes faiblement non linéaires.

- *Observateur à modes glissants* :

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u) + K \cdot \text{sign}(y - h(\hat{x})) \quad (1.11)$$

Robustesse aux perturbations via une commutation haute fréquence, au prix d'un phénomène de *chattering* (vibrations indésirables).

- **Filtres de Kalman avancés** :

- *Filtre de Kalman unscented (UKF)* [9] :

Utilise des **points sigma** pour propager statistiquement les non-linéarités, évitant les erreurs de linéarisation locale :

$$\mathcal{X}_i = \hat{x} \pm \sqrt{(n + \kappa)P_x} \quad (i = 1, \dots, 2n) \quad (1.12)$$

Où κ est un paramètre d'échelle et P_x la matrice de covariance.

Génération de Résidus et Analyse Structurelle

- **Résidus structurés** : Conçus pour être sensibles à des sous-ensembles spécifiques de défauts, permettant une isolation ciblée.
 - *Exemple* : Dans un circuit électrique, un résidu lié à la tension peut isoler un défaut de capteur, tandis qu'un résidu lié au courant identifiera une défaillance d'actionneur.
- **Diagnostic par bond graphs** : Représentation énergétique multi-domaine (mécanique, électrique, hydraulique) pour localiser les incohérences de puissance.

Avantages :

- Précision théorique élevée si le modèle nominal approxime correctement la dynamique réelle.
- Pas besoin de données massives pour l'entraînement.

Limites :

- Vulnérabilité aux erreurs de modélisation et aux dérives paramétriques.
- Coût computationnel élevé pour les systèmes à grande dimension.

1.3.3.2 Approches Basées sur les Données

Les méthodes basées sur les données représentent une autre famille d'outils diagnostiques, qui se distinguent par l'utilisation de techniques d'apprentissage statistique et de traitement du signal pour extraire des informations pertinentes à partir de jeux de données massifs. Plutôt que de reposer sur une modélisation explicite, ces approches exploitent directement les données mesurées pour identifier les comportements anormaux.

Apprentissage Automatique Supervisé

L'un des axes majeurs de cette catégorie est l'application des réseaux de neurones artificiels, qui apprennent à partir d'un ensemble d'exemples représentatifs du comportement normal du système. Une fois entraînés,

ces réseaux sont capables de détecter des anomalies en signalant tout écart significatif par rapport au comportement appris. De même, les machines à vecteurs de support (SVM) offrent une méthode robuste de classification, capable de différencier avec précision les états normaux et défectueux en se basant sur des critères de similarité définis à partir des données d'entraînement. Récemment, des architectures neuronales avancées ont été introduites pour renforcer les performances du diagnostic supervisé. Parmi elles, une approche fondée sur un réseau adaptatif de type Kolmogorov–Arnold (Adaptive PolyKAN), associée à un autoencodeur pour la réduction de dimension, a été proposée pour la détection et la classification des défauts dans les systèmes éoliens et photovoltaïques. L'autoencodeur permet d'extraire des représentations compactes des données, tandis que le classifieur PolyKAN, entraîné de manière supervisée, assure une discrimination précise entre les états normaux et défectueux, avec des performances élevées et un coût computationnel réduit [39].

Techniques de Clustering et Analyse Statistique

Par ailleurs, des techniques de clustering permettent de regrouper les données selon des caractéristiques communes, facilitant ainsi la détection d'éventuelles anomalies qui se démarquent du groupe majoritaire. Ces méthodes sont particulièrement adaptées lorsque les données présentent une structure intrinsèque non linéaire, rendant difficile l'application de modèles linéaires traditionnels. L'approche statistique, quant à elle, consiste à définir des seuils critiques et à analyser la distribution des mesures pour identifier les signaux d'alerte, souvent à l'aide de tests tels que le CUSUM (Cumulative Sum).

Méthodes de Projection Multivariée (Réduction de Dimension)

Cette catégorie regroupe les méthodes qui projettent les données vers un espace réduit pour isoler les signatures de défauts. Contrairement aux méthodes supervisées, elles se basent principalement sur la reconstruction statistique du signal.

- **Optimisation par tests d'homogénéité (RKPCA) :** Pour surveiller les processus non linéaires tout en gérant de grands volumes de données, une approche de Reduced KPCA (RKPCA) basée sur un test d'homogénéité est utilisée. En ne sélectionnant que les échantillons les

plus informatifs du jeu de données, cette méthode réduit drastiquement le temps de calcul et les besoins de stockage. Son efficacité a été démontrée sur les données de la cimenterie d'Ain El-Kebira et le benchmark Tennessee Eastman Process [40].

- **Gestion des incertitudes** : L'évolution de ces modèles permet d'intégrer l'incertitude des mesures. [41] introduit la Vertices PCA (VP-CA), une approche basée sur l'analyse d'intervalles pour le diagnostic des défauts d'ombrage dans les systèmes PV, utilisant la statistique Q pour localiser précisément les variables hors-contrôle.

Avantages :

- Capacité à s'adapter à des environnements évolutifs, sans nécessiter une connaissance a priori du modèle du système.
- Adaptabilité aux systèmes hautement non linéaires.
- Détection de défauts "inconnus" non prédéfinis.

Défis :

- Nécessité de grands volumes de données pour un apprentissage robuste.
- Risque de sur-apprentissage dans les environnements bruités.
- Performance susceptible d'être affectée par des biais ou des erreurs de mesure non identifiés.

1.3.3.3 Architectures Hybrides : Synergie entre Modèles et Données

Combinaison stratégique des approches analytiques et empiriques pour pallier leurs limites respectives.

Fusion Modèle-Données

- **Filtres particulières à modèle physique** : Intègrent des équations différentielles comme fonctions de transition dans l'algorithme de filtrage :

$$\begin{cases} x_k = f(x_{k-1}, u_{k-1}) + w_k & (w_k \sim \mathcal{N}(0, Q_k)) \\ y_k = h(x_k) + v_k & (v_k \sim \mathcal{N}(0, R_k)) \end{cases} \quad (1.13)$$

où w_k et v_k représentent respectivement les bruits de processus et de mesure, supposés gaussiens de matrices de covariance Q_k et R_k .

- *Avantage* : Réduction de la variance des estimations grâce aux contraintes physiques.

- **Réseaux de neurones physics-informed (PINN) :**

Cette approche consiste à intégrer les lois physiques régissant le système telles que les équations différentielles de la dynamique, les lois de conservation de l'énergie ou les contraintes cinématiques directement sous forme de termes de régularisation dans la fonction de perte du modèle d'apprentissage. La connaissance physique est incorporée à travers une "perte physique" (\mathcal{L}_P) qui guide le réseau de neurones par rétro-propagation pour capturer des motifs alignés avec les lois définies. Cette approche hybride combine l'apprentissage à partir de données mesurées (\mathcal{L}_D) et le respect des équations physiques du système (\mathcal{L}_P). La fonction de perte totale s'écrit selon la formulation proposée par Cursi et Kosciński [42] :

$$\mathcal{L} = (1 - \lambda)\mathcal{L}_D + \lambda\mathcal{L}_P \quad (1.14)$$

Dans cette équation :

- \mathcal{L}_D (Data loss) représente l'écart entre les prédictions du réseau et les données étiquetées.
- \mathcal{L}_P (Physical loss) correspond à la norme de l'opérateur différentiel, garantissant que les prédictions satisfont les lois physiques.
- Le paramètre λ (multiplicateur de Lagrange) agit comme un poids de régularisation servant de contrainte "souple" (*soft constraint*) pour guider l'entraînement. Une valeur élevée donne la priorité à la cohérence avec le modèle physique, tandis qu'une valeur faible favorise l'ajustement aux observations expérimentales.

Systèmes Cyber-Physiques Adaptatifs

- **Digital Twins autoréglables :**

Couplage temps réel entre jumeaux numériques et flux de données opérationnelles pour une mise à jour dynamique des modèles.

- *Exemple* : Diagnostic prédictif des turbines éoliennes via l'assimilation de données vibratoires.

Avantages :

- Robustesse accrue grâce à la redondance informationnelle.
- Capacité à généraliser dans des conditions non vues lors de l'entraînement.

Défis :

- L'intégration harmonieuse des modèles déterministes et des algorithmes data-driven exige une calibration précise pour éviter les conflits de représentation (ex. rigidité des équations physiques vs flexibilité des réseaux de neurones).
- Le coût computationnel élevé des architectures hybrides, notamment pour les systèmes temps réel, limite leur déploiement dans des environnements embarqués ou à ressources contraintes.

1.3.3.4 Méthodes Basées sur la Connaissance (Knowledge-Based Approaches)

Cette troisième catégorie se distingue des deux précédentes par le type d'information qu'elle privilégie : la connaissance qualitative, heuristique ou experte sur le système et ses modes de défaillance potentiels. Plutôt que de s'appuyer sur des équations mathématiques précises ou de grands volumes de données numériques, ces méthodes tentent de formaliser et d'exploiter le savoir-faire des concepteurs, des opérateurs expérimentés ou des experts du domaine.

Ces approches sont particulièrement pertinentes lorsque la modélisation quantitative est impraticable ou insuffisante, mais qu'une compréhension qualitative des relations de cause à effet, des règles de fonctionnement ou des symptômes associés aux défauts existe. Elles utilisent des outils issus de l'intelligence artificielle symbolique et du raisonnement qualitatif :

Systèmes Experts : Ils encodent la connaissance sous forme de règles de production (SI <condition> ALORS <conclusion>). Un moteur d'inférence utilise ces règles pour déduire l'état du système à partir des observations (symptômes).

Logique Floue (*Fuzzy Logic*) : Elle offre un cadre mathématique puissant pour modéliser l'imprécision et l'incertitude inhérentes au langage naturel et au raisonnement humain. Elle permet de définir des variables linguistiques (e.g., "température élevée", "pression faible") et des règles floues qui décrivent le comportement du système ou les relations défaut-symptôme de manière flexible et robuste au bruit.

Raisonnement Qualitatif (*Qualitative Reasoning*) : Des techniques comme les graphes de causalité signés (*Signed Directed Graphs* - SDG) ou la simulation qualitative (QSIM) modélisent le système en termes de variables et de relations d'influence (positive, négative), permettant de prédire les conséquences qualitatives d'un défaut et de raisonner sur ses causes possibles.

Arbres de Défaillance (*Fault Trees*) et Analyse des Modes de Défaillance, de leurs Effets et de leur Criticité (AMDEC / FMECA) : Bien que souvent utilisés en amont pour l'analyse de risque, ces outils peuvent être intégrés dans des systèmes de diagnostic pour guider la recherche de la cause première d'un défaut détecté.

Les méthodes basées sur la connaissance excellent dans l'intégration d'informations hétérogènes et dans la fourniture d'explications potentiellement plus intuitives sur le processus de diagnostic. La logique floue, en particulier, est bien adaptée pour traiter l'incertitude et approximer des comportements complexes, y compris non linéaires, de manière linguistiquement interprétable. Cependant, l'acquisition, la formalisation et la validation de la connaissance experte constituent souvent un goulot d'étranglement majeur ("knowledge acquisition bottleneck"). La maintenance et la mise à jour de la base de connaissances peuvent également être complexes. De plus, ces systèmes peuvent peiner à gérer des situations totalement imprévues qui n'ont pas été anticipées lors de la phase d'encodage de la connaissance.

Avantages :

- Interprétabilité élevée, cruciale pour les applications certifiées (ex. aéronautique).
- Efficace en l'absence de données historiques.

Défis :

- Difficulté à scaler pour les systèmes complexes.
- Subjectivité dans la construction des règles.

1.3.4 Critères d'Évaluation et Indicateurs de Performance du Diagnostic

L'efficacité d'un système de diagnostic est jugée selon plusieurs critères de performance interdépendants :

- **Précision (*Accuracy*)** : Capacité globale à prendre la bonne décision (détection correcte, absence correcte de détection). Souvent décomposée en sensibilité et spécificité.
- **Sensibilité (*Sensitivity*) / Taux de Détection** : Aptitude à détecter correctement les défauts présents (minimisation des non-détections ou faux négatifs).
- **Spécificité (*Specificity*)** : Aptitude à ne pas déclencher d'alarme en l'absence de défaut (minimisation des fausses alarmes ou faux positifs).
- **Rapidité de Détection (*Detection Delay*)** : Temps écoulé entre l'apparition réelle du défaut et son signalement par le système de diagnostic. Un délai court est crucial pour une intervention rapide.
- **Robustesse (*Robustness*)** : Insensibilité du système de diagnostic aux incertitudes (bruits de mesure, erreurs de modélisation, variations paramétriques non liées à un défaut) et aux perturbations externes agissant sur le système.
- **Sensibilité aux Défauts Incipients (*Incipient Fault Sensitivity*)** : Capacité à détecter des défauts de faible amplitude ou à développement lent avant qu'ils n'atteignent un niveau critique.
- **Isolabilité (*Isolability*)** : Aptitude à distinguer correctement différents types ou localisations de défauts.
- **Complexité Calculatoire (*Computational Complexity*)** : Ressources de calcul (temps CPU, mémoire) requises pour l'exécution de l'algorithme de diagnostic, déterminant son applicabilité en temps réel ou sur des systèmes embarqués.

- **Adaptabilité (*Adaptability*)** : Capacité à maintenir ses performances malgré des changements dans les conditions opératoires ou l'environnement du système.

L'évaluation d'une méthode de diagnostic implique souvent un compromis entre ces différents critères (par exemple, augmenter la sensibilité peut accroître le risque de fausses alarmes).

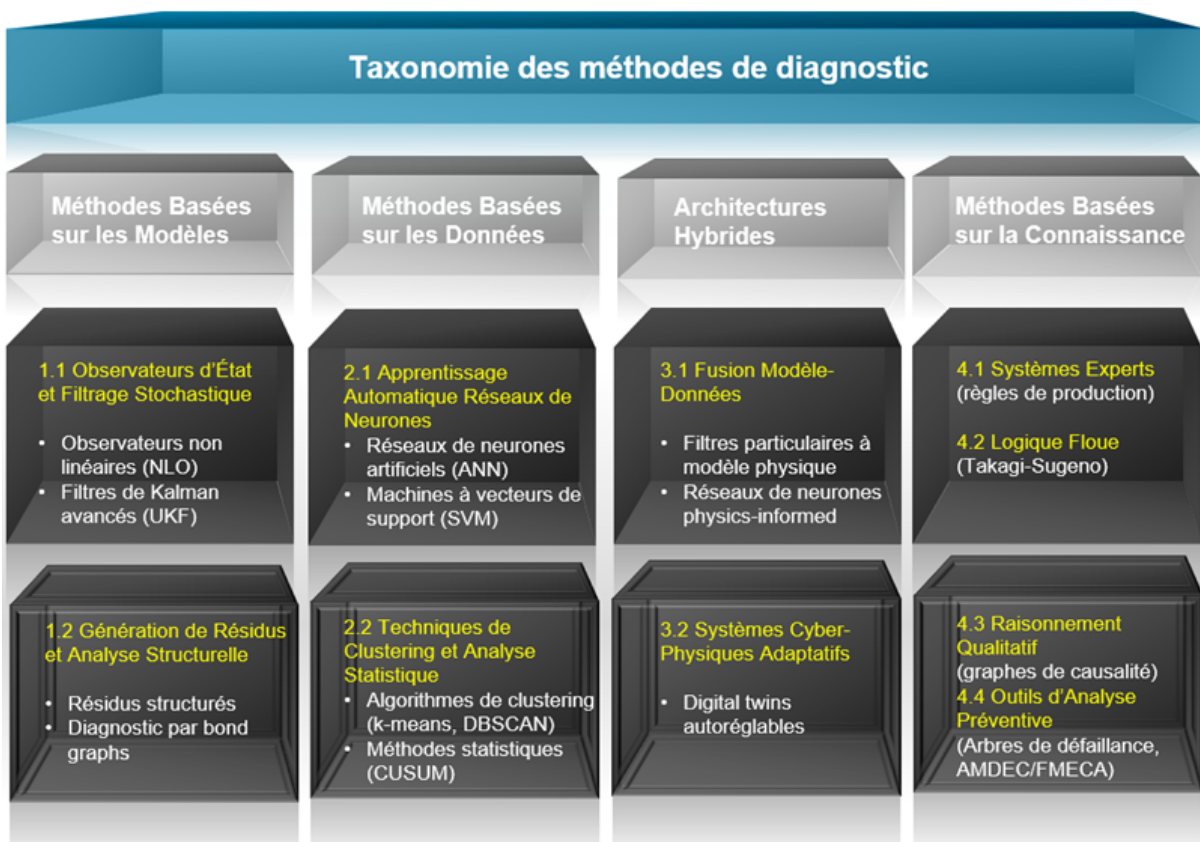


FIG. 1.1 : Taxonomie des méthodes de diagnostic

1.3.5 Limites des Approches Existantes

Bien que largement utilisées, les méthodes classiques de détection des défauts rencontrent plusieurs difficultés lorsqu'elles sont appliquées à des systèmes non linéaires complexes. Ces limitations se répartissent en quatre grands axes, mettant en exergue les défis techniques et théoriques à surmonter pour une mise en œuvre efficace dans des environnements dynamiques.

1. Sensibilité aux Non-Linearités

Les approches reposant sur des modèles linéaires, telles que le filtre de Kalman standard, se montrent inadaptées aux systèmes dont le comportement s'éloigne significativement de la linéarité. Même les extensions conçues pour intégrer des non-linéarités, comme le filtre de Kalman étendu (EKF), peuvent présenter des instabilités et des erreurs d'estimation majeures lorsque la dynamique du système est fortement non linéaire [9]. Cette sensibilité limite la capacité de ces méthodes à fournir des estimations fiables dans des contextes hautement dynamiques.

2. Dépendance aux Hypothèses Gaussiennes

Une autre contrainte importante réside dans l'hypothèse que les bruits de mesure et les perturbations suivent une distribution gaussienne. Les algorithmes comme l'EKF et le filtre de Kalman unscented (UKF) reposent sur cette hypothèse pour modéliser les incertitudes. Cependant, dans de nombreuses applications pratiques, les perturbations présentent des caractéristiques non gaussiennes, ce qui peut dégrader significativement les performances de ces méthodes [11].

3. Complexité de Calcul

Les méthodes avancées telles que les filtres à particules offrent des performances supérieures en termes de gestion des non-linéarités et des distributions non gaussiennes. Néanmoins, ces approches engendrent une charge computationnelle importante. Ce coût en ressources devient particulièrement problématique pour les systèmes de grande dimension ou les applications nécessitant un traitement en temps réel, limitant ainsi leur déploiement dans des environnements contraints [43].

4. Robustesse face aux Incertitudes

Enfin, les méthodes classiques se révèlent souvent vulnérables aux imprécisions de modélisation, aux bruits de mesure et aux variations des paramètres du système. Par exemple, les observateurs à mode glissant, bien que conçus pour améliorer la robustesse, peuvent induire des oscillations indésirables, communément désignées sous le terme de « chattering » [44]. Cette sensibilité aux incertitudes complique la fiabilité du diagnostic dans des environnements réels où les conditions peuvent varier de manière imprévisible.

Perspectives d'Amélioration : Face à ces défis, des approches plus récentes, notamment les filtres particulières, apparaissent comme des alternatives prometteuses pour le diagnostic des systèmes non linéaires. Ces méthodes innovantes, en exploitant des techniques d'estimation non paramétriques, visent à contourner les limitations liées aux hypothèses gaussiennes et à la linéarisation locale. Dans les sections suivantes, nous examinerons en détail les principes, les avantages et les éventuelles contraintes de ces approches avancées, afin de proposer des solutions optimisées pour une application robuste en milieu industriel.

1.4 Typologie et classification des défauts

La conception et la validation de systèmes de diagnostic des défauts (*Fault Diagnosis - FD*) performants reposent fondamentalement sur une compréhension approfondie et une caractérisation précise des anomalies susceptibles d'affecter le système sous surveillance. Un défaut, défini génériquement comme un écart non permis ou non anticipé par rapport à un comportement nominal attendu [3], peut se manifester sous diverses formes, affecter différentes parties du système et évoluer selon des dynamiques temporelles variées. Une classification systématique des défauts est donc indispensable, non seulement pour organiser la connaissance dans ce domaine, mais surtout pour guider le choix des méthodologies de diagnostic les plus appropriées. En effet, l'efficacité d'une approche FD est souvent intrinsèquement liée à sa capacité à détecter et à isoler spécifiquement certains types de défauts. Ce sous-chapitre vise à établir une taxonomie claire et multidimensionnelle des défauts, en s'appuyant sur des critères de classification reconnus dans la littérature scientifique.

1.4.1 Classifications fondamentales des défauts

La littérature spécialisée, notamment les travaux de synthèse de Varga [4] et Isermann [3], propose plusieurs axes orthogonaux permettant de catégoriser les défauts. Ces axes offrent une perspective multidimensionnelle essentielle pour une caractérisation complète :

- Localisation Physique/Fonctionnelle : Où le défaut se situe-t-il au sein de l'architecture du système (actionneur, capteur, composant interne) ?

- Classification temporelle (profil d'occurrence) : Comment le défaut apparaît-il et évolue-t-il dans le temps (soudain, progressif, permanent, intermittent) ?
- Modélisation mathématique (additif vs multiplicatif) : Comment l'effet du défaut est-il le plus adéquatement représenté dans les équations décrivant le système (additif, multiplicatif/paramétrique) ?

Ces différentes dimensions de classification ne sont pas mutuellement exclusives ; un défaut réel est généralement caractérisé par une combinaison d'attributs issus de ces différents axes. Les sections suivantes détaillent chacune de ces perspectives.

1.4.1.1 Classification physique (localisation systémique)

La classification physique repose sur la détermination de l'emplacement du défaut au sein du système. Cette approche permet de distinguer, par exemple, les anomalies affectant les actionneurs de celles impactant les capteurs ou encore d'autres éléments structurels. La Figure 1.2 illustre cette répartition en mettant en évidence les défauts localisés à des niveaux spécifiques du système. Cette catégorisation aide à cibler rapidement la source de l'erreur en fonction de sa localisation dans la chaîne de traitement ou de commande.

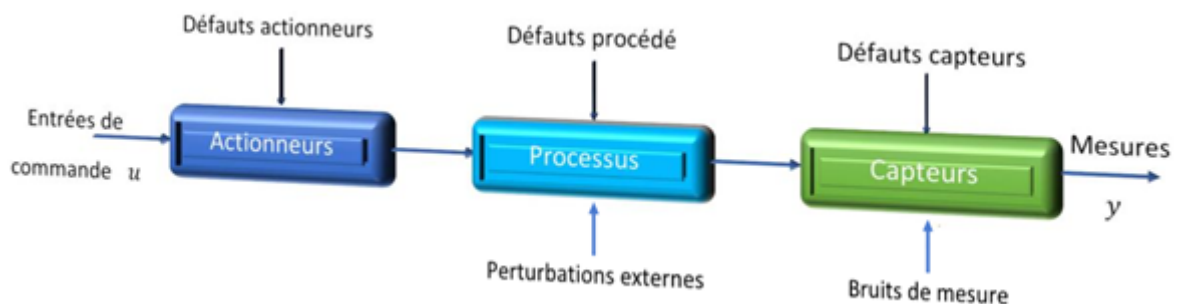


FIG. 1.2 : classification physique de défauts

1.4.1.2 Classification temporelle (profil d'occurrence)

Le comportement temporel des défauts constitue un critère fondamental dans leur identification. Deux grandes catégories se dégagent :

a) Dynamique d'apparition : défauts abrupts et défauts naissants

- **Défaut abrupt** : Un défaut abrupt désigne une défaillance survenant soudainement, sans signes précurseurs, avec un passage immédiat de l'état normal à l'état critique (voir Figure 1.3 (a)). Ce phénomène est illustré par une interruption imprévisible de l'alimentation dans une centrale électrique : la coupure brutale entraîne une lecture extrême sur un capteur de pression, révélant une panne instantanée. Contrairement aux défauts naissants, ce type de défaillance ne laisse aucune possibilité d'intervention préventive, obligeant à une réaction urgente après la rupture pour limiter les dommages (arrêts de production, risques techniques, etc.).

- **Défaut naissant** : Un défaut naissant correspond à un problème technique évoluant progressivement, sans rupture brutale, offrant ainsi une fenêtre d'intervention préventive avant la panne (Figure 1.3 (b)). Un exemple concret est l'encrassement graduel d'un filtre dans un système de ventilation : les particules s'y accumulent lentement, réduisant le débit d'air de manière imperceptible au quotidien. Cette dégradation, détectable via une baisse de performance ou des capteurs, permet de nettoyer ou remplacer le filtre avant que le système ne s'arrête complètement. Contrairement à une défaillance soudaine, ce défaut illustre un désordre précoce et maîtrisable, évitant une interruption coûteuse grâce à une maintenance anticipée. Cette distinction temporelle est cruciale pour adapter les stratégies de surveillance et de diagnostic en fonction de la dynamique d'apparition du défaut.

b) Persistance Temporelle : Défauts Permanents vs. Intermittents

- **Défaut permanent** : Un défaut permanent (ou persistant), une fois apparu (de manière abrupte ou incipiente), reste présent continûment dans le système jusqu'à une éventuelle intervention de maintenance.

- **Défaut intermittent** Un défaut intermittent se caractérise par une présence non continue dans le temps, alternant des phases actives et des phases d'inactivité (voir Figure 1.3 (c), alternance des états « on » et « off » après t_d). Il peut apparaître, disparaître temporairement, puis réapparaître ultérieurement, selon des mécanismes dépendant du contexte de fonctionnement du système. Ces défauts sont souvent liés à des faux contacts, à des

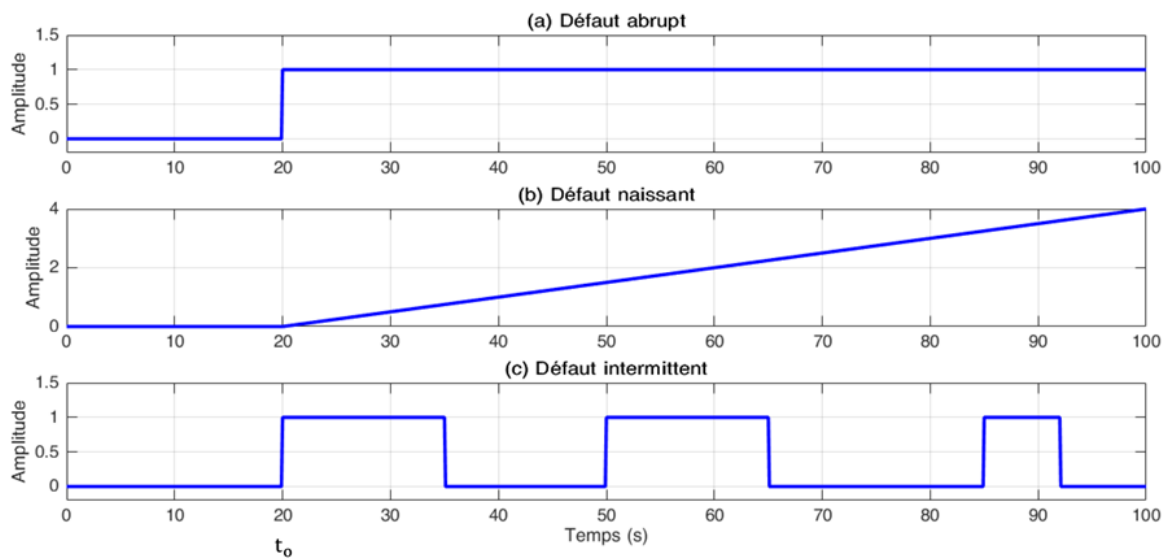


FIG. 1.3 : Classification d'occurrence de défauts

conditions environnementales variables ou à des phénomènes non linéaires complexes, ce qui les rend particulièrement difficiles à diagnostiquer. Une méthode de diagnostic efficace doit être capable de détecter le défaut lorsqu'il est actif, tout en évitant des alarmes persistantes erronées durant les phases d'inactivité.

1.4.1.3 Modélisation mathématique

Dans le cadre de la modélisation mathématique, les défauts sont souvent représentés comme des perturbations affectant soit directement les signaux d'entrée ou de sortie, soit les paramètres du modèle dynamique. Deux types principaux sont identifiés :

Défaut additif : Un défaut de type additif correspond à l'ajout d'un signal perturbateur aux équations d'état ou de mesure d'un système, une méthode couramment utilisée pour modéliser des erreurs ponctuelles ou des interférences externes. Un exemple typique est l'offset constant d'un capteur de vitesse dans un moteur : un terme additionnel (par exemple, une valeur fixe non désirée) vient systématiquement biaiser la mesure de vitesse. Contrairement à un défaut progressif, cette perturbation introduit une déviation instantanée du signal, sans dégradation graduelle. Ce type de modélisation permet d'analyser l'impact de biais fixes ou de bruits ciblés sur la stabilité ou la précision du système, tout en facilitant la conception

de correcteurs adaptés pour les atténuer.

Défaut multiplicatif : Un défaut multiplicatif se caractérise par la modification des coefficients ou paramètres d'un modèle, altérant proportionnellement les signaux du système. Cette approche sert notamment à simuler des variations paramétriques graduelles, comme des dérives matérielles ou des changements d'efficacité. Un exemple concret est la dérive de gain d'un capteur de pression dans une installation hydraulique : ici, la calibration du capteur évolue avec le temps, multipliant la mesure réelle par un facteur erroné. Contrairement à un défaut additif (biais fixe), cette perturbation affecte linéairement les données en fonction des conditions opérationnelles, rendant sa détection plus subtile. Ce type de modèle permet d'étudier l'impact de dégradations intrinsèques sur la fiabilité du système, comme l'usure mécanique ou les fluctuations environnementales, et d'adapter les stratégies de diagnostic pour y répondre.

Ces deux modalités de représentation facilitent l'analyse quantitative des perturbations et permettent de mieux comprendre leur impact sur la dynamique globale.

1.4.2 Typologie fonctionnelle des défauts

1.4.2.1 Défauts d'actionneurs : Mécanismes et modélisation

Les actionneurs sont les composants qui traduisent les signaux de commande en actions physiques (mouvement, production de chaleur, etc.). Un défaut d'actionneur peut se manifester par des comportements tels que l'oscillation, le blocage ou la saturation, conduisant à une dégradation de la performance globale. La modélisation de ces défaillances s'appuie sur l'ajout d'un terme perturbateur dans le vecteur de commande. Par exemple, dans un système discret, le signal d'entrée est modifié comme suit :

$$\begin{cases} x_k = F(x_{k-1}, u_{k-1} + f_{a_{k-1}}) \\ y_k = H(x_k) \end{cases} \quad (1.15)$$

Exemple réel : Dans une chaîne de montage automobile, un moteur électrique servant à positionner une pièce peut développer une usure progressive ou subir une défaillance soudaine. Une défaillance (comme une saturation ou un blocage) se traduit par un écart entre la commande théorique

et l'action effective, modélisé par l'ajout d'un terme perturbateur dans le vecteur d'entrée.

1.4.2.2 Défauts de capteurs : Impacts sur la boucle de contrôle

Les capteurs jouent un rôle essentiel en convertissant les grandeurs physiques en données exploitables pour le contrôle. Un défaut de capteur se traduit par une altération de la qualité des mesures, ce qui peut compromettre la stabilité et la réactivité de la boucle de contrôle. Mathématiquement, cette perturbation est souvent modélisée par l'ajout d'un terme supplémentaire dans l'équation de mesure :

$$\begin{cases} x_k = F(x_{k-1}, u_{k-1}) \\ y_k = H(x_k) + f_{s_k} \end{cases} \quad (1.16)$$

Exemple réel : Dans l'industrie aéronautique, un capteur de température défectueux au sein d'un moteur d'avion peut fournir des valeurs erronées, affectant la régulation du système de refroidissement. Ce défaut, modélisé par l'ajout d'un terme perturbateur dans l'équation de mesure, peut compromettre la sécurité du vol en faussant le retour d'information pour la boucle de contrôle.

1.4.2.3 Défauts de composants : Dynamiques paramétriques et structurelles

Les défauts de composants concernent les anomalies affectant les éléments internes du système, sans qu'ils soient directement liés aux actionneurs ou aux capteurs. Ces défaillances peuvent modifier la dynamique du système en altérant les paramètres internes ou même en modifiant la structure même du modèle. Leur modélisation nécessite souvent une approche plus fine, intégrant des paramètres variables et des changements de structure dans les équations d'état. Cette complexité est essentielle à prendre en compte pour assurer une évaluation complète et rigoureuse de la fiabilité du système.

Exemple réel : Dans un système robotique de précision, la dégradation d'une carte électronique due à une variation de ses paramètres internes ou à une usure progressive peut entraîner des comportements inattendus, modifiant ainsi la dynamique globale du système. Cette situation illustre la complexité de modéliser des défauts structurels qui affectent plusieurs aspects du comportement du système.

1.4.3 Synthèse critique et enjeux industriels

La compréhension et la classification des défauts revêtent une importance stratégique tant pour la recherche que pour l'industrie. La distinction entre les différentes catégories – qu'elles soient physiques, temporelles ou liées à la modélisation – permet de développer des systèmes de diagnostic plus précis et réactifs. D'une part, l'intégration des critères fondamentaux facilite l'identification rapide des sources de défaillance. D'autre part, la typologie fonctionnelle offre une vision approfondie des mécanismes spécifiques en jeu, qu'il s'agisse des défauts d'actionneurs, de capteurs ou de composants.

Dans un contexte industriel, cette double approche permet non seulement de réduire les temps d'arrêt grâce à une détection précoce des anomalies, mais également d'optimiser les stratégies de maintenance et d'améliorer la robustesse des systèmes automatisés. Les enjeux sont d'autant plus cruciaux que l'automatisation se généralise dans des domaines sensibles où la fiabilité et la précision sont impératives.

1.5 Filtrage Particulaire pour l'Estimation d'État et le Diagnostic

1.5.1 Introduction : Objectif et Positionnement dans le Diagnostic des Défauts

Le filtrage particulaire (FP), relevant de la classe plus large des méthodes séquentielles de Monte Carlo (SMC), s'est imposé au cours des dernières décennies comme une approche de référence pour l'estimation d'état dans les systèmes dynamiques caractérisés par des **non-linéarités prononcées** et des **bruits non gaussiens** [11]. Face aux limitations intrinsèques des méthodes analytiques ou des filtres classiques (comme les variantes de Kalman) dans de tels contextes [9], le FP offre un cadre probabiliste flexible capable de représenter des densités de probabilité de formes arbitraires. Son **rôle stratégique** ne se limite pas à l'estimation d'état nominale; il s'étend de manière significative au domaine du **diagnostic des défauts**. En effet, la capacité du FP à gérer des modèles complexes et des incertitudes non standard le positionne comme un outil puissant pour la détection précoce, l'isolation et l'estimation de défauts dans des systèmes où les approches traditionnelles montrent leurs limites. Ce sous-

chapitre vise à introduire les fondements conceptuels du FP, à retracer son évolution, à illustrer ses applications en diagnostic, et à identifier les enjeux majeurs associés à son utilisation, préparant ainsi le terrain pour une analyse technique approfondie au Chapitre 3.

1.5.2 Évolution Historique et Contributions Marquantes

L'émergence du filtre particulaire trouve ses racines dans les travaux pionniers sur les méthodes de Monte Carlo appliquées à l'estimation bayésienne séquentielle au début des années 1990. L'article fondateur de Gordon, Salmond et Smith (1993) [10] est largement crédité pour avoir introduit l'algorithme de rééchantillonnage ("bootstrap filter"), rendant l'approche SMC viable en pratique pour le filtrage non linéaire/non gaussien. Ces travaux ont ouvert la voie à une intense activité de recherche visant à améliorer la robustesse et l'efficacité de ces méthodes. Des contributions théoriques majeures, notamment celles de Doucet, de Freitas, Andrieu, Kitagawa et leurs collaborateurs [12, 15], [45], [20], [13] ont permis de consolider les fondements mathématiques, d'analyser la convergence, de proposer des stratégies de rééchantillonnage plus sophistiquées et de développer des variantes algorithmiques pour des classes spécifiques de problèmes. Les premières applications, démontrant rapidement le potentiel du FP, couvraient des domaines variés tels que le suivi de cibles manœuvrantes [46], la navigation par le terrain [47], le traitement du signal en communications [48], et, de manière significative pour notre propos, le diagnostic de pannes [45]. Cette riche histoire illustre la maturation progressive du FP, passant d'une curiosité théorique à un outil méthodologique largement adopté dans de nombreuses disciplines de l'ingénierie.

1.5.3 Concepts Théoriques et Fondements – Vue Synthétique

Au cœur du filtrage particulaire se trouve le formalisme de l'**estimation bayésienne réursive** pour les **modèles de Markov cachés (HMM)**. L'objectif est d'estimer la distribution de probabilité de l'état caché du système x_k à l'instant k , conditionnellement à l'ensemble des observations disponibles $y_{1:k}$, notée $p(x_k|y_{1:k})$, dite distribution *a posteriori*. Contrairement aux méthodes qui imposent une forme paramétrique (souvent gaussienne) à cette distribution, le FP adopte une approche non paramétrique basée sur la simulation.

Le **principe fondamental** consiste à représenter la distribution *a posteriori* par un **nuage de N particules (échantillons) stochastiques pondérées** $\{x_k^{(i)}, w_k^{(i)}\}_{i=1}^N$. Chaque particule $x_k^{(i)}$ représente une hypothèse sur l'état réel, et son poids associé $w_k^{(i)}$ quantifie la plausibilité de cette hypothèse au vu des observations. L'évolution de cet ensemble de particules au cours du temps suit conceptuellement un cycle itératif :

1. **Propagation (Prédiction)** : Chaque particule $x_{k-1}^{(i)}$ est propagée à travers le modèle dynamique du système (potentiellement bruité) pour générer une particule prédite $x_k^{(i)}$. L'ensemble forme une approximation de la distribution *a priori* $p(x_k|y_{1:k-1})$.
2. **Mise à jour (Correction)** : L'arrivée d'une nouvelle observation y_k permet de calculer les poids $w_k^{(i)}$ en évaluant la vraisemblance $p(y_k|x_k^{(i)})$. Les particules dont l'état prédit correspond bien à l'observation reçoivent un poids plus élevé.
3. **Estimation** : L'état peut être estimé (par exemple, par la moyenne pondérée des particules) et la distribution *a posteriori* est approchée par l'ensemble des particules pondérées.
4. **Rééchantillonnage** : Étape cruciale pour lutter contre le phénomène de **dégénérescence** (où quelques particules finissent par concentrer la quasi-totalité du poids, rendant l'approximation inefficace). Elle consiste à dupliquer les particules à fort poids et à éliminer celles à faible poids, tout en maintenant le nombre total de particules constant. Si cette étape est essentielle à la viabilité à long terme du filtre, elle introduit également le problème de l'**appauvrissement de la diversité** des particules.

La **convergence** de l'approximation vers la distribution *a posteriori* réelle lorsque $N \rightarrow \infty$ est un résultat théorique fondamental, mais en pratique, la performance dépend fortement du nombre de particules N , de la qualité du modèle, de la nature des bruits et du choix de la stratégie de rééchantillonnage. Les mécanismes précis de l'échantillonnage d'importance séquentiel (SIS), les différentes méthodes de rééchantillonnage et l'analyse détaillée des problèmes de dégénérescence et d'appauvrissement sont traités en profondeur au Chapitre 3 (section 3.6.2).

1.5.4 Applications en Diagnostic des Défauts

La flexibilité inhérente au FP en fait un candidat naturel pour aborder les problèmes complexes de diagnostic des défauts dans divers domaines de l'ingénierie. Sa capacité à gérer les systèmes non linéaires et les incertitudes non gaussiennes permet de dépasser les limitations des filtres de Kalman étendus (EKF) ou unscented (UKF) [9, 11], qui reposent sur des approximations de linéarisation ou des hypothèses gaussiennes souvent violées en présence de défauts ou dans des régimes de fonctionnement dégradés.

Plusieurs **cas d'usage** illustrent son application réussie en diagnostic :

- **Systèmes robotiques et système de transmission électromécanique** : L'apport des méthodes de diagnostic est notable dans le domaine des systèmes robotiques, où elles contribuent à l'identification des défaillances d'actionneurs [30]. Elles démontrent également leur efficacité sur les systèmes de transmission électromécanique, un exemple étant la capacité à détecter et localiser en ligne les défauts d'embrayage pour les véhicules électriques hybrides [49], un enjeu important pour la fiabilité de ces systèmes complexes.
- **Diagnostic Hybride pour Systèmes Satellitaires** : Le diagnostic des sous-systèmes critiques de satellites, comme les roues à réaction (RW), bénéficie également des approches particulières, souvent au sein de cadres hybrides. Face aux limites des méthodes purement basées données (IA/ML) pour les exigences temps réel et la robustesse aux défauts injectés, une approche combinant un modèle à sauts markoviens de la RW, un Filtre Particulaire Ajusté par Sauts Markoviens (MJAPF) et un réseau neuronal (ResNet) a été proposée [50]. Le MJAPF y joue un rôle clé pour l'estimation de l'état non linéaire sous bruit non gaussien, en tenant compte des dynamiques de dysfonctionnement, contribuant ainsi à un diagnostic potentiellement précis et rapide.
- **Diagnostic par PF Multi-modal dans les Systèmes de Contrôle Nucléaire** : Le domaine critique des systèmes de contrôle-commande numériques en centrales nucléaires, spécifiquement pour la régulation de niveau des générateurs de vapeur à tubes en U (UTSG), constitue un champ d'application pertinent pour les filtres particuliers. Une approche innovante basée sur un Filtre Particulaire multi-modal, améliorée par l'intégration d'une détection par fenêtre glissante et d'un test de rapport de vraisemblance sur les données temporelles, a été développée [51].

Appliquée à un modèle de simulation considérant divers modes de défauts (capteurs, vannes, contrôleurs, CPU), cette méthode a démontré une capacité robuste à diagnostiquer ces anomalies, y compris les défauts transitoires, en s'appuyant sur l'intégration précise de modèles mathématiques et de simulation.

- **Diagnostic du Processus de Durcissement et Prédiction de Déformations par FP** : Le filtrage particulaire trouve des applications dans le diagnostic de processus de fabrication, notamment pour maîtriser les déformations induites par le processus (PID) dans les pièces thermo-durcissables. Une étude [52] utilise le FP pour diagnostiquer l'évolution de la polymérisation (degré d'avancement de la cuisson) en présence d'incertitudes sur les conditions thermiques. En se basant sur des mesures expérimentales et en employant une formulation d'état augmenté, l'algorithme estime récursivement la distribution a posteriori de l'avancement de la cuisson et réalise simultanément une prognose des déformations induites (PID). Cette approche permet d'évaluer l'impact des incertitudes du processus sur la qualité finale de la pièce avec un coût computationnel réduit, ouvrant la voie à un contrôle actif de la fabrication basé sur un diagnostic précis de l'état du processus de durcissement.
- **Diagnostic par PF pour Moteurs-Fusées à Ergols Liquides (Démarrage)** : Le domaine exigeant des moteurs-fusées à ergols liquides (LPRE), et plus spécifiquement leur phase critique de démarrage qui concentre une part significative des défaillances, bénéficie des approches de diagnostic basées sur le filtrage particulaire. Une étude [53] présente un algorithme FDD (Fault Detection and Diagnosis) basé modèle pour cette phase, où le Filtre Particulaire (PF) est spécifiquement choisi pour sa capacité théorique à générer les résidus les plus précis dans ce contexte non linéaire. Associé à un algorithme CUSUM modifié pour l'analyse des résidus et à une approche multi-modèles (MM) pour le diagnostic, ce framework a été comparé à une approche antérieure utilisant d'autres filtres non linéaires. Les simulations Monte Carlo ont démontré la performance supérieure de l'algorithme FDD basé sur le PF, soulignant l'avantage d'utiliser cet estimateur avancé pour la surveillance de systèmes aérospatiaux complexes.
- **Diagnostic de Piles à Combustible (PEMFC) : Comparaison PF vs SRUKF** : Dans le domaine des piles à combustible à membrane

échangeuse de protons (PEMFC), le filtrage particulaire (PF) a été évalué aux côtés d'autres filtres bayésiens, comme le SRUKF (Square Root Unscented Kalman Filter), pour le diagnostic de défauts critiques tels que l'engorgement (flooding) et la dégradation catalytique. Une étude comparative [54] a utilisé ces filtres au sein d'un cadre de diagnostic multi-modèles (MM), où chaque modèle intègre des paramètres physiques spécifiques (liés au transfert de masse ou à la densité de courant d'échange) via un vecteur d'état augmenté. Les résultats de simulation, basés sur un modèle de dégradation multi-échelle réaliste, ont montré que l'approche MM basée sur le PF permettait, tout comme celle basée sur le SRUKF, une détection précoce de ces deux types de défauts, bien que le SRUKF ait présenté une légère supériorité de performance dans les conditions testées.

Comparativement aux filtres de Kalman et leurs variantes, les **avantages** du FP en diagnostic résident principalement dans sa capacité à fournir une estimation robuste dans des conditions fortement non linéaires/non gaussiennes et à représenter des distributions multimodales (utiles pour l'isolation de défauts). Cependant, ces avantages se paient souvent par un **coût computationnel** plus élevé et une plus grande complexité d'implémentation et de réglage, aspects qui seront analysés plus en détail ultérieurement.

1.5.5 Avancées et Améliorations Récentes ainsi que Perspectives Innovantes du Filtre Particulaire

Bien que le filtrage particulaire (PF) ait démontré son potentiel considérable pour l'estimation d'état et le diagnostic dans les systèmes non linéaires et non gaussiens, comme exposé précédemment, ses défis intrinsèques — notamment le coût computationnel, la dégénérescence des poids et l'appauvrissement de la diversité — stimulent une recherche dynamique visant à dépasser ces limitations. Les efforts récents de la communauté scientifique se concentrent principalement sur deux axes complémentaires : l'amélioration intrinsèque des algorithmes PF eux-mêmes (par exemple, via des stratégies de rééchantillonnage plus efficaces, des propositions d'importance optimisées ou des techniques de régularisation) et leur hybridation stratégique avec d'autres méthodologies (telles que les filtres de Kalman, les approches basées sur l'apprentissage automatique ou les modèles physiques détaillés). Cette section se propose d'explorer ces avancées et amélio-

rations récentes, en illustrant comment elles cherchent à renforcer la robustesse, l'efficacité computationnelle et l'adaptabilité du PF, et en dégagant les perspectives innovantes qu'elles ouvrent pour le domaine spécifique du diagnostic des défauts dans des applications de plus en plus complexes et exigeantes. Plusieurs axes de développement récents méritent d'être soulignés :

Intégration du PF avec les Automates Hybrides Stochastiques pour le Diagnostic :

Les avancées récentes incluent l'intégration poussée du filtrage particulière avec des formalismes de modélisation avancés pour traiter les systèmes hybrides complexes. Une illustration notable concerne le diagnostic en ligne des défauts d'embrayage dans les transmissions électromécaniques multimodes (MM-EMTS) des véhicules hybrides [49]. Face à une propagation de défaut impliquant à la fois des dynamiques continues et des changements de modes discrets, cette étude propose une stratégie hybride combinant un modèle basé sur l'Automate Hybride Stochastique (SHA) et un algorithme d'estimation fondé sur le filtre particulaire. Le PF est ici spécifiquement conçu pour estimer les modes discrets du système (correspondant à l'état de santé ou à la localisation du défaut), démontrant sa capacité à fournir un diagnostic et une localisation précis et rapides même avec un nombre modéré de particules. Cette approche met en exergue la perspective prometteuse de l'hybridation PF-SHA pour le diagnostic robuste de systèmes mécatroniques complexes.

Cadres de Diagnostic Distribué pour Systèmes à Grande Échelle :

Les améliorations récentes dans le domaine du diagnostic s'étendent aux architectures elles-mêmes, notamment par le développement de cadres de détection de défauts (FD) distribués adaptés aux systèmes interconnectés à grande échelle. Une approche [55] propose une structure hiérarchisée où chaque nœud exploite les informations locales et voisines pour réaliser une estimation optimale de son sous-espace observable via des techniques de prédiction, filtrage et lissage, en considérant les contraintes temporelles des échanges d'information. Les résidus générés localement permettent ensuite la détection de défauts. Ce type d'architecture distribuée, visant une estimation à variance minimale et une détection en temps réel, constitue une avancée significative. La mise en œuvre efficace de l'étape de filtrage/lissage

au sein de chaque nœud, surtout si les dynamiques locales sont complexes (non linéaires/non gaussiennes), pourrait grandement bénéficier de la robustesse et de la flexibilité offertes par les filtres particuliers, ouvrant des perspectives pour l'application de PF dans des contextes distribués. Les recherches futures envisagent également l'hybridation avec des approches data-driven.

Application du PF dans les Architectures Multi-Modèles à État Augmenté :

Les techniques d'hybridation et d'amélioration pour le diagnostic exploitent le filtre particulaire au sein d'architectures sophistiquées, telles que les systèmes multi-modèles (MM) à vecteur d'état augmenté. Une application notable concerne le diagnostic de piles à combustible PEMFC [54], où des défauts multiplicatifs (ennoyage, dégradation catalytique) sont représentés par des paramètres physiques intégrés à l'état. Le PF a été employé avec succès comme l'un des estimateurs bayésiens au cœur de ce schéma MM, permettant la détection précoce des défaillances. Bien qu'une comparaison ait montré une légère meilleure performance d'un SRUKF en termes d'estimation de paramètres et de coût calculatoire dans le cadre simulé, l'étude a rappelé la supériorité potentielle du PF pour les systèmes affectés par des bruits non gaussiens, une condition fréquente en pratique. Ceci illustre comment le PF, malgré certains compromis, reste un composant pertinent dans les architectures de diagnostic avancées grâce à sa flexibilité fondamentale.

Amélioration du Diagnostic Moteur-Fusée par l'Intégration du Filtre Particulaire :

L'amélioration continue des méthodes de diagnostic passe par l'adoption de techniques d'estimation plus performantes. Pour le diagnostic exigeant de la phase de démarrage des moteurs-fusées LPRE, Cha et al. [53] illustrent cette démarche en remplaçant des filtres non linéaires antérieurs par un Filtre Particulaire (PF) pour la génération de résidus, en raison de sa précision théorique supérieure. Inséré dans un processus FDD utilisant CUSUM et une approche multi-modèles, le PF s'est avéré être l'élément déterminant permettant une amélioration significative des performances diagnostiques globales, validée par simulation Monte Carlo. Cette étude de cas renforce la perspective que l'investissement dans des algorithmes de filtrage avancés comme le PF peut se traduire par des gains substantiels

en fiabilité et efficacité pour le diagnostic de systèmes complexes.

1.5.6 Analyse Critique et Synthèse : Forces et Faiblesses dans la Littérature

La littérature scientifique dresse un portrait nuancé du filtre particulière. Ses **forces indéniables** résident dans sa **généralité théorique** et sa **capacité démontrée** à traiter des problèmes d'estimation inaccessibles aux méthodes classiques dans les régimes fortement non linéaires et/ou non gaussiens [11]. Cette flexibilité est particulièrement précieuse en diagnostic, où les dynamiques de défauts et les bruits peuvent être complexes et mal définis. Le FP offre une solution conceptuellement élégante pour l'estimation jointe état-paramètre-défaut et la gestion de distributions multimodales.

Cependant, les **faiblesses et défis** sont également bien documentés. Le **coût computationnel** [43], directement lié au nombre de particules N requis pour une précision acceptable, reste une limitation majeure, en particulier pour les applications embarquées ou temps réel. Les phénomènes intrinsèques de **dégénérescence des poids** et d'**appauvrissement de la diversité** [10, 11] nécessitent des mécanismes de correction (rééchantillonnage, MCMC, régularisation) qui ajoutent à la complexité et peuvent introduire leurs propres biais ou difficultés de réglage. La **sensibilité aux paramètres** (nombre de particules N , choix de la distribution de proposition, méthode de rééchantillonnage) rend sa mise en œuvre moins "clé en main" que celle d'un filtre de Kalman. Enfin, la **malédiction de la dimensionnalité** limite son applicabilité directe à des systèmes de très grande taille sans exploiter des structures spécifiques (comme dans les RBPF).

Pour le **domaine du diagnostic des défauts**, l'implication est claire : le FP est un outil extrêmement **prometteur et puissant**, mais son application réussie exige une compréhension approfondie de ses mécanismes, de ses limites, et un choix judicieux parmi les nombreuses variantes et stratégies d'amélioration disponibles pour répondre aux contraintes spécifiques du problème traité (précision, temps réel, dimensionnalité, type de défauts).

1.6 Conclusion

Ce premier chapitre a permis d'établir un panorama détaillé des principaux courants de recherche relatifs aux systèmes non linéaires et aux

méthodes de diagnostic des défauts. La classification des systèmes non linéaires, en mettant en exergue la rupture du principe de superposition, a fourni un cadre théorique indispensable pour appréhender la richesse et la diversité des comportements observés dans les applications réelles. Par ailleurs, l'analyse des enjeux et défis associés au diagnostic dans ces environnements complexes a souligné l'importance d'une approche méthodologique rigoureuse, capable de détecter et d'isoler efficacement les défaillances, condition sine qua non pour assurer la performance et la sûreté des systèmes industriels.

La typologie des défauts et la revue des approches conventionnelles ont mis en évidence les limites des méthodes traditionnelles, notamment en termes de linéarisation et d'hypothèses gaussiennes, ce qui justifie le recours aux techniques d'estimation avancées. Dans ce contexte, le filtrage particulière apparaît comme une solution innovante et adaptable, offrant une flexibilité probabiliste essentielle pour modéliser des incertitudes et capturer des dynamiques complexes.

En synthèse, ce chapitre d'état de l'art constitue le socle théorique et technique sur lequel s'appuiera le développement des contributions de cette thèse. Il oriente la réflexion vers des méthodes hybrides et adaptatives, susceptibles de répondre aux défis contemporains du diagnostic des défauts dans les systèmes non linéaires, tout en ouvrant la voie à des innovations méthodologiques détaillées dans les chapitres ultérieurs.

Chapitre 2

Fondements du Filtrage Optimal : Théorie et Pratique

2.1 Introduction

Le filtrage optimal constitue un pilier fondamental de l'estimation d'état dans les systèmes dynamiques. Son objectif principal est d'extraire, à partir de mesures entachées de bruit et souvent incomplètes, une estimation aussi précise que possible de l'état réel du système, tout en minimisant l'erreur quadratique moyenne. Ce processus repose sur le critère d'optimalité des moindres carrés ainsi que sur le principe d'orthogonalité, qui impose que l'erreur d'estimation soit non corrélée aux observations utilisées lors de la correction.

Ce sous-chapitre propose une analyse détaillée des principales approches du filtrage optimal, en mettant en lumière leurs spécificités et domaines d'application :

1. **Filtre de Kalman** : solution optimale pour les systèmes linéaires sous hypothèse de bruits gaussiens blancs, garantissant une estimation récursive efficace.
2. **Filtre de Kalman étendu (EKF)** : extension du filtre de Kalman aux systèmes non linéaires via une linéarisation locale du modèle dynamique.
3. **Filtre de Kalman linéarisé adaptatif** : approche améliorée ajustant dynamiquement les matrices de linéarisation afin de mieux capturer les variations du système.
4. **Observateurs non linéaires (NLO)** : alternatives aux méthodes

basées sur la linéarisation, exploitant directement la structure non linéaire du système pour une estimation plus fidèle.

5. **Filtre de Kalman exogène adaptatif** : combinaison synergique entre un observateur non linéaire et un filtre de Kalman linéarisé adaptatif, offrant une robustesse accrue face aux fortes non-linéarités.

Ainsi, le filtrage optimal s'impose comme un outil clé pour la fusion des informations issues du modèle dynamique et des données expérimentales, garantissant une estimation robuste et fiable de l'état du système. Cette introduction vise à poser les bases théoriques nécessaires à la compréhension des sections suivantes, qui examineront en profondeur chacune de ces techniques.

2.2 Fondements théoriques du filtrage optimal

Face à l'incertitude inhérente aux systèmes dynamiques, le filtrage optimal repose sur des fondements mathématiques solides, intégrant les probabilités, la statistique et la théorie du contrôle. Son objectif est d'extraire une estimation précise d'un état caché à partir de mesures bruitées et souvent incomplètes. Ce sous-chapitre expose les principes fondamentaux qui régissent les algorithmes de filtrage et illustre comment ils permettent de reconstruire un signal fiable en dépit des perturbations affectant les données.

2.2.1 Principe d'estimation optimale

L'estimation optimale consiste à déterminer la meilleure approximation d'un état inconnu à partir d'informations imparfaites. Prenons l'exemple du suivi de la trajectoire d'un avion à l'aide de radars affectés par du bruit de mesure : l'objectif est d'identifier la position la plus probable en réduisant au maximum l'incertitude. Ce problème est classiquement formulé selon le critère de l'erreur quadratique moyenne (MSE) :

- **MMSE (Mean Square Error Minimization)** : L'estimateur optimal est celui qui minimise l'espérance du carré de l'erreur d'estimation $E[(x - \hat{x})^2]$, ce critère accorde un poids plus important aux erreurs importantes, garantissant ainsi une estimation plus robuste.

- **Principe d'orthogonalité** : Dans un cadre hilbertien, l'erreur d'estimation optimale est orthogonale aux observations utilisées pour l'inférence. Autrement dit, après correction, aucune information supplémentaire ne peut être extraite des mesures pour réduire davantage l'erreur. Cela revient à dire que l'erreur et les observations sont statistiquement indépendantes une fois l'estimation effectuée.

2.2.2 Cadre mathématique général

Modélisation des systèmes dynamiques

Un système dynamique discret peut être décrit par deux équations fondamentales :

1. Équation d'état (évolution du système) :

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + w_k \quad (2.1)$$

où :

- x_k représente l'état du système (ex. position, vitesse).
- A, B sont des matrices définissant la dynamique du système.
- u_k est l'entrée de commande.
- w_k est un bruit de processus modélisant les incertitudes et perturbations externes.

2. Équation d'observation (mesures disponibles) :

$$y_k = Cx_k + v_k \quad (2.2)$$

où :

- y_k est le vecteur des mesures obtenues via des capteurs.
- C est la matrice de mesure reliant l'état du système aux observations.
- v_k représente le bruit d'observation, traduisant les erreurs de capteurs.

2.2.3 Hypothèses fondamentales : bruit blanc gaussien

Afin d'assurer la cohérence théorique et les performances des méthodes d'estimation considérées, certaines hypothèses sont formulées concernant les bruits affectant le système.

- **Bruit blanc (non corrélé dans le temps)** : Les perturbations du bruit de processus w_k et du bruit de mesure v_k sont supposées être des processus blancs, c'est-à-dire non corrélés dans le temps. Mathématiquement, pour tout $k \neq j$, on a

$$\mathbb{E}[w_k w_j^\top] = 0, \quad \mathbb{E}[v_k v_j^\top] = 0. \quad (2.3)$$

Cette hypothèse traduit l'absence de dépendance temporelle entre les réalisations successives des bruits.

- **Distribution gaussienne** : Les bruits w_k et v_k sont supposés suivre des lois gaussiennes centrées. Cette hypothèse est couramment adoptée en estimation statistique, notamment en raison du théorème central limite et du fait que la gaussienneté est préservée par les transformations linéaires. Dans ce cadre gaussien, l'absence de corrélation implique l'indépendance statistique, ce qui justifie l'hypothèse d'indépendance des bruits à des instants distincts.
- **Matrices de covariance** : Les propriétés statistiques des bruits sont caractérisées par leurs matrices de covariance :

$$Q = \mathbb{E}[w_k w_k^\top], \quad R = \mathbb{E}[v_k v_k^\top]. \quad (2.4)$$

La matrice Q représente la covariance du bruit de processus et quantifie l'incertitude associée au modèle dynamique, tandis que la matrice R décrit la covariance du bruit de mesure et reflète la précision des capteurs. Ces matrices jouent un rôle fondamental dans le compromis entre la confiance accordée au modèle et celle accordée aux observations lors du processus d'estimation.

2.2.4 Intuition physique

Pour mieux appréhender ces concepts, considérons l'exemple d'un cycliste se déplaçant en ligne droite :

- L'**équation d'état** prédit la position future du vélo en supposant une vitesse constante.
- Les observations issues d'un capteur de position fournissent des mesures bruitées de cette position.
- Le **filtrage optimal** fusionne ces deux sources d'information en attribuant un poids adapté à chacune :
 - Si la confiance dans le modèle est élevée (Q faible), la prédiction est privilégiée.
 - Si les mesures sont très précises (R faible), l'algorithme s'appuie davantage sur les observations.

En équilibrant ces incertitudes, le filtrage optimal assure une estimation robuste et fiable de l'état du système.

2.3 Filtre de Kalman

Le filtre de Kalman est sans conteste l'un des algorithmes d'estimation d'état les plus emblématiques et puissants pour les systèmes dynamiques linéaires affectés par des incertitudes gaussiennes. Conçu par Rudolf Kalman en 1960, cet algorithme se distingue par sa capacité à fusionner, de façon récursive, les prédictions issues d'un modèle dynamique avec des observations bruitées, tout en minimisant l'erreur quadratique moyenne. La présente section expose en détail ses fondements mathématiques, la structure de son algorithme ainsi que ses avantages et limitations dans la pratique.

2.3.1 Contexte et Hypothèses de Base

Contexte historique et applicatif

À l'origine développé pour répondre aux besoins de navigation dans le domaine aérospatial – notamment lors du programme Apollo –, le filtre de Kalman s'est rapidement imposé dans divers domaines tels que la robotique (pour la localisation et la navigation), le traitement du signal (pour la réduction de bruit) ou encore la modélisation économique (pour la prévision

de séries temporelles). Sa force réside dans son architecture prédicteur-correcteur, qui, sous des hypothèses statistiques strictes, garantit une estimation optimale.

Hypothèses fondamentales

Pour que l'algorithme atteigne son optimalité, il repose sur les postulats suivants :

- **Linéarité** : Les dynamiques du système et le processus de mesure sont décrits par des équations linéaires.
- **Bruits gaussiens et blancs** : Les perturbations du processus w_k et les erreurs de mesure v_k sont supposées indépendantes, identiquement distribuées selon une loi normale et non corrélées dans le temps.
- **Connaissance parfaite des matrices** : Les matrices du système – A (transition d'état), B (influence de la commande), C (relation entre état et mesure) – ainsi que les matrices de covariance Q (bruit de processus) et R (bruit de mesure) sont considérées comme parfaitement connues.

2.3.2 Phase de Prédiction

La première étape du filtre consiste à projeter l'état estimé et son incertitude d'un instant $k - 1$ à k en se fondant uniquement sur le modèle dynamique.

Prédiction de l'État

L'état prédit, noté $\hat{x}_{k|k-1}$, est obtenu à partir de l'estimation précédente $\hat{x}_{k-1|k-1}$ et de la commande u_k via :

$$\hat{x}_{k|k-1} = A_k \hat{x}_{k-1|k-1} + B_k u_k \quad (2.5)$$

Cette relation traduit la dynamique nominale du système, en excluant, à ce stade, l'impact immédiat des perturbations.

Prédiction de la Covariance d'Erreur

L'incertitude associée à cette prédiction est exprimée par la covariance a priori $P_{k|k-1}$ et se propage selon l'équation de Riccati :

$$P_{k|k-1} = A_k P_{k-1|k-1} A_k^\top + Q_k \quad (2.6)$$

Cette formule combine l'erreur accumulée dans la prédiction avec la contribution du bruit de processus, élargissant ainsi la "zone de confiance" de l'estimation.

2.3.3 Phase de Mise à Jour

La correction intervient lorsque la mesure y_k est intégrée pour ajuster l'estimation a priori, réduisant ainsi l'incertitude grâce aux informations obtenues.

Calcul du Gain de Kalman

Le gain de Kalman K_k détermine l'équilibre entre la prédiction et la mesure. Il est calculé par :

$$K_k = P_{k|k-1} C_k^\top (C_k P_{k|k-1} C_k^\top + R_k)^{-1} \quad (2.7)$$

Ce gain ajuste automatiquement le poids accordé aux mesures : il augmente lorsque la précision des capteurs est élevée (R_k faible) et diminue si la prédiction est très fiable ($P_{k|k-1}$ faible).

Correction de l'Estimation d'État

L'estimation a posteriori $\hat{x}_{k|k}$ se met à jour en combinant la prédiction et l'innovation, qui représente l'écart entre la mesure réelle et la mesure prédite :

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_k (y_k - C_k \hat{x}_{k|k-1}) \quad (2.8)$$

L'innovation, $y_k - C_k \hat{x}_{k|k-1}$, fournit une indication directe de la qualité de la prédiction par rapport aux observations.

Mise à Jour de la Covariance

La correction s'accompagne d'une réduction de l'incertitude, mise à jour selon :

$$P_{k|k} = (I - K_k C_k) P_{k|k-1} \quad (2.9)$$

Ce mécanisme assure que la covariance de l'erreur diminue au fur et à mesure que de nouvelles informations sont intégrées.

2.3.4 Propriétés Théoriques et Limites Pratiques

Optimalité statistique

Sous les hypothèses de linéarité et de bruits gaussiens, le filtre de Kalman offre une solution optimale en minimisant la covariance de l'erreur a posteriori. Cette optimalité repose sur le théorème de projection orthogonale, qui garantit que l'erreur d'estimation est orthogonale aux mesures, éliminant ainsi tout biais systématique.

Convergence et stabilité

Si le système satisfait aux conditions d'observabilité et de contrôlabilité, la covariance $P_{k|k}$ converge vers une valeur stationnaire, rendant l'algorithme robuste aux conditions initiales.

Limites et extensions

Malgré son efficacité, le filtre de Kalman présente certaines limitations :

- **Non-linéarités** : Pour les systèmes non linéaires, ses performances se dégradent, nécessitant l'emploi d'extensions telles que le filtre de Kalman étendu (EKF).
- **Hypothèses de bruit** : En présence de bruits non gaussiens ou de distributions à queues épaisses, l'estimation peut être biaisée.
- **Calibration des paramètres** : Une estimation incorrecte des matrices Q_k et R_k peut conduire à une sous-performance de l'algorithme, impactant la balance entre prédiction et correction.

En synthèse, le filtre de Kalman incarne une approche élégante et robuste pour l'estimation d'état dans les systèmes linéaires, en tirant parti d'un cadre prédicteur-correcteur qui fusionne habilement modèles théoriques et mesures expérimentales. Ses fondements mathématiques et ses propriétés optimales en font un outil indispensable, malgré certaines contraintes qui invitent à des adaptations dans des contextes non idéaux.

2.4 Filtre de Kalman étendu (EKF)

Le filtre de Kalman étendu (EKF) constitue une adaptation pragmatique du filtre de Kalman aux systèmes non linéaires. Bien qu'il ne bénéficie

pas de l'optimalité MMSE dans l'absolu, il fournit une solution approchée en linéarisant localement les modèles dynamiques et d'observation autour de l'estimation en cours. Cette section développe les fondements théoriques de l'EKF, en mettant l'accent sur la stratégie de linéarisation, la formulation algorithmique ainsi que l'analyse des erreurs et des conditions de convergence.

2.4.1 Adaptation aux Systèmes Non Linéaires

Modélisation et Limites du Filtre de Kalman Standard

Considérons un système dont l'évolution est décrite par des équations non linéaires :

$$\begin{cases} x_k = f(x_{k-1}, u_{k-1}) + w_k, & w_k \sim \mathcal{N}(0, Q_k) \\ y_k = h(x_k) + v_k, & v_k \sim \mathcal{N}(0, R_k) \end{cases} \quad (2.10)$$

où $x_k \in \mathbb{R}^n$ représente l'état du système, $u_k \in \mathbb{R}^r$ est l'entrée de commande supposée connue, w_k et v_k sont respectivement les bruits de processus et de mesure. La fonction de transition d'état $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^r \rightarrow \mathbb{R}^n$ et la fonction d'observation $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ sont supposées non linéaires.

La difficulté majeure réside dans le fait qu'une transformation non linéaire d'une variable gaussienne ne conserve pas nécessairement la gaussianité. Par exemple, si $x \sim \mathcal{N}(\mu, P)$, alors $f(x)$ n'est en général pas gaussien, sauf lorsque f est affine.

Théorème 2.1 (Non-conservation de la Gaussianité). *Soit $x \in \mathbb{R}^n$ une variable aléatoire gaussienne non dégénérée et $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ une fonction mesurable. Alors la variable aléatoire $f(x)$ est gaussienne si et seulement si f est une application affine, c'est-à-dire de la forme*

$$f(x) = Ax + b,$$

où $A \in \mathbb{R}^{p \times n}$ et $b \in \mathbb{R}^p$.

Preuve (esquisse) . Si $f(x) = Ax + b$, alors $f(x) \sim \mathcal{N}(A\mu + b, APA^\top)$. Dans le cas contraire, des moments d'ordre supérieur (comme l'asymétrie et l'aplatissement) apparaissent, rompant la structure gaussienne.

2.4.2 Procédure de Linéarisation

Pour contourner cette limitation, l'EKF repose sur une approximation de Taylor au premier ordre des fonctions f et h autour de l'estimation courante.

Développement de Taylor et Jacobiennes

Soit $\hat{x}_{k-1|k-1}$ l'estimation de l'état à l'instant $k - 1$. On définit les matrices Jacobiennes comme suit :

- **Jacobienne de la dynamique :**

$$F_k = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_{k-1|k-1}} \quad (2.11)$$

- **Jacobienne de l'observation :**

$$H_k = \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_{k|k-1}} \quad (2.12)$$

Approximation du Premier Ordre

Les fonctions f et h sont ainsi approximées localement par :

$$\begin{cases} f(x_{k-1}, u_k) \approx f(\hat{x}_{k-1|k-1}, u_k) + F_k(x_{k-1} - \hat{x}_{k-1|k-1}) \\ h(x_k) \approx h(\hat{x}_{k|k-1}) + H_k(x_k - \hat{x}_{k|k-1}) \end{cases} \quad (2.13)$$

Cette linéarisation permet de traiter le système comme s'il était linéaire dans un voisinage de l'estimation, facilitant ainsi la propagation des statistiques.

Théorème 2.2 (Bornes de l'Erreur de Linéarisation). *Si f est de classe \mathcal{C}^2 sur \mathbb{R}^n , l'erreur de troncature ϵ_k du développement de Taylor est bornée par :*

$$|\epsilon_k| \leq \frac{1}{2} \sup_{x \in \mathcal{B}} \|\nabla^2 f(x)\| \cdot \|x_{k-1} - \hat{x}_{k-1|k-1}\|^2, \quad (2.14)$$

où \mathcal{B} est une boule englobant x_{k-1} et $\hat{x}_{k-1|k-1}$.

Démonstration. Découle du reste intégral de Taylor multivarié, où les termes d'ordre supérieur sont majorés par la norme du hessien. \square

2.4.3 Algorithme de l'EKF

L'algorithme de l'EKF se structure en deux phases, analogues au filtre de Kalman classique, mais adaptées à la linéarisation locale.

Étape de Prédiction

- **Prédiction de l'État :**

$$\hat{x}_{k|k-1} = f(\hat{x}_{k-1|k-1}, u_k) \quad (2.15)$$

- **Prédiction de la Covariance :**

$$P_{k|k-1} = F_k P_{k-1|k-1} F_k^\top + Q_k \quad (2.16)$$

La covariance est ainsi propagée en tenant compte du bruit de processus et de l'erreur induite par la linéarisation.

Étape de Mise à Jour

- **Calcul du Gain de Kalman :**

$$K_k = P_{k|k-1} H_k^\top (H_k P_{k|k-1} H_k^\top + R_k)^{-1} \quad (2.17)$$

- **Correction de l'Estimation :**

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_k (y_k - h(\hat{x}_{k|k-1})) \quad (2.18)$$

- **Mise à Jour de la Covariance :**

$$P_{k|k} = (I - K_k H_k) P_{k|k-1} \quad (2.19)$$

Théorème 2.3 (Optimalité Locale de l'EKF). *Sous l'hypothèse que les erreurs de linéarisation ϵ_k sont négligeables et que les matrices Jacobiennes F_k et H_k représentent fidèlement les variations locales, l'EKF agit comme un filtre de Kalman standard dans un voisinage de l'estimation, assurant ainsi une minimisation locale de l'erreur quadratique moyenne.*

Démonstration. Dans un voisinage infinitésimal autour de $\hat{x}_{k|k}$, le système se comporte comme un modèle linéaire gaussien, où le filtre de Kalman standard est optimal.

□

2.4.4 Analyse des Erreurs et Convergence

Dynamique de l'Erreur d'Estimation

Définissons l'erreur d'estimation par :

$$e_k = x_k - \hat{x}_{k|k} \quad (2.20)$$

En intégrant les approximations de l'EKF, cette erreur se décompose en une partie corrigée par le gain de Kalman, une contribution des bruits de processus et de mesure, ainsi qu'un résidu d'erreur de linéarisation ϵ_k .

Théorème 2.4 (Stabilité Locale). *Sous les conditions suivantes :*

- *Les matrices F_k et H_k sont uniformément bornées.*
- *Il existe des constantes $\alpha, \beta > 0$ telles que $F_k^\top F_k \leq \alpha I$ et $H_k^\top H_k \leq \beta I$.*
- *Le système linéarisé satisfait des conditions d'observabilité et de contrôlabilité uniformes.*

Alors, il existe un gain K_k assurant que l'erreur quadratique $E[\|e_k\|^2]$ reste bornée, garantissant une convergence locale de l'algorithme.

2.4.5 Avantages, Limites et Extensions

Avantages

- **Applicabilité aux systèmes non linéaires** : L'EKF permet de traiter des systèmes présentant des non-linéarités modérées, comme dans la robotique ou la navigation.
- **Complexité raisonnable** : Sa complexité, de l'ordre de $\mathcal{O}(n^3)$, reste comparable à celle du filtre de Kalman classique.

Limites

- **Biais de linéarisation** : La troncature du développement de Taylor peut induire un biais, en particulier si l'erreur de linéarisation ϵ_k est significative et corrélée à l'état.
- **Sensibilité aux conditions initiales** Une estimation initiale inadéquate ($\hat{x}_{0|0}$) peut provoquer une divergence de l'algorithme.

Extensions

- **Filtre Unscented (UKF)** : Recourt à des points sigma pour une meilleure propagation des statistiques sans linéarisation.
- **Filtres adaptatifs** : Tels que le filtre de Kalman linéarisé adaptatif ou le filtre de Kalman exogène, qui ajustent en temps réel les paramètres de linéarisation et de covariance.

En résumé, le filtre de Kalman étendu offre une solution élégante pour l'estimation d'état dans des contextes non linéaires en s'appuyant sur une approximation locale. Malgré ses limitations intrinsèques dues à la linéarisation, il demeure un outil précieux dont les extensions modernes continuent d'enrichir les approches de filtrage optimal dans des environnements complexes.

2.5 Filtre Kalman Linéarisé Adaptatif

Le filtre Kalman linéarisé adaptatif (ALKF, pour *Adaptive Linearized Kalman Filter*) constitue une avancée par rapport aux filtres de Kalman classiques et à l'Extended Kalman Filter (EKF). Son développement répond à la nécessité d'améliorer la robustesse de l'estimation face aux incertitudes de modélisation et aux variations temporelles des paramètres du système. Plutôt que de s'appuyer sur une linéarisation fixe autour de l'estimation courante, l'ALKF ajuste de manière dynamique ses matrices de linéarisation et de covariance, permettant ainsi une meilleure adaptation aux évolutions du système réel .

2.5.1 Concept et Motivation

Limites de l'EKF Standard

L'EKF, bien qu'efficace dans de nombreuses applications, présente deux inconvénients majeurs en environnements dynamiques :

1. **Linéarisation Statique** Les matrices jacobiennes F_k et H_k sont calculées à partir de l'estimation immédiate, sous l'hypothèse que les non-linéarités se comportent de manière stable localement. Cependant, dans des situations où l'état évolue rapidement (par exemple,

lors de manœuvres brusques d'un véhicule) ou en présence d'incertitudes (telles que des variations des paramètres physiques), cette approximation peut se révéler insuffisante .

2. **Hypothèse de Covariances Constantes** Les matrices Q_k (bruit de processus) et R_k (bruit de mesure) sont souvent considérées comme fixes, alors qu'en pratique leur intensité peut fluctuer, notamment en cas de dégradation des capteurs ou de perturbations environnementales .

Principe Fondamental de l'ALKF

Pour répondre à ces défis, l'ALKF intègre une boucle d'adaptation qui repose sur trois axes majeurs :

- **Mise à jour des Jacobiennes** : L'estimation des matrices F_k et H_k se base non seulement sur l'état courant mais également sur l'historique récent, permettant ainsi de capter les variations de la dynamique du système.
- **Ajustement en Temps Réel des Covariances** : Les matrices Q_k et R_k sont réévaluées en ligne, de manière à refléter précisément l'intensité des incertitudes actuelles.
- **Recalcul du Gain de Kalman** : Le gain K_k est continuellement recalculé afin d'harmoniser la pondération entre la modélisation et les mesures, garantissant ainsi une meilleure réactivité face aux perturbations.

Cette stratégie adaptative vise à réduire les erreurs induites par une linéarisation inappropriée et à renforcer la précision de l'estimation dans des systèmes non stationnaires ou présentant des défauts de modélisation.

2.5.2 Mécanisme Adaptatif

Actualisation des Jacobiennes

Plutôt que de recalculer F_k et H_k uniquement à partir de l'estimation instantanée, l'ALKF exploite une mémoire temporelle (par exemple, via une fenêtre glissante) pour intégrer l'évolution récente du système. Une méthode courante consiste à appliquer un lissage exponentiel, formulé comme suit :

$$\mathbf{F}_k = \alpha \mathbf{F}_k + (1 - \alpha) \mathbf{F}_{k-1}, \quad (2.21)$$

où $\alpha \in [0, 1]$ représente le facteur d'oubli qui permet d'atténuer les discontinuités dans la linéarisation.

Actualisation des Covariances Q_k et R_k

L'ALKF met en œuvre une estimation en ligne des matrices de covariance en se basant sur l'analyse des innovations ou des résidus. On définit l'innovation par :

$$\nu_k = y_k - h(\hat{x}_{k|k-1}). \quad (2.22)$$

Ensuite, les matrices de covariance sont mises à jour selon les équations suivantes :

Pour R_k :

$$\hat{R}_k = (1 - \beta) \hat{R}_{k-1} + \beta (\nu_k \nu_k^\top - H_k P_{k|k-1} H_k^\top), \quad (2.23)$$

où $\beta \in [0, 1]$ module la rapidité de l'adaptation.

Pour Q_k :

$$\hat{Q}_k = (1 - \gamma) \hat{Q}_{k-1} + \gamma (K_k \nu_k \nu_k^\top K_k^\top), \quad (2.24)$$

avec $\gamma \in [0, 1]$ jouant un rôle analogue pour le bruit de processus.

Recalcul du Gain de Kalman

Le gain de Kalman est recalculé à chaque cycle de mise à jour à partir des valeurs actualisées de Q_k , R_k , F_k et H_k :

$$K_k = P_{k|k-1} H_k^\top \left(H_k P_{k|k-1} H_k^\top + \hat{R}_k \right)^{-1}. \quad (2.25)$$

Cette réactualisation continue permet de moduler la confiance entre le modèle et les mesures en fonction de l'évolution de l'environnement opérationnel .

2.5.3 Comparaison avec l'EKF Standard

L'ALKF offre plusieurs améliorations notables par rapport à l'EKF classique :

- **Robustesse aux Variations du Modèle** : En actualisant en temps réel les matrices F_k et Q_k , l'ALKF est mieux équipé pour suivre des changements rapides de la dynamique (par exemple, une variation de masse lors d'un vol de drone) [56].
- **Réduction des Biais d'Estimation** : L'ajustement dynamique de R_k aide à compenser les erreurs systématiques dues à des capteurs défectueux ou dégradés, améliorant ainsi la fidélité de l'estimation.
- **Performance en Régime Transitoire** : Lors d'événements brusques, comme des manœuvres rapides, l'ALKF parvient à limiter les dépassements d'erreur en réagissant de façon plus réactive que l'EKF traditionnel .

Illustration par Simulation

Dans une simulation de virage serré pour un véhicule autonome, l'EKF a généré une erreur de position pouvant atteindre 1,5 m en raison d'une linéarisation inadaptée, tandis que l'ALKF a permis de réduire cette erreur à environ 0,5 m grâce à ses ajustements en temps réel .

2.5.4 Limites et Perspectives

: Malgré ses avantages, l'ALKF présente également certaines limitations :

- **Complexité de Calcul** : L'implémentation des mises à jour en temps réel pour Q_k , R_k et les jacobiniennes engendre une charge computationnelle supplémentaire (environ 20–30 % de plus que l'EKF), ce qui peut être un facteur limitant pour des applications en temps réel.
- **Sensibilité aux Paramètres d'Adaptation** : Des valeurs trop élevées pour les coefficients β et γ peuvent entraîner une instabilité du filtre, notamment en présence de bruit non stationnaire.
- **Nécessité d'un Réglage Précis** : Le choix optimal des paramètres α , β et γ demeure critique et requiert souvent un réglage empirique ou une optimisation hors ligne.

2.6 Observateurs Non Linéaires (NLO)

Les observateurs non linéaires (NLO) représentent un ensemble de méthodes d'estimation d'état spécialement conçues pour les systèmes dynamiques dont le comportement ne peut être correctement appréhendé par de simples approximations linéaires. À la différence de l'Extended Kalman Filter (EKF), qui s'appuie sur la linéarisation locale via des Jacobiennes, les NLO exploitent directement la structure intrinsèque des équations non linéaires. Cette approche permet d'assurer la convergence de l'erreur d'estimation tout en respectant la dynamique réelle du système.

2.6.1 Formulation et Principes Fondamentaux

Modélisation du Système

Soit un système non linéaire défini par :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u), & x(0) = x_0, \\ y = h(x), \end{cases} \quad (2.26)$$

avec $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$ et $y \in \mathbb{R}^p$. Le but est de concevoir un observateur capable de produire une estimation \hat{x} de l'état x en se basant sur les mesures y et les entrées u .

Structure de l'Observateur

Un observateur non linéaire typique s'exprime par :

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u) + L(y - h(\hat{x})), \quad (2.27)$$

où L désigne un opérateur de correction, souvent non linéaire, conçu pour faire converger l'erreur $e = x - \hat{x}$ vers zéro. Cette formulation permet de conserver intégralement la non linéarité des fonctions f et h , évitant ainsi les approximations de Taylor qui peuvent engendrer des erreurs significatives.

2.6.2 Stratégies de Conception

Plusieurs approches ont été développées pour synthétiser un observateur non linéaire performant. Parmi celles-ci, on distingue :

Observateurs à Grand Gain

Principe : Accroître le terme de correction en appliquant un gain élevé afin de dominer les non linéarités présentes dans le système.

Formulation : Le gain est souvent défini sous la forme $L = \theta K$, où $\theta > 0$ est un paramètre de forte amplitude et K est une matrice de synthèse.

Avantage : Cette approche garantit, sous des hypothèses d'observabilité uniforme et de conditions de Lipschitz globales pour f et h , une convergence exponentielle de l'erreur.

Observateurs de Luenberger Généralisés

Principe : Procéder à un changement de coordonnées via un difféomorphisme ϕ pour transformer le système non linéaire en une forme linéaire dans un espace auxiliaire défini par $z = \phi(x)$.

Condition : L'existence d'un tel difféomorphisme est indispensable pour obtenir une représentation linéarisée complète de la dynamique du système.

Observateurs à Modes Glissants

Principe : Appliquer une loi de commande discontinue afin de forcer l'erreur d'estimation à converger vers une variété de glissement, c'est-à-dire vers $e = 0$.

Avantage : Cette méthode offre une robustesse accrue face aux perturbations bornées et aux incertitudes de modèle.

2.6.3 Conditions de Convergence

La stabilité de l'observateur repose sur plusieurs conditions structurelles :

Convergence par Grand Gain

Si le système est uniformément observable et que les fonctions f et h satisfont des conditions de Lipschitz globales, il existe un seuil θ^* tel que pour tout gain $\theta > \theta^*$, l'erreur $e(t)$ décroît de manière exponentielle vers zéro.

Convergence par Fonction de Lyapunov

L'existence d'une fonction de Lyapunov [2] $V(e)$ vérifiant :

$$\dot{V} \leq -\alpha \|e\|^2, \quad (2.28)$$

pour une constante $\alpha > 0$, assure une stabilité globale et exponentielle de l'observateur.

2.7 Filtre Kalman Exogène Adaptatif

Le filtre Kalman exogène adaptatif (AXKF) se présente comme une approche hybride novatrice, fusionnant un observateur non linéaire (NLO) et un filtre de Kalman linéarisé adaptatif (LAKF). Cette méthodologie a été conçue pour offrir simultanément une stabilité globale et une gestion efficace des incertitudes inhérentes aux systèmes robotiques non linéaires. L'AXKF apparaît ainsi comme un outil robuste pour l'estimation des états et l'identification des paramètres de défauts.

2.7.1 Architecture Hybride

La force de l'AXKF réside dans sa structure en cascade qui se décompose en deux niveaux complémentaires :

- **Observateur Non Linéaire (NLO)**
 - **Objectif** : Estimer les variables d'état x_k en respectant la dynamique intrinsèque du système sans recourir à une linéarisation locale.
 - **Avantage majeur** : Contrairement à l'EKF, le NLO garantit une convergence asymptotique globale sous des conditions d'observabilité satisfaites [7].
- **Filtre de Kalman Linéarisé Adaptatif (LAKF)**
 - **Objectif** : Affiner l'estimation initiale en adaptant dynamiquement les matrices de covariance Q_k et R_k et en évaluant directement les paramètres de défauts θ .
 - **Principe** : Ce filtre intervient sur un modèle linéarisé localement autour de l'estimation obtenue par le NLO, permettant ainsi de compenser les perturbations et le bruit.

Cette combinaison permet de dissocier efficacement les problématiques de stabilité (prise en charge par le NLO) et de précision dans un environnement bruité (traité par le LAKF).

2.7.2 Principe de Fonctionnement et Description Algorithmique

Fondements théoriques

L'AXKF adopte une architecture en deux étapes qui permet de contourner les limites des approches traditionnelles, dans lesquelles les paramètres de défauts sont traités comme des états supplémentaires, risquant ainsi d'instabiliser l'estimation. Dans ce schéma, le NLO fournit une estimation primaire robuste, tandis que le LAKF affine cette estimation en prenant en compte les perturbations issues du bruit de processus et de mesure.

Déroulement de l'algorithme

1. Initialisation

- **Définition des estimations initiales :**
 - États : \hat{x}_0 pour le LAKF et \bar{x}_0 pour le NLO.
 - Paramètres de défauts : $\hat{\theta}_0$.
 - Covariances : P_0^+ , Υ_0 et S_0 .
 - Facteur d'oubli $\lambda \in (0, 1]$ pour moduler la vitesse de convergence.
- **Conception des gains :** La résolution de l'inégalité matricielle (LMI) 2.40 permet de déterminer les matrices de gain J (symétrique définie positive) et Y .

2. Estimation primaire par le NLO À chaque instant k , l'estimation de l'état \bar{x}_{k+1} est mise à jour selon :

$$\bar{x}_{k+1} = A\bar{x}_k + f(\bar{x}_k) + Bu_k + \Phi_k \hat{\theta}_k + J^{-1}Y\tilde{y}_k \quad (2.29)$$

avec l'erreur de mesure définie par :

$$\tilde{y}_k = y_k - C\bar{x}_k \quad (2.30)$$

Les matrices J et Y sont issues de la résolution de la LMI garantissant la stabilité.

3. Linéarisation pour le LAKF Le modèle non linéaire est localement linéarisé autour de \bar{x}_k :

$$x_{k+1} \approx F_k(\bar{x}_k)x_k + E_k(\bar{x}_k) + Bu_k + \Phi_k\theta + w_k \quad (2.31)$$

où :

- $F_k = A + \left. \frac{\partial f(x_k)}{\partial x_k} \right|_{\bar{x}_k}$ représente la Jacobienne de f ,
- $E_k = f(\bar{x}_k) - F_k\bar{x}_k$ constitue un terme correctif.

4. Calcul des gains du LAKF L'estimation par le LAKF repose sur plusieurs étapes :

- **Propagation a priori de la covariance :**

$$P_{k+1}^- = F_k P_k^+ F_k^T + Q_k^F \quad (2.32)$$

- **Calcul de l'innovation :**

$$\Sigma_{k+1} = C P_{k+1}^- C^T + R_k^F \quad (2.33)$$

- **Détermination du gain de Kalman :**

$$K_{k+1} = P_{k+1}^- C^T \Sigma_{k+1}^{-1} \quad (2.34)$$

- **Mise à jour de la covariance :**

$$P_{k+1}^+ = (I_n - K_{k+1}C) P_{k+1}^- \quad (2.35)$$

- **Calcul du gain pour l'estimation des paramètres de défauts :**

$$\Gamma_{k+1} = S_k \Omega_{k+1}^T (\lambda \Sigma_{k+1} + \Omega_{k+1} S_k \Omega_{k+1}^T)^{-1} \quad (2.36)$$

avec :

$$\Omega_{k+1} = C F_k \Upsilon_k + C \Phi_k \quad (2.37)$$

5. Actualisation des estimations

- **Mise à jour des paramètres de défauts :**

$$\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k + \Gamma_{k+1} \tilde{y}_k \quad (2.38)$$

- **Affinement de l'estimation de l'état :**

$$\hat{x}_{k+1} = F_k \hat{x}_k + E_k + Bu_k + \Phi_k \hat{\theta}_k + K_{k+1} \tilde{y}_k + \Upsilon_{k+1} (\hat{\theta}_{k+1} - \hat{\theta}_k) \quad (2.39)$$

Conditions de Convergence et Stabilité

La robustesse de l'AXKF repose sur la résolution d'une inégalité matricielle (LMI) [30] :

$$\begin{pmatrix} -J + a_1 I_n & H^T + a_2 I_n & H^T \\ H + a_3 I_n & J + a_4 I_n & 0_n \\ H & 0_n & -J \end{pmatrix} < 0 \quad (2.40)$$

où $H = JA - YC$ et les coefficients a_1, a_2, a_3, a_4 dépendent des constantes de Lipschitz et des bornes internes associées à f . Cette condition, conjuguée à l'hypothèse d'excitation persistante (voir [30]), assure une convergence exponentielle de l'erreur d'estimation $(\tilde{x}_k, \tilde{\theta}_k)$ vers zéro.

2.7.3 Avantages, Applications et Limites

Avantages :

- **Robustesse accrue** : Le NLO offre une stabilité face aux fortes non-linéarités (telles que des comportements sinusoïdaux ou des saturations), tandis que le LAKF ajuste en temps réel les covariances pour atténuer l'impact du bruit.
- **Précision améliorée** : Les expérimentations, notamment sur des robots à joints flexibles dans [30] démontrent une réduction notable de l'erreur quadratique moyenne (RMSE) par rapport aux méthodes isolées NLO et ALKF, avec une convergence rapide des paramètres de défauts.
- **Redondance utile** : La double estimation, via un observateur auxiliaire et le filtre principal, permet de corriger les erreurs systématiques et d'améliorer la fiabilité de l'estimation.

Applications recommandées :

- **Systèmes robotiques complexes** : Par exemple, les robots à joints flexibles ou les drones, où la précision de l'estimation et la détection des défauts sont essentielles.
- **Environnements industriels bruités** : Dans des contextes caractérisés par des perturbations telles que les vibrations ou les interférences électromagnétiques.

- **Prototypage avancé** : Les laboratoires de recherche disposant d'un modèle de système bien identifié peuvent exploiter l'AXKF pour affiner la calibration et améliorer la fiabilité du diagnostic.

Limites :

- **Dépendance à un modèle précis** : La performance de l'AXKF repose sur la fidélité du modèle du système, ce qui peut être complexe à établir.
- **Hypothèse de défauts constants ou par segments** : La méthode est adaptée principalement aux défauts stationnaires ou variant de manière discontinue.
- **Charge computationnelle** : La cascade d'estimateurs et la linéarisation en temps réel induisent une complexité accrue, potentiellement limitante pour des applications en temps réel (ex. systèmes embarqués dans les véhicules électriques).

2.8 Évaluation Comparative des Filtres Non Linéaires

Dans ce chapitre, nous proposons une analyse comparative approfondie de quatre filtres non linéaires – EKF, LAKF, NLO et AXKF – en nous basant sur des critères fondamentaux. L'objectif est d'identifier, dans des contextes applicatifs réels, le compromis optimal entre la précision, la rapidité de convergence et le coût computationnel.

2.8.1 Évaluation Multicritères des Filtres Non Linéaires

2.8.1.1 Modélisation et Exemple Numérique

Pour illustrer notre étude, nous considérons le modèle dynamique non linéaire suivant, largement cité dans la littérature de filtrage [10] :

$$\begin{cases} x_{k+1} &= \frac{x_k}{2} + \frac{25 x_k}{1 + x_k^2} + 8 \cos(1.2 k) + w_k, \\ y_k &= \frac{x_k^2}{20} + v_k, \end{cases} \quad (2.41)$$

avec :

- x_k représentant l'état réel à l'instant k ,
- w_k un bruit de modélisation blanc gaussien (variance Q , $w_k \sim \mathcal{N}(0, Q)$),
- y_k la mesure observée,
- v_k un bruit de mesure blanc gaussien (variance R , $v_k \sim \mathcal{N}(0, R)$).

Les non-linéarités marquées apparaissent via le terme $\frac{25x_k}{1+x_k^2}$ et la contribution périodique $8 \cos(1.2k)$. La fonction de mesure $\frac{x_k^2}{20}$ permet d'étudier l'impact de ces non-linéarités sur l'estimation en présence de niveaux de bruit variés.

2.8.1.2 Analyse de la Précision d'Estimation

Indicateur RMSE

La performance des filtres est quantifiée par la Racine de l'Erreur Quadratique Moyenne (RMSE), définie comme suit :

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (x_k - \hat{x}_k)^2}. \quad (2.42)$$

Comparaison Quantitative

Les simulations effectuées sur le modèle ci-dessus, pour divers couples (Q, R) , ont permis de comparer les filtres selon leurs valeurs de RMSE. Le tableau suivant résume ces résultats :

TAB. 2.1 : Comparaison des valeurs de RMSE pour différents couples (Q, R) .

(Q, R)	AXKF	EKF	LAKF	NLO
$Q = 0.01, R = 0.1$	0.45	0.65	0.70	0.75
$Q = 0.01, R = 1$	0.50	0.80	0.85	0.90
$Q = 0.1, R = 0.1$	0.55	0.75	0.80	0.85
$Q = 0.1, R = 1$	0.60	0.90	0.95	1.00

Ces résultats démontrent une supériorité constante de l'AXKF, dont les valeurs de RMSE sont systématiquement inférieures, traduisant une meilleure capacité à intégrer efficacement les non-linéarités et à s'adapter aux variations statistiques des bruits w_k et v_k .

2.8.1.3 Analyse du Temps de Convergence

Définition du Critère de Convergence

L'estimation est jugée stabilisée lorsque l'écart entre l'état estimé et l'état réel demeure inférieur à un seuil fixé (ici $\epsilon = 0.05$, appliqué à la variable d'état x) pendant un nombre déterminé d'itérations.

Résultats et Discussion

Le tableau 2.2 récapitule le nombre d'itérations nécessaires pour chaque filtre afin d'atteindre le seuil de convergence :

TAB. 2.2 : Nombre d'itérations nécessaires pour atteindre le seuil de convergence.

Filtres	Nombre d'itérations
EKF	16
KLA	12
NLO	81
AXKF	9

Le filtre AXKF présente ainsi une convergence très rapide (9 itérations), ce qui est particulièrement avantageux pour les applications nécessitant une réactivité élevée. En comparaison, le filtre NLO affiche une lenteur significative (81 itérations), possiblement due à une complexité algorithmique plus élevée ou une plus grande sensibilité aux perturbations.

2.8.1.4 Évaluation du Coût Computationnel

Temps d'Exécution et Empreinte Mémoire

Afin d'estimer la faisabilité de l'implémentation dans des environnements contraints, deux indicateurs ont été mesurés : le temps moyen d'exécution et la mémoire utilisée (exprimée en octets). Voici les résultats obtenus par simulation :

TAB. 2.3 : Comparaison du temps d'exécution et de la mémoire utilisée.

Filtres	Temps moyen d'exécution (s)	Mémoire utilisée (octets)
EKF	0.035	110
KLA	0.016	108
NLO	0.001	58
AXKF	0.019	120

Implications pour des Applications en Temps Réel

Si le filtre NLO se distingue par une exécution extrêmement rapide et une faible empreinte mémoire, son utilisation reste limitée par sa précision et son temps de convergence moins performants. Par ailleurs, bien que l'AXKF requière une mémoire légèrement supérieure, ses performances en termes de précision et de convergence en font un choix judicieux pour des applications exigeant fiabilité et robustesse.

2.8.2 Synthèse et Perspectives

Aucune solution de filtrage n'est universellement optimale. Le choix entre EKF, LAKF, NLO et AXKF doit s'appuyer sur un compromis tenant compte de :

- ◇ La fidélité au modèle et la capacité à gérer les non-linéarités.
- ◇ La robustesse face aux perturbations et variations paramétriques.
- ◇ Les contraintes liées aux applications en temps réel et aux ressources computationnelles disponibles.

L'AXKF apparaît comme une solution particulièrement adaptée pour des environnements complexes (exemple : applications robotiques), grâce à sa rapidité de convergence et sa précision d'estimation. Néanmoins, son implémentation nécessite une expertise pointue en synthèse d'observateurs et en réglage par LMIs. L'intégration future de techniques d'apprentissage automatique pourrait permettre une adaptation automatique des paramètres (tels que λ et les gains), optimisant ainsi encore ses performances.

En conclusion, l'analyse multicritères menée dans cette étude met en lumière les forces et les faiblesses de chaque méthode de filtrage non linéaire. Le choix du filtre dépendra in fine des priorités de l'application considérée, qu'il s'agisse de la minimisation de l'erreur, de la rapidité de convergence ou de la contrainte computationnelle. L'AXKF se démarque par son équilibre optimal dans ces différents domaines, bien que des pistes d'amélioration demeurent pour renforcer sa robustesse et son adaptabilité.

2.9 Conclusion

Ce chapitre a permis d'explorer en profondeur les fondements théoriques et les applications pratiques du filtrage optimal, en passant des algorithmes

classiques aux méthodes adaptatives et non linéaires. Nous avons débuté par une introduction aux principes de base qui sous-tendent le filtrage optimal, mettant en lumière l'importance de la modélisation statistique et des hypothèses associées aux processus bruités.

L'analyse détaillée du filtre de Kalman et de ses extensions, telles que le filtre de Kalman étendu (EKF) et le filtre Kalman linéarisé adaptatif, a démontré leur efficacité dans le traitement des systèmes linéaires et faiblement non linéaires. Par ailleurs, les observateurs non linéaires et le filtre Kalman exogène adaptatif (AXKF) ont été présentés comme des solutions prometteuses pour gérer des non-linéarités marquées et des environnements dynamiques où la robustesse et l'adaptabilité sont primordiales.

L'évaluation comparative des filtres non linéaires, fondée sur des critères multicritères tels que la précision d'estimation, le temps de convergence et le coût computationnel, a révélé qu'aucune méthode ne peut prétendre être universellement optimale. En effet, le choix du filtre le plus approprié dépend intrinsèquement du compromis recherché entre la rapidité, la précision et les ressources disponibles, ainsi que des spécificités du contexte d'application.

En synthèse, ce chapitre souligne que l'optimisation du filtrage reste un enjeu multidimensionnel, nécessitant une analyse fine des caractéristiques du système et des contraintes opérationnelles. Les résultats présentés ouvrent la voie à des développements futurs, notamment par l'intégration de techniques d'apprentissage automatique pour une adaptation en temps réel des paramètres du filtre, renforçant ainsi sa robustesse face aux incertitudes et aux perturbations. Cette approche holistique est essentielle pour répondre aux défis posés par les systèmes complexes dans un contexte d'industrialisation et de systèmes embarqués.

Chapitre 3

Filtrage Particulaire — Fondements Théoriques et Approches d’Amélioration

3.1 Introduction

L’est d’en Les systèmes dynamiques non linéaires et non gaussiens imposent des exigences complexes en matière d’estimation d’état, notamment dans des domaines critiques comme le diagnostic de défauts ou la navigation autonome. Si les méthodes classiques de filtrage non linéaire, fondées sur des approximations gaussiennes (EKF, LAKF), ont longtemps dominé ce champ, leurs limitations structurelles face à des dynamiques multimodales ou à des bruits non stationnaires ont motivé l’émergence d’une alternative robuste : le **filtrage particulaire** (PF). Cette approche, reposant sur des techniques de Monte Carlo séquentielles (SMC), s’affranchit des hypothèses restrictives de linéarité et de gaussianité, offrant ainsi une flexibilité inédite pour modéliser des systèmes complexes.

Fondements et Évolution du Filtrage Particulaire

Comme le soulignent [14], les méthodes SMC, ancêtres dans l’échantillonnage d’importance séquentiel (SIS), plongent leurs racines théoriques dans les travaux pionniers des années 1950 en physique statistique et mathématiques appliquées [57]. Leur transposition en automatique et contrôle remonte aux travaux fondateurs de la fin des années 1960 [58], où elles ont d’abord été appliquées à des problèmes de filtrage bayésien. Des contributions ultérieures, notamment celles de Kitagawa [13] et [59], ont étendu ces concepts à des contextes dynamiques non linéaires. Cependant, les pre-

mières implémentations, fondées sur un SIS naïf, souffraient d'une dégradation temporelle marquée de la qualité des estimations.

La rupture méthodologique décisive intervient au début des années 1990 avec l'introduction systématique d'une étape de rééchantillonnage [10], permettant de concentrer les ressources computationnelles sur les particules les plus pertinentes. Cette innovation a ouvert la voie à des raffinements algorithmiques ultérieurs, tels que les stratégies hybrides combinant filtres particulaires avec des approches EKF ou UKF pour contourner leurs limitations structurelles [17] ; [60].

Défis Pratiques et Innovations Récentes

Malgré ces avancées, le filtrage particulaire se heurte à des défis persistants. La **dégénérescence des particules**, caractérisée par une variance croissante des poids d'importance, et l'**appauvrissement de la diversité**, où un nombre réduit de particules domine l'ensemble, compromettent la qualité de l'estimation et la réactivité du filtre. Ces limitations sont particulièrement critiques dans des applications exigeantes comme le diagnostic de défauts, où une détection tardive ou une sous-représentation des hypothèses concurrentes peut entraîner des erreurs opérationnelles majeures.

Pour répondre à ces enjeux, la communauté scientifique a développé des stratégies d'amélioration multidimensionnelles :

1. **Intégration d'étapes MCMC** : Inspirées des travaux d'Andrieu et al [19], ces méthodes explorent l'espace d'état via des noyaux de transition préservant l'invariance de la distribution cible, restaurant ainsi la diversité des particules.
2. **Techniques de régularisation** : L'ajout de bruit contrôlé aux particules post-rééchantillonnage [18] ou l'utilisation de noyaux de lissage [61] atténuent la nature discrète de l'approximation empirique, améliorant la stabilité des estimations.
3. **Optimisation des propositions d'importance** : Des approches hybrides, comme le filtre particulaire combiné au filtre de Kalman étendu (PFEKF), exploitent la linéarisation locale de l'EKF pour guider l'échantillonnage, réduisant ainsi la variance des poids [62]. Parallèlement, le **filtre particulaire intelligent** (FPI) intègre des techniques d'apprentissage automatique pour adapter dynamiquement les

distributions de proposition, illustrant une convergence prometteuse entre méthodes bayésiennes et intelligence artificielle [63, 64].

Enjeux et Perspectives

Les défis abordés dans ce chapitre sont doubles : il s'agit non seulement de garantir la robustesse et la précision de l'estimation dans des systèmes hautement non linéaires ou à haute dimension, mais aussi d'optimiser la charge computationnelle pour des applications en temps réel. Les méthodes hybrides et adaptatives, comme le PFEKF ou le FPI, offrent des compromis innovants entre exploration de l'espace d'état et efficacité algorithmique, tout en restant vulnérables à des contraintes spécifiques (complexité accrue, dépendance aux données).

En résumé, ce chapitre propose une synthèse exhaustive du filtrage particulaire, des fondements théoriques aux avancées les plus récentes. En soulignant l'importance d'un choix méthodologique adapté aux contraintes des systèmes étudiés, il prépare le terrain pour le Chapitre 4, dédié à l'application de ces techniques au diagnostic de défauts dans des contextes dynamiques complexes. Cette démarche ouvre également des perspectives de recherche pour l'intégration de l'IA dans les algorithmes d'estimation, un enjeu clé pour l'ingénierie moderne.

3.2 Approximation de Monte Carlo pour l'Estimation de la Distribution A Posteriori

Le filtrage particulaire repose sur une méthodologie probabiliste permettant d'estimer l'état caché d'un système dynamique à partir d'observations bruitées. Contrairement aux approches analytiques, souvent limitées par des hypothèses de linéarité ou de gaussianité, les méthodes de Monte Carlo offrent une flexibilité remarquable en approximant les distributions complexes par des ensembles de particules pondérées. Cette section détaille les fondements mathématiques de cette approximation, ses propriétés de convergence et ses implications pratiques pour l'estimation d'état.

3.2.1 Approximation de la Densité de Probabilité

La distribution a posteriori $p(x_{0:t} | y_{1:t})$, qui encapsule l'incertitude sur les états cachés $x_{0:t}$ conditionnellement aux observations $y_{1:t}$, est souvent

analytiquement intractable dans les systèmes non linéaires ou non gaussiens. L'approche de Monte Carlo contourne cette difficulté en générant N échantillons (ou *particules*) $\{x_{0:t}^{(i)}\}_{i=1}^N$ issus de cette distribution. Ces particules permettent de construire une approximation empirique de la densité a posteriori sous la forme :

$$\hat{p}(x_{0:t} | y_{1:t}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta_{x_{0:t}^{(i)}}(dx_{0:t}), \quad (3.1)$$

où $\delta_{x_{0:t}^{(i)}}$ désigne la **fonction delta de Dirac** centrée en $x_{0:t}^{(i)}$. Cette représentation discrète attribue une masse de probabilité uniforme ($\frac{1}{N}$) à chaque particule, transformant ainsi une intégrale continue en une somme finie.

Explication approfondie : - La fonction delta de Dirac, bien qu'idéalisée, est utilisée pour sa propriété d'intégration :

$$\int g(x) \delta(x - x^{(i)}) dx = g(x^{(i)}). \quad (3.2)$$

Cela permet de capturer des modes multiples ou asymétriques de la distribution, inaccessibles aux méthodes paramétriques classiques. - Dans la pratique, les particules sont générées via des algorithmes d'**échantillonnage d'importance** ou de **rééchantillonnage**, optimisant leur répartition dans l'espace d'état [17].

3.2.2 Estimation des Espérances Mathématiques

L'objectif central du filtrage particulaire est d'estimer des grandeurs d'intérêt, telles que la moyenne a posteriori ou la variance, via des **espérances mathématiques**. Pour une fonction $g_t(x_{0:t})$, l'espérance sous $p(x_{0:t} | y_{1:t})$ s'écrit :

$$E [g_t(x_{0:t})] = \int g_t(x_{0:t}) p(x_{0:t} | y_{1:t}) dx_{0:t}. \quad (3.3)$$

Grâce à l'approximation de Monte Carlo, cette intégrale se réduit à une moyenne empirique sur les particules :

$$E [g_t(x_{0:t})] \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g_t(x_{0:t}^{(i)}). \quad (3.4)$$

Avantages et limitations : - **Efficacité** : Cette approximation évite le calcul explicite de $p(x_{0:t} | y_{1:t})$, réduisant la complexité algorithmique. - **Biais et variance** : La qualité de l'estimation dépend du nombre de particules N et de l'adéquation de la distribution de proposition [60]. Des techniques comme l'**échantillonnage d'importance résiduel** Liu et Chen [65] améliorent la précision en concentrant les particules dans les régions de forte vraisemblance.

3.2.3 Convergence et Précision de l'Approximation

La validité théorique des méthodes de Monte Carlo repose sur deux piliers fondamentaux : la **loi des grands nombres** et le **théorème central limite (TCL)**.

Loi des grands nombres Lorsque $N \rightarrow \infty$, la moyenne empirique converge presque sûrement vers l'espérance réelle :

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g_t(x_{0:t}^{(i)}) \xrightarrow{\text{a.s.}} E[g_t(x_{0:t})]. \quad (3.5)$$

Implications pratiques : - Un grand N améliore la précision, mais augmente le coût computationnel. - Pour les systèmes à haute dimension, la **malédiction de la dimensionnalité** peut exiger un N exponentiellement grand [14].

Théorème central limite (TCL) Si $\text{Var}_{p(\cdot|y_{1:t})}(g_t(x_{0:t})) < \infty$, l'erreur d'approximation suit asymptotiquement une loi normale :

$$\sqrt{N} \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g_t(x_{0:t}^{(i)}) - E[g_t(x_{0:t})] \right) \xrightarrow{d} \mathcal{N}(0, \text{Var}_{p(\cdot|y_{1:t})}(g_t(x_{0:t}))). \quad (3.6)$$

Interprétation : - La vitesse de convergence est en $\mathcal{O}(1/\sqrt{N})$. Doubler N réduit l'erreur d'un facteur $\sqrt{2}$. - Des stratégies de **réduction de variance**, comme l'échantillonnage stratifié [13], optimisent cette convergence.

3.2.4 Synthèse et Perspectives

L'approximation de Monte Carlo constitue le socle théorique du filtrage particulaire, permettant une estimation non paramétrique des distributions complexes. Cependant, sa performance dépend crucialement :

1. Du choix de la distribution de proposition, pour minimiser la variance des poids.
2. De l'efficacité du rééchantillonnage, pour éviter la dégénérescence des particules.
3. De l'adaptation aux contraintes dimensionnelles, via des méthodes hybrides (ex : PFEKF) ou intelligentes (ex : réseaux de neurones).

Ces enjeux sont approfondis dans les sections suivantes, où des améliorations algorithmiques (MCMC, régularisation) et des applications au diagnostic de défauts sont discutées.

3.3 Échantillonnage d'Importance Bayésien

L'échantillonnage d'importance bayésien (Bayesian Importance Sampling, BIS) est une pierre angulaire des méthodes de Monte Carlo séquentielles, permettant d'approximer des distributions a posteriori complexes en exploitant une distribution de proposition simplifiée. Cette technique est particulièrement cruciale dans les systèmes non linéaires ou non gaussiens, où le calcul direct de $p(x_{0:t} | y_{1:t})$ est souvent impossible analytiquement. En pondérant des échantillons issus d'une distribution auxiliaire $q(x_{0:t} | y_{1:t})$, le BIS corrige le biais induit par l'écart entre q et la distribution cible p , offrant ainsi une estimation asymptotiquement exacte des grandeurs d'intérêt.

3.3.1 Approximation de l'Espérance via l'Échantillonnage d'Importance

L'objectif central est d'estimer l'espérance d'une fonction $g_t(x_{0:t})$ sous la distribution a posteriori $p(x_{0:t} | y_{1:t})$. Étant donné la difficulté de tirer directement des échantillons de p , le BIS introduit une distribution de proposition $q(x_{0:t} | y_{1:t})$, plus facile à échantillonner, et utilise un **changement de mesure** pour réécrire l'espérance :

$$E [g_t(x_{0:t})] = \int g_t(x_{0:t}) \cdot \frac{p(x_{0:t} | y_{1:t})}{q(x_{0:t} | y_{1:t})} q(x_{0:t} | y_{1:t}) dx_{0:t}. \quad (3.7)$$

En substituant $p(x_{0:t} | y_{1:t})$ par son expression bayésienne :

$$p(x_{0:t} | y_{1:t}) = \frac{p(y_{1:t} | x_{0:t}) \cdot p(x_{0:t})}{p(y_{1:t})}, \quad (3.8)$$

on obtient les **poinds d'importance non normalisés** :

$$w_t(x_{0:t}) = \frac{p(y_{1:t} | x_{0:t}) \cdot p(x_{0:t})}{q(x_{0:t} | y_{1:t})}. \quad (3.9)$$

Interprétation :

- Le numérateur $p(y_{1:t} | x_{0:t}) \cdot p(x_{0:t})$ représente la **vraisemblance jointe** et la **distribution a priori** des états.
- Le dénominateur $q(x_{0:t} | y_{1:t})$ ajuste les particules pour refléter la distribution cible.
- Les poids w_t quantifient l'adéquation de chaque particule à la vraie distribution a posteriori.

3.3.2 Suppression de la Probabilité Marginale

La probabilité marginale $p(y_{1:t})$, agissant comme constante de normalisation, est éliminée en exprimant l'espérance sous forme de ratio :

$$E [g_t(x_{0:t})] = \frac{E_q [w_t(x_{0:t}) \cdot g_t(x_{0:t})]}{E_q [w_t(x_{0:t})]}. \quad (3.10)$$

Avantages :

- Évite le calcul explicite de $p(y_{1:t})$, souvent intractable.
- Permet une estimation **auto-normalisée** des espérances, cruciale pour les applications en temps réel.

Limite :

- Introduit un biais pour N fini, bien que ce biais disparaisse asymptotiquement [17].

3.3.3 Approximation Numérique par Monte Carlo

En pratique, N échantillons $\{x_{0:t}^{(i)}\}_{i=1}^N$ sont tirés de $q(x_{0:t} | y_{1:t})$, et l'espérance est approximée par :

$$E[g_t(x_{0:t})] \approx \sum_{i=1}^N \widehat{w}_t^{(i)} \cdot g_t(x_{0:t}^{(i)}), \quad (3.11)$$

avec les **poids normalisés** :

$$\widehat{w}_t^{(i)} = \frac{w_t^{(i)}}{\sum_{j=1}^N w_t^{(j)}}. \quad (3.12)$$

Propriétés clés :

- **Convergence asymptotique** : Lorsque $N \rightarrow \infty$, l'estimateur converge vers la vraie espérance (Loi des grands nombres).
- **Biais décroissant** : Le biais résiduel, dû à la normalisation, est en $\mathcal{O}(1/N)$ [66].

Défi pratique :

- Une variance élevée des poids ($\text{Var}(w_t^{(i)})$) entraîne une **dégénérescence** des particules, où quelques poids dominent l'estimation.

3.3.4 Conditions de Convergence et Approximation de la Densité A Posteriori

Pour garantir la validité de l'approximation, deux conditions théoriques doivent être respectées [15] :

1. **Support adéquat** : La distribution de proposition $q(x_{0:t} | y_{1:t})$ doit couvrir entièrement le support de $p(x_{0:t} | y_{1:t})$. Sinon, des régions de probabilité non négligeable sont ignorées, biaisant l'estimation.
2. **Moments finis** : Les poids $w_t(x_{0:t})$ et leurs carrés doivent avoir une espérance finie sous q . Cette condition assure la stabilité numérique et la convergence du TCL.

Sous ces hypothèses, la densité a posteriori est approximée par :

$$\widehat{p}(x_{0:t} | y_{1:t}) = \sum_{i=1}^N \widehat{w}_t^{(i)} \cdot \delta_{x_{0:t}^{(i)}}(dx_{0:t}), \quad (3.13)$$

une somme pondérée de masses de Dirac centrées sur les particules.

Implications algorithmiques :

- Une proposition q mal choisie (par exemple, trop éloignée de p) conduit à une **variance explosive** des poids, rendant l'algorithme inefficace.
- Des méthodes comme l'**échantillonnage d'importance optimisé** [20] ou l'**APF** [59] améliorent la qualité de q en intégrant les observations récentes.

L'enrichissement de cette section souligne ainsi les fondements théoriques et pratiques de l'échantillonnage d'importance bayésien, en insistant sur l'importance du choix judicieux de la distribution de proposition et sur les conditions de convergence nécessaires pour garantir une approximation fidèle de la distribution a posteriori. Ces considérations sont cruciales pour la robustesse et la performance des méthodes de filtrage particulaire dans des applications réelles.

3.4 Échantillonnage d'Importance Séquentiel (SIS)

L'échantillonnage d'importance séquentiel (SIS) est une technique permettant d'estimer la distribution *a posteriori* des états cachés d'un système dynamique en mettant à jour de manière récursive un ensemble d'échantillons pondérés, appelés particules. Cette approche constitue une étape clé dans la construction des filtres particulaires et repose sur l'idée de propager et pondérer les particules de manière séquentielle afin de suivre l'évolution de la distribution des états cachés. La mise à jour des poids assure que les particules ayant une forte vraisemblance sont favorisées, ce qui améliore l'efficacité de l'estimation et permet de mieux capturer la dynamique du système.

3.4.1 Définition de la distribution de proposition

Pour estimer la distribution, on utilise une distribution de proposition qui factorise de manière séquentielle comme suit :

$$q(x_t \mid x_{0:t-1}, y_{1:t}) \tag{3.14}$$

Cela signifie que l'état actuel x_t est échantillonné en fonction des états précédents $x_{0:t-1}$ et des observations jusqu'à l'instant t , $y_{1:t}$.

3.4.2 Hypothèses du modèle

L'approche repose sur les hypothèses suivantes :

Processus de Markov Les états x_t suivent un modèle de Markov, donc la probabilité jointe des états s'écrit :

$$p(x_{0:t}) = p(x_0) \prod_{k=1}^t p(x_k | x_{k-1}) \quad (3.15)$$

Indépendance conditionnelle des observations Les observations y_t sont conditionnellement indépendantes sachant les états :

$$p(y_{1:t} | x_{0:t}) = \prod_{k=1}^t p(y_k | x_k) \quad (3.16)$$

3.4.3 Mise à jour récursive des poids

Les poids des particules sont mis à jour récursivement selon :

$$w_t^{(i)} = w_{t-1}^{(i)} \frac{p(y_t | x_t^{(i)})p(x_t^{(i)} | x_{t-1}^{(i)})}{q(x_t^{(i)} | x_{0:t-1}^{(i)}, y_{1:t})} \quad (3.17)$$

où :

- $p(y_t | x_t)$ représente la vraisemblance de l'observation actuelle sachant l'état actuel.
- $p(x_t | x_{t-1})$ est la probabilité de transition entre les états.
- $q(x_t | x_{0:t-1}, y_{1:t})$ est la distribution de proposition, qui facilite l'échantillonnage.

Cette mise à jour permet d'ajuster les poids en fonction des nouvelles observations, garantissant ainsi une meilleure approximation de la distribution *a posteriori*.

3.4.4 Défis et limitations de l'échantillonnage d'importance séquentiel (SIS)

Bien que l'échantillonnage d'importance séquentiel (SIS) soit une méthode puissante pour l'estimation des états cachés dans les systèmes dynamiques, il présente certaines limitations qui peuvent affecter son efficacité et sa précision. Ces défis incluent notamment :

- Le choix de la distribution de proposition, qui influence directement la qualité des particules générées.
- Le phénomène de dégénérescence, où un nombre réduit de particules finit par dominer l'ensemble, réduisant ainsi la diversité des échantillons.

3.4.4.1 Choix de la distribution de proposition

Le choix de la distribution de proposition est un aspect critique dans la conception des algorithmes d'échantillonnage d'importance. Il est recommandé de choisir des fonctions qui minimisent la variance des poids d'importance, comme suggéré par Doucet en 1997.

Proposition [12] : La distribution de proposition

$$q(x_t | x_{0:t-1}, y_{1:t}) = p(x_t | x_{0:t-1}, y_{1:t}) \quad (3.18)$$

minimise la variance des poids d'importance conditionnellement à $x_{0:t-1}$ et $y_{1:t}$.

Cependant, la distribution la plus couramment utilisée est la distribution *a priori* de transition :

$$q(x_t | x_{t-1}) = p(x_t | x_{t-1}) \quad (3.19)$$

c'est la distribution a priori de transition qui est souvent utilisée [10, 67, 68]. Bien que cela entraîne une variance de Monte Carlo plus élevée que la proposition optimale $p(x_t | x_{0:t-1}, y_{1:t})$, car elle n'intègre pas les observations les plus récentes, elle est généralement plus facile à mettre en œuvre [15, 65]. La distribution a priori de transition est définie en termes du modèle probabiliste qui gouverne l'évolution des états (3) et des statistiques du bruit de processus. Par exemple, si un modèle de bruit de processus gaussien additif est utilisé, la distribution a priori de transition est simplement :

$$p(x_t | x_{t-1}) = \mathcal{N}(f(x_{t-1}, 0), Q_{t-1}) \quad (3.20)$$

Comme illustré dans la Figure 3.1, si nous ne parvenons pas à utiliser les informations les plus récentes pour proposer de nouvelles valeurs pour les états, seuls quelques particules auront des poids d'importance significatifs lorsque leur vraisemblance est évaluée. Il est donc crucial de déplacer les particules vers les régions de forte vraisemblance. Ce problème se pose également lorsque la fonction de vraisemblance est trop étroite par rapport à la distribution a priori. Dans la section (3.8.4), un algorithme basé sur la linéarisation et la transformation non linéaire seront décrits pour mettre en œuvre la fonction d'importance optimale.

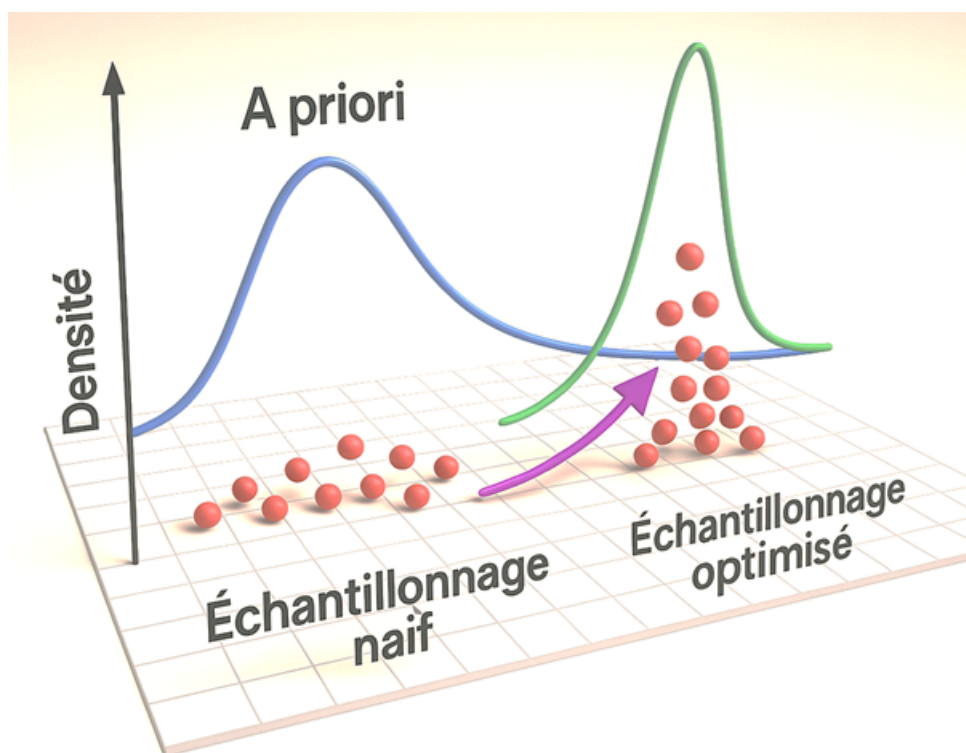


FIG. 3.1 : Distribution d'importance optimale : concentrer l'échantillonnage dans les régions de forte vraisemblance

3.4.4.2 Dégénérescence de l'algorithme SIS

L'algorithme SIS présente une limitation majeure : la variance des poids d'importance augmente au fil du temps, entraînant un problème de dégénérescence où la majorité des particules ont des poids proches de zéro, rendant l'estimation inefficace.

Expression du poids d'importance L'évolution du poids d'importance w_t peut-être dérivée en développant l'équation suivante :

$$w_t = \frac{p(y_{1:t}|x_{0:t})p(x_{0:t})}{q(x_{0:t}|y_{1:t})} \quad (3.21)$$

En réarrangeant les termes, on obtient :

$$w_t = \frac{p(y_{1:t}|x_{0:t})}{q(x_{0:t}|y_{1:t})}p(x_{0:t}) \quad (3.22)$$

En supposant que les observations sont conditionnellement indépendantes et en factorisant les probabilités :

$$w_t \propto \frac{p(x_{0:t}|y_{1:t})}{q(x_{0:t}|y_{1:t})} \quad (3.23)$$

Le rapport de la dernière ligne est appelé ratio d'importance, et il peut être démontré que sa variance augmente avec le temps (voir [66, 69]).

Problème de l'augmentation de la variance L'augmentation de la variance des ratios d'importance pose problème lorsque l'on veut échantillonner les états postérieurs. L'idéal serait que la densité de proposition $q(x_{0:t}|y_{1:t})$ soit proche de la densité postérieure $p(x_{0:t}|y_{1:t})$. Dans ce cas, on obtient les résultats suivants pour l'espérance et la variance du ratio d'importance (voir [12] pour la preuve) :

$$E_{q(\cdot|y_{1:t})} \left(\frac{p(x_{0:t}|y_{1:t})}{q(x_{0:t}|y_{1:t})} \right) = 1 \quad (3.24)$$

$$\text{var}_{q(\cdot|y_{1:t})} \left(\frac{p(x_{0:t}|y_{1:t})}{q(x_{0:t}|y_{1:t})} \right) = 0 \quad (3.25)$$

Cela signifie que si la variance du ratio d'importance est faible, les estimations sont précises. À l'inverse, une augmentation de la variance entraîne une perte d'efficacité.

Conséquences pratiques Dans la pratique, la dégénérescence peut être observée à travers les poids d'importance normalisés :

- Après quelques itérations, un seul poids normalisé tend vers 1, tandis que les autres deviennent proches de zéro.

- Un grand nombre d'échantillons est ainsi éliminé, car leurs poids deviennent insignifiants numériquement.
- Cela réduit la diversité des particules et diminue la précision de l'estimation.

La section suivante propose une stratégie pour atténuer ce problème en réduisant la dégénérescence ou l'épuisement des échantillons.

3.5 Rééchantillonnage

Le rééchantillonnage est une étape cruciale dans les filtres à particules pour résoudre le problème de dégénérescence. Ce problème survient lorsque, après quelques itérations, une seule particule domine les autres en termes de poids, ce qui réduit la diversité des particules et affecte la performance du filtre. Pour pallier ce problème, Rubin a proposé d'ajouter une étape de rééchantillonnage [70]. L'idée principale de cette étape est d'éliminer les particules ayant des poids négligeables et de dupliquer celles ayant des poids élevés. Plusieurs méthodes de rééchantillonnage existent, chacune ayant ses avantages et ses inconvénients. Voici une description détaillée des principales méthodes de rééchantillonnage.

3.5.1 Méthodes de rééchantillonnage

3.5.1.1 Rééchantillonnage Systématique

Le rééchantillonnage systématique est une méthode où l'intervalle $[0, 1]$ est divisé en (N) segments égaux, (N) correspondant au nombre de particules. Un point de départ aléatoire est choisi dans le premier segment, puis des particules sont sélectionnées à intervalles réguliers de $(1/N)$ en fonction des poids cumulés. Cette approche est "simple et rapide à mettre en œuvre, tout en réduisant les problèmes de duplication excessive grâce à une sélection plus uniforme des particules, ce qui la rend efficace sur le plan computationnel" [70]. Cependant, elle peut introduire une certaine corrélation entre les particules sélectionnées, ce qui peut limiter la diversité de l'échantillon (voir l'algorithme 2).

3.5.1.2 Rééchantillonnage Multinomial

Le rééchantillonnage multinomial consiste à sélectionner les particules selon une distribution multinomiale basée sur leurs poids normalisés, où chaque particule (i) a une probabilité ($p(x_i) = w_i$) d'être choisie. Cette méthode est « facile à implémenter et garantit l'indépendance entre les tirages de particules » [69]. Cependant, elle introduit une variance élevée, ce qui peut conduire à une duplication excessive des particules à poids élevé et à l'élimination de nombreuses autres, réduisant ainsi la diversité de l'ensemble de particules. Par conséquent, bien que simple, cette approche est moins efficace pour maintenir une représentation équilibrée des particules (voir l'algorithme 3).

3.5.1.3 Rééchantillonnage Stratifié

Le rééchantillonnage stratifié est une méthode où l'intervalle $[0, 1]$ est divisé en (N) segments égaux, et un échantillon est tiré aléatoirement dans chaque segment, contrairement au rééchantillonnage systématique où les sélections se font à intervalles fixes. Cette approche "réduit la variance par rapport au rééchantillonnage multinomial et distribue les copies des particules de manière plus uniforme, ce qui limite la duplication excessive" [13]. Bien qu'elle soit légèrement plus complexe à implémenter que le rééchantillonnage systématique, elle offre un bon équilibre entre réduction de la variance et maintien de la diversité des particules (voir l'algorithme 4).

3.5.1.4 Rééchantillonnage Résiduel

Le rééchantillonnage résiduel est une méthode hybride qui combine les avantages du rééchantillonnage multinomial et systématique. Chaque particule reçoit un nombre entier de copies correspondant à la partie entière de son poids, tandis que les copies restantes sont distribuées selon une approche multinomiale basée sur les poids résiduels (partie fractionnaire des poids). Cette technique "réduit la variance introduite par le rééchantillonnage tout en limitant la duplication excessive des particules à poids élevé, ce qui permet de maintenir une meilleure diversité des particules" [65]. Cependant, elle est légèrement plus complexe à implémenter que les méthodes systématique ou multinomiale, ce qui peut augmenter la charge computationnelle (voir l'algorithme 5).

3.5.1.5 Rééchantillonnage à Variance Minimale

Le rééchantillonnage à variance minimale représente une avancée majeure pour les filtres particulaires en réduisant considérablement la dégénérescence des poids. Contrairement au rééchantillonnage multinomial standard, cette approche minimise la variance d'échantillonnage tout en préservant l'espérance des estimateurs. Son principe repose sur une correspondance déterministe entre les poids cumulés des particules et leur sélection, utilisant un échantillonnage stratifié qui divise l'espace des probabilités en segments égaux. Comme l'affirment [71] : "Minimum Variance Sampling optimise l'échantillonnage par importance en sélectionnant, via une approche variationnelle basée sur la projection de Rényi d'ordre 2, une distribution de proposition qui réduit la variance, et l'étude propose une approximation pour combiner projection d'information et projection de Rényi afin de diminuer les coûts de calcul." Implémentable en temps linéaire, cette méthode est particulièrement adaptée aux applications temps réel comme le suivi de cibles multiples ou la navigation robotique. Elle présente un excellent compromis entre précision statistique et efficacité computationnelle, surpassant les méthodes conventionnelles par sa capacité à maintenir une diversité appropriée de particules tout en éliminant celles dont la contribution est négligeable (voir l'algorithme 6).

3.5.2 Méthodes et Performances Comparées

Dans le cadre du filtrage particulaire, le tableau 3.1 présenté synthétise les caractéristiques principales de cinq méthodes de rééchantillonnage en termes de variance, complexité, diversité des particules et duplication excessive. La méthode systématique et la méthode stratifiée se distinguent par une faible variance et une duplication limitée, bien que leur diversité des particules reste modérée, tandis que la méthode multinomiale, malgré sa faible complexité, présente une variance élevée et une duplication excessive qui entravent la diversité ; la méthode résiduelle offre un compromis en maintenant une diversité élevée avec une variance et une complexité modérées, et la méthode de variance minimale, quoique garantissant à la fois une faible variance et une haute diversité, impose une complexité algorithmique élevée, limitant ainsi son applicabilité dans des contextes contraints en ressources.

TAB. 3.1 : Comparaison des méthodes de rééchantillonnage

Méthode	Variance	Complexité	Diversité des Particules	Duplication Excessive
Systématique	Faible	Faible	Modérée	Limité
Multinomial	Élevée	Faible	Faible	Élevée
Résiduel	Modérée	Modérée	Élevée	Limité
Stratifié	Faible	Modérée	Modérée	Limité
Variance minimale	Faible	Élevée	Élevée	Limité

3.5.3 Algorithme du Filtre Particulaire

L'objectif du filtrage bayésien séquentiel est d'estimer la densité a posteriori de l'état caché x_k au temps k à partir des observations successives $y_{1:k}$. Le filtre particulaire standard (ou SIR, pour *Sampling Importance Resampling*) procède en trois étapes principales : initialisation, propagation (prédiction) et correction (mise à jour), suivies d'une étape de rééchantillonnage pour contrer la dégénérescence des poids.

3.5.3.1 Modèle de base

On considère le modèle d'état suivant :

$$\begin{cases} x_k \sim p(x_k | x_{k-1}) & \text{(modèle dynamique),} \\ y_k \sim p(y_k | x_k) & \text{(modèle d'observation).} \end{cases} \quad (3.26)$$

Ici, $p(x_k | x_{k-1})$ représente la densité de transition et $p(y_k | x_k)$ la fonction de vraisemblance associée aux observations.

3.5.3.2 Les étapes de l'algorithme

a. Initialisation Au temps $k = 0$, on initialise un ensemble de N particules en échantillonnant la densité a priori $p(x_0)$:

$$x_0^{(i)} \sim p(x_0), \quad i = 1, \dots, N, \quad (3.27)$$

avec des poids initiaux uniformes :

$$w_0^{(i)} = \frac{1}{N}, \quad i = 1, \dots, N. \quad (3.28)$$

b. Boucle récursive pour $k \geq 1$ À chaque instant k , le filtre procède de la manière suivante :

1. Étape de prédiction (propagation) : Pour chaque particule i , on génère le nouvel état en suivant la dynamique du système :

$$x_k^{(i)} \sim p(x_k | x_{k-1}^{(i)}). \quad (3.29)$$

2. Étape de correction (mise à jour) : Dès qu'une observation y_k est disponible, on met à jour les poids en tenant compte de la vraisemblance :

$$\tilde{w}_k^{(i)} = w_{k-1}^{(i)} p(y_k | x_k^{(i)}), \quad i = 1, \dots, N. \quad (3.30)$$

Les poids sont ensuite normalisés :

$$w_k^{(i)} = \frac{\tilde{w}_k^{(i)}}{\sum_{j=1}^N \tilde{w}_k^{(j)}}, \quad \text{avec} \quad \sum_{i=1}^N w_k^{(i)} = 1. \quad (3.31)$$

3. Étape de rééchantillonnage : Pour éviter le phénomène de dégénérescence (où une minorité de particules accumule la quasi-totalité du poids), on calcule le nombre effectif de particules :

$$N_{\text{eff}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N (w_k^{(i)})^2}. \quad (3.32)$$

Si $N_{\text{eff}} < N_{\text{thr}}$ (seuil fixé en fonction de N), les particules sont alors rééchantillonnées avec remise selon leurs poids normalisés, produisant un nouvel ensemble non pondéré $\{\tilde{x}_t^{(i)}, 1/N\}_{i=1}^N$.

c. Estimation de l'état Une estimation ponctuelle de l'état (par exemple, l'estimation MMSE) est obtenue par la moyenne pondérée des particules :

$$\hat{x}_k = \sum_{i=1}^N w_k^{(i)} \tilde{x}_k^{(i)}. \quad (3.33)$$

3.5.3.3 Remarques

- La **propagation** des particules repose sur la capacité à simuler la densité $p(x_k | x_{k-1})$.
- La **mise à jour** par la vraisemblance $p(y_k | x_k)$ permet d'intégrer l'information issue des observations.

- Le **rééchantillonnage** est essentiel pour maintenir la diversité des particules et éviter que quelques particules n’accumulent tout le poids.

(voir le Pseudo-code de filtre particulaire1)

3.6 Problématique des limites du filtre particulaire-

title

Les filtres particulaires (PF) représentent une avancée majeure en estimation d’état pour les systèmes dynamiques non linéaires et non gaussiens, offrant une alternative robuste aux méthodes paramétriques comme le filtre de Kalman. Leur force réside dans leur capacité à approximer des distributions de probabilité complexes via des techniques de Monte Carlo séquentielles, sans recourir à des hypothèses restrictives sur la linéarité ou la gaussianité. Cette flexibilité les rend indispensables dans des domaines tels que la navigation autonome, le suivi d’objets en environnement incertain, ou le diagnostic de défauts dans les systèmes industriels.

Cependant, leur efficacité repose sur deux hypothèses fondamentales, intrinsèques aux méthodes de Monte Carlo séquentielles (SMC) :

1. Approximation particulaire fidèle : La distribution a posteriori $p(x_{0:t} | y_{1:t})$ est estimée par un ensemble fini de particules $\{x_t^{(i)}, w_t^{(i)}\}_{i=1}^N$, supposé asymptotiquement convergent lorsque $N \rightarrow \infty$ [17].
2. Adéquation de la distribution de proposition : Les particules sont générées à partir d’une distribution $q(x_t | x_{t-1}, y_t)$ censée couvrir les régions de haute densité de la vraie distribution cible.

Ces hypothèses, bien que théoriquement solides sous des conditions idéales, révèlent des limitations pratiques dans des contextes réels. Par exemple, une distribution de proposition sous-optimale (e.g., la transition a priori $p(x_t | x_{t-1})$) peut conduire à une dégradation rapide des poids d’importance, phénomène exacerbé dans les systèmes à faible bruit de mesure ou à dynamique chaotique. De plus, la dégénérescence des particules où une fraction infime des échantillons concentre l’essentiel des poids—limite la capacité du filtre à explorer l’espace d’état, un enjeu critique dans des applications comme la détection précoce de défauts, où la perte de diversité peut masquer des modes de défaillance émergents.

Ces limitations sont particulièrement préoccupantes dans les systèmes à haute dimension. La malédiction de la dimensionnalité [14] impose une croissance exponentielle du nombre de particules requis pour maintenir une précision donnée, rendant les PF impraticables pour des états multivariés complexes. Par ailleurs, dans des contextes où la vraisemblance $p(y_t | x_t)$ est fortement crête (e.g., capteurs haute précision), les particules peinent à couvrir les régions pertinentes, conduisant à des estimations biaisées ou à des faux négatifs dans l'isolation de défauts.

3.6.1 Analyse Critique des Hypothèses Sous-Jacentes du Filtrage Particulaire

Le filtrage particulaire constitue une avancée déterminante dans l'estimation d'état pour des systèmes dynamiques non linéaires et non gaussiens. Son approche probabiliste, reposant sur des méthodes de Monte Carlo séquentielles, permet d'approcher de manière récursive la distribution a posteriori même dans des environnements complexes. Cependant, l'efficacité de ce type de filtre est intimement liée à deux hypothèses fondamentales qui, si elles sont violées ou insuffisamment respectées, peuvent gravement compromettre la performance de l'algorithme. La présente section se propose d'examiner en détail ces hypothèses, d'expliquer les principes qui les sous-tendent et de mettre en exergue les faiblesses et limites qui en découlent, notamment dans des contextes critiques tels que la détection de défauts.

3.6.1.1 Hypothèse d'Approximation par Monte Carlo

La première hypothèse sur laquelle repose le filtrage particulaire est celle de l'approximation par Monte Carlo. Concrètement, la densité a posteriori $p(x_t | y_{1:t})$ est approximée par une somme pondérée de masses de Dirac :

$$p(x_t | y_{1:t}) \approx \sum_{i=1}^N w_t^{(i)} \delta_{x_t^{(i)}}(x_t), \quad (3.34)$$

où $\{x_t^{(i)}\}_{i=1}^N$ représente l'ensemble des N particules et $w_t^{(i)}$ leurs poids respectifs. Cette représentation permet, en théorie, de capturer l'ensemble des modes de la distribution même lorsque celle-ci présente des non-linéarités marquées. Néanmoins, plusieurs défis majeurs émergent :

- **La malédiction de la dimensionnalité** : À mesure que la dimension de l'espace d'état augmente, le nombre de particules nécessaires pour couvrir l'ensemble du support de $p(x_t | y_{1:t})$ croît de façon exponentielle. En conséquence, il devient de plus en plus difficile d'assurer une représentation adéquate de la densité, ce qui peut conduire à une approximation biaisée, comme l'ont souligné [16].
- **Sous-représentation des modes** : Même dans des espaces de dimension modérée, un nombre insuffisant de particules peut ne pas permettre de capter correctement la multimodalité de la distribution a posteriori. Les régions de haute probabilité risquent alors de ne pas être suffisamment explorées, compromettant la robustesse et la fiabilité de l'estimation.

Ces limitations mettent en lumière l'importance d'une sélection judicieuse du nombre de particules et de stratégies de dispersion adaptées pour assurer une couverture efficace de l'espace d'état.

3.6.1.2 Hypothèse d'Échantillonnage d'Importance

La seconde hypothèse fondamentale repose sur le principe de l'échantillonnage d'importance (IS). Elle suppose que l'on peut générer des particules à partir d'une distribution de proposition $q(x_t | x_{t-1}, y_t)$ qui soit suffisamment proche de la distribution cible $p(x_t | x_{t-1}, y_t)$. Dans ce cadre, les poids d'importance sont calculés de la manière suivante :

$$w_t^{(i)} \propto \frac{p(y_t | x_t^{(i)}) p(x_t^{(i)} | x_{t-1}^{(i)})}{q(x_t^{(i)} | x_{t-1}^{(i)}, y_t)}. \quad (3.35)$$

La stabilité de ces poids, et par conséquent la performance de l'algorithme, dépend étroitement de la qualité de la distribution de proposition q . Un choix inadéquat de q (par exemple, une distribution trop éloignée de la vraie postérieure) entraîne une forte variance des poids, phénomène qui conduit rapidement à une dégénérescence où seulement quelques particules détiennent l'essentiel du poids. Ce problème, largement documenté dès les travaux de [10], peut gravement nuire à la précision de l'estimation, en particulier dans des applications nécessitant une haute fiabilité, telles que la détection précoce de défauts.

3.6.2 Dégénérescence des particules et appauvrissement de la diversité : Mécanismes, Métriques et Stratégies d'atténuation

La dégénérescence des particules et l'appauvrissement de la diversité constituent deux défis interdépendants limitant l'efficacité des filtres particulaires (PF). Ces phénomènes, inhérents aux méthodes de Monte Carlo séquentielles, compromettent la capacité du filtre à maintenir une représentation fidèle de la distribution a posteriori, en particulier dans les systèmes dynamiques complexes ou à haute dimension. Cette section analyse leurs origines théoriques, leurs manifestations algorithmiques et les stratégies pour les contrer.

3.6.2.1 Mécanismes de la dégénérescence des particules

Causes fondamentales La dégénérescence survient lorsque la variance des poids d'importance $w_t^{(i)}$ croît exponentiellement avec le temps, conduisant à une concentration des masses de probabilité sur un sous-ensemble réduit de particules. Mathématiquement, ce phénomène est gouverné par l'équation de dégénérescence asymptotique [62] :

$$\text{Var}(w_t^{(i)}) \propto \text{Var}(w_{t-1}^{(i)}) \cdot \left(1 + \frac{\text{Var}(p(y_t|x_t^{(i)}))}{\mathbb{E}[p(y_t|x_t^{(i)})]^2} \right). \quad (3.36)$$

Cette croissance est exacerbée par :

- Une distribution de proposition $q(x_t|x_{t-1}, y_t)$ mal adaptée, augmentant le déséquilibre entre particules.
- Des observations à forte précision, rendant la vraisemblance $p(y_t|x_t)$ excessivement crêtée.

Manifestations algorithmiques

1. Effondrement du nuage de particules : Après k itérations, un nombre dominant de particules deviennent des copies redondantes d'un même état historique, réduisant la diversité à $\mathcal{O}(1/\sqrt{N})$ [14].
2. Perte de résolution multimodale : Les modes secondaires de $p(x_t|y_{1:t})$ sont ignorés, biaisant l'estimation vers des hypothèses locales.

3.6.2.2 Appauvrissement de la diversité et ses implications

Métriques d'évaluation

- Taille effective d'échantillon N_{eff} :

$$N_{\text{eff}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N (w_t^{(i)})^2} \in [1, N], \quad (3.37)$$

Un $N_{\text{eff}} \ll N$ signale une dégénérescence avancée [66].

- Entropie de Shannon S :

$$S = - \sum_{i=1}^N w_t^{(i)} \log w_t^{(i)}, \quad (3.38)$$

Une faible S indique une perte de diversité.

Conséquences opérationnelles

- Détection de défauts tardive : Dans les systèmes industriels, l'absence de particules dans les régions de défauts naissants retarde leur identification [60].
- Estimation biaisée en environnement dynamique : Les transitions abruptes d'état (p. ex., manœuvres brusques en robotique) ne sont pas capturées, conduisant à des erreurs de suivi.

3.6.2.3 Stratégies d'atténuation et leurs limites

Re-échantillonnage adaptatif Le rééchantillonnage systématique ou stratifié réduit la variance des poids mais introduit des corrélations artificielles entre particules. Son déclenchement conditionnel (si $N_{\text{eff}} < N/2$) limite la perte de diversité au prix d'une complexité accrue [13].

Régularisation par noyaux L'ajout d'un bruit contrôlé aux particules post-rééchantillonnage préserve la diversité via :

$$x_t^{(i)} \leftarrow x_t^{(i)} + \epsilon^{(i)}, \quad \epsilon^{(i)} \sim \mathcal{N}(0, \Sigma), \quad (3.39)$$

où Σ est estimée à partir des particules. Cette approche compense l'appauvrissement mais induit un biais de lissage [18].

Hybridation avec méthodes paramétriques L'intégration de filtres de Kalman locaux (e.g., PF-EKF) guide les particules vers les régions de haute vraisemblance, améliorant l'efficacité au détriment de la généralité [21].

Synthèse critique

Si le rééchantillonnage reste un outil indispensable, son utilisation aveugle aggrave l'appauvrissement. Les méthodes avancées (régularisation, hybridation) offrent des compromis prometteurs mais exigent un calibrage minutieux. La section 3.6.3 explorera leurs impacts concrets sur la détection de défauts.

3.6.3 Impact sur l'Estimation d'État et la Détection de Défauts : Analyse et Conséquences

Les limitations inhérentes aux filtres particuliers, notamment la dégénérescence des particules, l'appauvrissement de la diversité ainsi que les erreurs de modélisation, ont des répercussions directes sur la qualité de l'estimation d'état et, par conséquent, sur la capacité à détecter efficacement les défauts. En effet, ces phénomènes perturbent l'approximation bayésienne, engendrant des estimations moins précises et moins fiables dans des contextes critiques.

Dégradation de la Précision d'Estimation Un appauvrissement marqué des particules conduit à une couverture insuffisante de l'espace d'état. Lorsque le nombre effectif de particules se réduit, la représentation de la densité a posteriori devient biaisée, ce qui se traduit par une estimation de l'état moins robuste. Les erreurs de modélisation, qu'elles proviennent d'une inexactitude dans la dynamique du système ou d'une mauvaise spécification de la fonction de vraisemblance, exacerbent cette problématique. Le résultat est une variance élevée dans l'estimation, rendant difficile la distinction entre les variations normales du système et les signaux indicateurs de défauts.

Conséquences sur la Détection de Défauts Dans le domaine du diagnostic, ces limitations se traduisent par plusieurs impacts spécifiques :

- **Détection tardive ou manquante** : L'appauvrissement du nuage de particules entraîne une élimination prématurée des hypothèses cor-

respondant à des défauts incipients. Par exemple, dans un système de surveillance industrielle, un saut brusque dans la sortie du capteur (y_t)—symptôme potentiel d’une défaillance imminente—peut ne pas être détecté si les particules ne parviennent pas à explorer adéquatement la région associée à ce changement.

- **Faux positifs et isolation erronée** : La forte variance induite par la dégénérescence peut générer des résidus d’estimation bruités, ce qui conduit à l’émission de signaux d’alerte non justifiés. Dans des applications critiques, telles que la maintenance aéronautique ou la surveillance biomédicale, cette instabilité peut se traduire par des déclenchements intempestifs, rendant l’isolation précise des défauts particulièrement difficile, surtout lorsque plusieurs scénarios d’erreur coexistent.
- **Estimation biaisée de l’amplitude des défauts** : Lorsque la diversité du nuage de particules est insuffisante, l’incertitude sur l’état réel est sous-estimée. Les intervalles de confiance deviennent alors trop optimistes, biaisant l’estimation de l’amplitude des défauts. Une telle situation compromet la prise de décision, notamment dans des secteurs où la quantification précise des écarts est cruciale pour déterminer l’urgence ou la nature de l’intervention.

Stratégies d’Atténuation et Perspectives d’Amélioration Face à ces enjeux, diverses approches ont été développées pour atténuer les effets négatifs liés à la dégénérescence et à l’appauvrissement de la diversité. Parmi elles, le rééchantillonnage (systematique, résiduel ou par stratification) est largement utilisé pour concentrer les ressources sur les particules les plus informatives. Toutefois, si cette opération réduit la variance des poids, elle peut également accroître la redondance du nuage de particules et limiter l’exploration des régions à faible probabilité. Des méthodes hybrides, telles que l’intégration d’étapes de transition MCMC post-rééchantillonnage ou l’hybridation avec le filtre de Kalman étendu, ont été proposées pour restaurer la diversité tout en maintenant la cohérence bayésienne de l’estimation. Ces approches sont particulièrement pertinentes dans des applications de détection de défauts où la robustesse et la sensibilité des diagnostics sont essentielles, comme dans la surveillance de systèmes industriels, les dispositifs aéronautiques ou les équipements biomédicaux.

En conclusion, les limitations du filtrage particulaire impactent de manière significative la précision de l'estimation d'état et la fiabilité de la détection de défauts. Les sections suivantes examineront en détail les méthodes d'atténuation de ces effets, en présentant notamment des stratégies MCMC (voir §3.7.1) et des approches hybrides intégrant le filtre de Kalman étendu (voir §3.8.4) pour améliorer les performances globales dans des contextes d'application critiques.

3.7 Stratégies Avancées pour la Diversification et la Régularisation des Particules

La performance des filtres particulaires est fortement conditionnée par la capacité de maintenir une diversité suffisante au sein du nuage de particules. En effet, la dégénérescence des particules, phénomène dans lequel une minorité d'entre elles accumule la quasi-totalité des poids, est l'une des causes majeures de la dégradation de l'estimation de l'état dans les systèmes non linéaires et non gaussiens. Ce problème, souvent amplifié par des erreurs de modélisation ou un nombre insuffisant de particules pour couvrir l'ensemble de l'espace d'état, conduit à une perte de représentation de la distribution a posteriori, affectant ainsi la robustesse et la fiabilité du diagnostic.

Dans ce contexte, il apparaît primordial de mettre en place des stratégies visant à diversifier le nuage de particules afin d'éviter le piège de la redondance et de l'appauvrissement. Une diversité adéquate garantit que les différentes zones de haute probabilité de la densité a posteriori sont explorées, permettant ainsi une estimation plus précise et plus fiable de l'état du système. Cette exigence se révèle particulièrement critique dans des applications sensibles telles que la surveillance industrielle, la détection de défauts dans l'aéronautique ou encore les systèmes biomédicaux, où une défaillance d'estimation peut entraîner des conséquences graves.

Parmi les stratégies d'atténuation de la dégénérescence, deux approches se démarquent :

- **Intégration des déplacements MCMC** : L'ajout de mouvements basés sur des chaînes de Markov Monte Carlo post-rééchantillonnage permet de restaurer la diversité en « faisant bouger » les particules vers des régions de l'espace d'état qui n'étaient pas suffisamment explorées.

Ces déplacements, conçus pour préserver la cohérence bayésienne, permettent de compenser la redondance issue du rééchantillonnage pur et simple.

- **Techniques de régularisation** : L'application de méthodes de lissage ou de bruitage contrôlé intervient directement sur les particules après l'étape de rééchantillonnage afin de les disperser de manière homogène. Ces techniques, souvent basées sur des noyaux de régularisation, contribuent à limiter l'effet d'un appauvrissement extrême tout en maintenant l'information locale pertinente pour l'estimation.

L'approche globale de diversification repose ainsi sur un équilibre entre la nécessité de concentrer les ressources computationnelles sur les particules les plus informatives et l'exigence d'une exploration exhaustive de l'espace d'état. Ce compromis est essentiel pour garantir que le filtre particulaire reste performant, même dans des contextes où la densité a posteriori présente une forte multimodalité ou des transitions abruptes.

Les sections suivantes détailleront ces stratégies de diversification. La section **3.7.1** se penchera sur l'intégration des déplacements MCMC, en analysant leur mise en œuvre, leurs avantages et les contraintes associées à leur utilisation pour restaurer la diversité. La section **3.7.2** abordera les techniques de régularisation, en exposant les différents noyaux de lissage et méthodes de bruitage contrôlé qui peuvent être appliqués pour améliorer la dispersion des particules après rééchantillonnage.

Ces développements s'inscrivent dans une démarche globale d'amélioration des filtres particulaires, visant à renforcer leur robustesse et leur capacité à fournir des estimations fiables dans des environnements complexes et critiques.

3.7.1 Étape de déplacement MCMC : Intégration d'une dynamique de déplacement pour restaurer la diversité des particules

Les filtres particulaires, malgré leur puissance pour estimer la distribution a posteriori dans des systèmes non linéaires et non gaussiens, sont souvent affectés par la dégénérescence des particules et l'appauvrissement de la diversité, surtout après les opérations de rééchantillonnage. Pour atténuer ces effets néfastes, une étape de déplacement basée sur des méthodes Markov Chain Monte Carlo (MCMC) est intégrée, telle que proposée par

Andrieu et al [19]. Cette étape vise à redynamiser le nuage de particules en permettant à chacune d'elles d'explorer localement l'espace d'état, tout en préservant l'invariance de la distribution cible $p(x_t | y_{1:t})$.

Principe et Intégration dans le Filtre Particulaire Après le rééchantillonnage, qui tend à concentrer les particules autour de quelques modes dominants, une chaîne de Markov est initiée pour chaque particule. À l'aide d'un noyau de transition $K(x_t^{(i)}, x_t'^{(i)})$, cette phase de déplacement vise à redéployer les particules dans des régions de l'espace d'état qui n'ont pas été suffisamment explorées, garantissant ainsi une meilleure représentation de la densité a posteriori. La construction de ce noyau repose sur le respect de la condition de balance détaillée, condition nécessaire pour assurer que la distribution $p(x_t | y_{1:t})$ reste invariante sous le mécanisme de déplacement.

Algorithmes MCMC Couramment Utilisés Dans le cadre des filtres particulaires, deux algorithmes MCMC se distinguent par leur popularité et leur efficacité :

- **Algorithme de Metropolis-Hastings** : Pour chaque particule $x_t^{(i)}$, une proposition $x_t'^{(i)}$ est générée à partir d'une distribution de proposition $q(\cdot | x_t^{(i)})$. La proposition est acceptée avec une probabilité d'acceptation

$$\alpha = \min \left(1, \frac{p(x_t'^{(i)} | y_{1:t}) q(x_t^{(i)} | x_t'^{(i)})}{p(x_t^{(i)} | y_{1:t}) q(x_t'^{(i)} | x_t^{(i)})} \right). \quad (3.40)$$

Ce mécanisme permet de modifier les particules de manière à favoriser l'exploration de régions de faible densité initialement sous-représentées, tout en maintenant l'invariance de la distribution cible. Toutefois, le choix du noyau de proposition q et le nombre d'itérations MCMC réalisés sont cruciaux pour obtenir un compromis entre exploration et coût computationnel.

- **Échantillonnage de Gibbs** : Lorsque la structure du modèle permet une factorisation en composantes conditionnelles, l'échantillonnage de Gibbs constitue une alternative efficace. Dans cette méthode, chaque composante de l'état est mise à jour séquentiellement en échantillonnant à partir de sa distribution conditionnelle complète. Cette approche est particulièrement avantageuse dans des espaces de grande

dimension, car elle simplifie l'échantillonnage en réduisant le problème à des mises à jour unidimensionnelles ou de faible dimension. La méthode a été largement popularisée par Geman [72].

Analyse Critique et Paramétrage L'intégration de l'étape de déplacement MCMC présente des avantages significatifs, notamment une amélioration de l'exploration locale de l'espace d'état et une réduction de la variance des estimateurs a posteriori. Cependant, son efficacité dépend fortement du paramétrage du noyau de proposition et du nombre d'itérations réalisées. Un choix inadéquat peut soit limiter l'exploration (en cas de noyau trop étroit), soit générer un surcoût computationnel important (en cas de noyau trop large ou d'un nombre élevé d'itérations). De plus, la convergence des chaînes de Markov doit être rigoureusement contrôlée pour éviter que l'étape MCMC n'introduise de nouvelles sources d'erreur dans le processus d'estimation.

Extensions Avancées Pour pallier certaines limitations de l'approche MCMC classique, des variantes ont été proposées. Le *Parallel MCMC* exploite le parallélisme en exécutant simultanément plusieurs chaînes sur différents sous-ensembles de particules, ce qui permet d'accélérer la convergence globale [73]. Par ailleurs, le *Reversible Jump MCMC* (RJ-MCMC), introduit par Green [74], permet de gérer des modèles dont la dimension est variable, offrant ainsi une flexibilité supplémentaire pour l'inférence dans des contextes où la structure du modèle évolue.

En somme, l'étape de déplacement MCMC représente une stratégie cruciale pour restaurer la diversité des particules dans les filtres particulaires. En permettant une exploration plus étendue de l'espace d'état, cette méthode contribue à améliorer la robustesse et la précision de l'estimation, tout en posant des défis en termes de paramétrage et de coût computationnel. Dans la suite de ce chapitre, nous approfondirons ces aspects et présenterons des cas d'application illustrant les avantages et les limites des différentes approches MCMC dans le cadre du filtrage particulaire.

3.7.2 Techniques de régularisation des particules : fondements méthodologiques et implications pratiques

Les filtres particulaires, bien que puissants pour l'estimation bayésienne dans des contextes non linéaires, souffrent intrinsèquement d'une *représen-*

tation discrète de la distribution a posteriori, conduisant à des artéfacts algorithmiques tels que la duplication excessive des particules après rééchantillonnage. Les techniques de régularisation émergent comme une réponse à cette limite en introduisant un *lissage contrôlé* de la distribution empirique, préservant ainsi la diversité des hypothèses tout en respectant les contraintes dynamiques du système. Cette section analyse les mécanismes théoriques sous-jacents à ces techniques, leurs implémentations pratiques, et leur impact sur la performance des systèmes de diagnostic de défauts.

3.7.2.1 Fondements méthodologiques

La régularisation repose sur une modification de la distribution empirique

$$\hat{p}(x_t|y_{1:t}) = \sum_{i=1}^N w_t^{(i)} \delta_{x_t^{(i)}} \quad (3.41)$$

via l'ajout d'un *noyau probabiliste* continu, transformant la somme de masses de Dirac en une densité lisse :

$$\hat{p}_{\text{reg}}(x_t|y_{1:t}) = \sum_{i=1}^N w_t^{(i)} \mathcal{K}(x_t - x_t^{(i)}, \Sigma), \quad (3.42)$$

où $\mathcal{K}(\cdot, \Sigma)$ désigne un noyau de lissage (e.g., gaussien, épanechnikov) paramétré par une matrice de covariance Σ . Ce lissage permet de :

- **Atténuer la discrétisation** : Approximer la continuité de $p(x_t|y_{1:t})$ même avec un nombre fini de particules.
- **Prévenir l'aliasing** : Éviter la surreprésentation de régions locales due aux duplications lors du rééchantillonnage.

La matrice Σ est généralement adaptative, estimée via des critères optimaux tels que la règle de Silverman ou par maximisation de vraisemblance locale [18].

3.7.2.2 Variantes algorithmiques et implémentations pratiques

Deux stratégies complémentaires dominent la littérature :

Régularisation par bruit additif Après rééchantillonnage, chaque particule est perturbée par un bruit gaussien :

$$x_t^{(i)} \leftarrow x_t^{(i)} + \epsilon^{(i)}, \quad \epsilon^{(i)} \sim \mathcal{N}(0, \Sigma_t), \quad (3.43)$$

où Σ_t reflète l'incertitude locale estimée à partir des particules (e.g., covariance empirique). Cette approche, bien que simple, nécessite un compromis entre :

- **Diversité** : Un Σ_t trop large introduit un biais artificiel.
- **Précision** : Un Σ_t trop étroit limite l'exploration.

Cas d'application : Surveillance de procédés chimiques, où les défauts à évolution lente nécessitent un réensemencement périodique des particules dans des régions adjacentes.

Réinitialisation partielle dirigée Une fraction α des particules est régénérée aléatoirement dans des régions de faible densité, identifiées via des méthodes de clustering (e.g., DBSCAN) ou des critères de vraisemblance. Ce mécanisme prévient l'effondrement des modes secondaires critiques pour la détection de défauts intermittents.

Lissage par noyaux adaptatifs Au lieu d'un noyau gaussien isotrope, des noyaux anisotropiques (e.g., épanechnikov, triangulaires) sont utilisés, avec une bande passante h_t optimisée dynamiquement :

$$h_t \propto N^{-1/(n_x+4)} \cdot \text{tr}(\Sigma_t)^{1/2}, \quad (3.44)$$

où n_x est la dimension de l'état. Cette adaptation, inspirée de West [61], minimise l'erreur quadratique intégrée moyenne (MISE) tout en conservant une complexité calculatoire modérée.

3.7.2.3 Avantages et limitations : analyse critique

Forces :

- **Simplicité d'implémentation** : Les méthodes de régularisation évitent les chaînes de Markov complexes, réduisant la charge calculatoire.
- **Robustesse aux dégénérescences** : Le lissage maintient une diversité minimale même avec un nombre réduit de particules.
- **Compatibilité temps réel** : Adapté aux systèmes embarqués (e.g., drones) grâce à des opérations vectorialisables.

Défis :

- **Biais induit par le lissage** : Une régularisation excessive déplace artificiellement les particules hors des régions de haute vraisemblance, faussant les estimateurs [75].
- **Sensibilité dimensionnelle** : En haute dimension ($n_x > 10$), l'efficacité des noyaux standard diminue radicalement, nécessitant des approches par sous-espaces (e.g., PCA régularisée).
- **Dépendance aux hyperparamètres** : Le choix de α (réinitialisation) ou h_t (bande passante) influence drastiquement les performances, exigeant des procédures de calibration rigoureuses.

3.8 Conception de propositions d'importance optimisées

La performance globale des filtres particulaires repose essentiellement sur la qualité de la distribution de proposition $q(x_t | x_{t-1}, y_t)$, qui détermine de manière critique l'efficacité du rééchantillonnage et, par conséquent, la fidélité de l'estimation de l'état. Dans les systèmes complexes, particulièrement ceux présentant des dynamiques non linéaires et non gaussiennes, une proposition inadaptée peut rapidement conduire à une dégénérescence des particules ou à une mauvaise représentation des incertitudes du modèle. Ces limitations inhérentes aux approches classiques, telles que la forte dépendance aux hypothèses gaussiennes et la difficulté à capturer la multimodalité des distributions a posteriori, soulignent la nécessité d'optimiser la conception de ces propositions d'importance.

Dans des applications sensibles, comme le diagnostic de défauts, la robustesse et la rapidité d'identification des anomalies sont primordiales. En effet, une proposition d'importance optimisée permet non seulement d'accroître la précision de l'estimation, mais également de réduire le coût computationnel en favorisant une convergence plus rapide vers la distribution cible. La capacité à intégrer de manière dynamique les informations issues des observations et à adapter les paramètres de la distribution de proposition constitue alors un enjeu théorique et pratique majeur dans le domaine du filtrage particulaire.

Ce chapitre se propose d'explorer en profondeur une série de stratégies visant à améliorer la conception des propositions d'importance. Dans

les sections 3.8.1 à 3.8.5, nous présenterons successivement différentes approches innovantes qui cherchent à réduire l'écart entre la distribution de proposition et la distribution a posteriori réelle, à pallier les limitations des méthodes traditionnelles et à renforcer la stabilité des filtres dans des environnements fortement non linéaires et non gaussiens. Chaque méthode sera examinée tant sous l'angle de ses fondements théoriques que de ses applications pratiques, notamment dans le cadre du diagnostic de défauts. Cette analyse comparative permettra ainsi de mettre en perspective les avantages et les compromis associés à chaque stratégie, tout en fournissant un cadre conceptuel solide pour le développement ultérieur de filtres particulaires performants dans des contextes exigeants.

3.8.1 Édition a priori

3.8.1.1 Fondements Théoriques et Méthodologie

Proposée initialement par Gordon et al [10], la méthode d'édition a priori constitue une approche heuristique dont l'objectif fondamental est de filtrer de manière préliminaire les particules susceptibles d'apporter peu d'information à l'estimation de l'état. Concrètement, après l'étape de prédiction — où chaque particule $x_t^{(i)}$ est générée selon la dynamique du système via $x_t^{(i)} \sim p(x_t | x_{t-1}^{(i)})$ —, il est procédé au calcul de l'erreur résiduelle normalisée :

$$e_t^{(i)} = \frac{y_t - h(x_t^{(i)})}{\sigma_v}, \quad (3.45)$$

dans laquelle y_t représente la mesure observée, $h(\cdot)$ la fonction d'observation, et σ_v l'écart-type associé au bruit de mesure. La logique de l'édition a priori repose sur l'hypothèse que les particules conduisant à une erreur normalisée trop importante (c'est-à-dire lorsque $|e_t^{(i)}| > K_1$, K_1 étant un seuil empirique préalablement défini) sont peu compatibles avec l'observation et doivent être écartées du processus de rééchantillonnage. Cette opération est répétée jusqu'à ce que le nombre de particules retenues atteigne la cardinalité souhaitée N .

3.8.1.2 Analyse Critique : Avantages et Limitations

L'édition a priori présente plusieurs avantages indéniables. D'une part, sa mise en œuvre est relativement simple et intuitive, ce qui en fait une

technique accessible pour la réduction rapide du nombre de particules situées dans des régions de l'espace d'état peu probables. Cette élimination précoce des particules « non pertinentes » permet en outre d'alléger le fardeau computationnel lors des étapes ultérieures du filtrage.

Cependant, cette approche n'est pas exempte de limitations. Le principal inconvénient réside dans l'introduction d'un biais systématique dans l'estimation de la densité a posteriori. En effet, le rejet des particules selon un critère strict d'édition a priori perturbe la cohérence bayésienne intrinsèque du filtrage particulaire, de sorte que la distribution reconstruite, notée $\tilde{p}(x_t | y_{1:t})$, s'en écarte de la véritable postérieure $p(x_t | y_{1:t})$. Par ailleurs, dans des systèmes fortement non linéaires, le taux de rejet peut devenir significatif, engendrant ainsi un coût computationnel élevé du fait des multiples simulations nécessaires pour constituer l'échantillon final de N particules.

3.8.1.3 Mise en Perspective par Rapport aux Autres Techniques

Comparée aux autres stratégies développées dans le sous-chapitre 3.8, l'édition a priori se distingue par sa simplicité conceptuelle et son efficacité immédiate dans le filtrage des particules de faible pertinence. Néanmoins, cette méthode se trouve moins adaptée aux environnements où la vraisemblance $p(y_t | x_t)$ présente une structure multimodale ou des variations abruptes, comme c'est souvent le cas dans les applications de diagnostic de défauts. En contraste, d'autres techniques proposées dans les sections 3.8.2 à 3.8.5 cherchent à optimiser la distribution de proposition de manière plus fine, en ajustant dynamiquement les paramètres ou en incorporant des mécanismes de lissage afin de préserver une meilleure cohérence avec la véritable distribution a posteriori.

3.8.2 Méthodes de rejet borné

Les méthodes de rejet borné comme [76, 77] représentent une classe d'algorithmes d'échantillonnage fondée sur le principe d'acceptation probabiliste, permettant de générer des particules conformes à une distribution cible tout en exploitant une *majoration explicite* de la vraisemblance. Initialement conceptualisées pour les systèmes de faible dimension, ces méthodes s'articulent autour d'un compromis théorique entre exactitude asymptotique et faisabilité computationnelle. Ce sous-chapitre ana-

lyse leur intégration dans le cadre du filtrage particulière, en mettant en lumière leurs potentialités et leurs limites pour le diagnostic de défauts dans des contextes non linéaires et non gaussiens.

3.8.2.1 Fondements théoriques et formalisme mathématique

Soit $p(y_t|x_t)$ la vraisemblance des observations et $p(x_t|x_{t-1})$ le modèle de transition. L'objectif est de générer des échantillons $\{x_t^{(i)}\}$ suivant la distribution optimale :

$$p(x_t|x_{t-1}, y_t) \propto p(y_t|x_t)p(x_t|x_{t-1}). \quad (3.46)$$

Théorème du rejet borné : Si la vraisemblance est majorable ($p(y_t|x_t) \leq M_t$), un échantillonnage par rejet permet de simuler des particules selon $p(x_t|x_{t-1}, y_t)$. La procédure s'énonce :

1. Tirer $x \sim p(x_t|x_{t-1})$.
2. Accepter x avec probabilité :

$$\alpha(x) = \frac{p(y_t|x)}{M_t}. \quad (3.47)$$

Preuve d'exactitude : La densité résultante des particules acceptées s'écrit :

$$q_{\text{accept}}(x) = \frac{p(x_t|x_{t-1}) \cdot \alpha(x)}{\int \alpha(x)p(x_t|x_{t-1}) dx} = p(x_t|x_{t-1}, y_t), \quad (3.48)$$

confirmant la cohérence bayésienne de la méthode.

3.8.2.2 Motivations et enjeux algorithmiques

Contexte des systèmes non linéaires/non gaussiens :

- **Défauts à signature faible** : Dans les systèmes où $p(y_t|x_t)$ présente des queues lourdes (ex. : capteurs dégradés), le rejet borné évite la sous-représentation des événements rares.
- **Multimodalité contrôlée** : Contrairement aux méthodes de régularisation (§3.7.2), le rejet préserve les modes légitimes de $p(x_t|x_{t-1}, y_t)$, sous réserve d'une majoration M_t serrée.

Défis critiques :

1. Calcul de M_t :

- Dans les systèmes chaotiques (ex. : turbulence aérodynamique), M_t doit être estimé via des méthodes d'optimisation globale (algorithmes génétiques, recuit simulé), augmentant la complexité.
- Une majoration trop large ($M_t \gg \sup p(y_t|x_t)$) dégrade le taux d'acceptation $\mathbb{E}[\alpha] \propto 1/M_t$.

2. Malédiction de la dimensionnalité : Le taux d'acceptation moyen décroît exponentiellement avec la dimension d de x_t :

$$\mathbb{E}[\alpha] \sim \mathcal{O} \left(M_t^{-1} \exp(-cd) \right), \quad (3.49)$$

où c dépend de la corrélation entre composantes. Ceci limite l'applicabilité aux systèmes $d \leq 5$.

3.8.2.3 Avantages et Limitations

Avantages :

- **Exactitude Asymptotique** : Les particules acceptées via le mécanisme de rejet borné suivent rigoureusement la distribution cible, assurant une cohérence théorique robuste dans le cadre bayésien.
- **Clarté Méthodologique** : La procédure d'échantillonnage par rejet est conceptuellement simple et offre une interprétation directe du processus de filtrage, facilitant ainsi l'analyse théorique des performances.

Limitations :

- **Sensibilité à la Dimension** : En pratique, l'efficacité de l'algorithme se détériore rapidement en haute dimension, car le taux d'acceptation décroît exponentiellement, rendant la méthode peu pratique pour des systèmes complexes.
- **Difficulté d'Estimation de M_t** : La détermination d'une borne M_t suffisamment serrée représente un défi non trivial, particulièrement dans des scénarios où la fonction de vraisemblance présente une structure complexe ou multimodale.

3.8.2.4 Mise en Perspective

Comparée aux autres techniques d'amélioration de la distribution de proposition développées dans le sous-chapitre 3.8, les méthodes de rejet borné se distinguent par leur rigueur théorique et leur capacité à fournir des échantillons exacts de la distribution a posteriori. Toutefois, leur applicabilité est limitée par des contraintes computationnelles et dimensionnelles. Dans les sections suivantes (3.8.3 à 3.8.5), d'autres approches sont explorées, visant à pallier ces limitations en introduisant des mécanismes d'adaptation ou de lissage, afin de rendre le filtrage particulaire plus robuste et efficace dans des environnements non linéaires et non gaussiens.

3.8.3 Filtre particulaire auxiliaire

Le filtre particulaire auxiliaire (APF), introduit par Pitt et Shephard (1999), représente une avancée méthodologique significative dans le domaine du filtrage particulaire. En intégrant une variable auxiliaire, cette approche vise à orienter le rééchantillonnage vers les particules les plus prometteuses, en se basant sur une estimation anticipée de leur adéquation aux observations en cours. L'APF permet ainsi de pallier certaines limitations des techniques classiques telles que le SIR (Sampling Importance Resampling) en réduisant le risque d'ignorer des modes importants de la vraisemblance.

3.8.3.1 Fondements Théoriques et Méthodologie

L'APF repose sur l'idée fondamentale d'enrichir l'échantillon de particules en évaluant, dès l'instant $t - 1$, la capacité de chaque particule à contribuer efficacement à l'estimation de l'état au temps t . Pour ce faire, une variable auxiliaire est associée à chaque particule, afin de prédire sa qualité par rapport à l'observation y_t . La procédure se décompose en plusieurs étapes clés :

1. **Construction de la variable auxiliaire** Pour chaque particule i , on définit une mesure de qualité préliminaire :

$$\tilde{w}_{t-1}^{(i)} = w_{t-1}^{(i)} p(y_t | x_t^{(i)}), \quad (3.50)$$

où $w_{t-1}^{(i)}$ représente le poids de la particule à l'instant $t - 1$ et $p(y_t | x_t^{(i)})$ la vraisemblance de l'observation conditionnée par la particule $x_t^{(i)}$.

Cette estimation fournit une indication anticipée de la pertinence de chaque particule pour l'étape de propagation.

2. **Rééchantillonnage préalable des indices** Les indices des particules sont rééchantillonnés en fonction des poids préliminaires $\tilde{w}_{t-1}^{(i)}$. La probabilité de sélectionner l'indice i est donnée par :

$$P(k = i) \propto \tilde{w}_{t-1}^{(i)}. \quad (3.51)$$

Cette opération favorise les particules présentant une forte vraisemblance anticipée, orientant ainsi le filtrage vers les régions de l'espace d'état susceptibles d'être les plus informatives.

3. **Propagation des particules sélectionnées** Une fois les indices sélectionnés, les nouvelles particules sont générées en appliquant la dynamique du système. Pour chaque indice sélectionné $k^{(i)}$, on tire :

$$x_t^{(i)} \sim p(x_t | x_{t-1}^{(k^{(i)})}), \quad (3.52)$$

ce qui permet de propager les particules préalablement identifiées comme prometteuses.

4. **Mise à jour des poids** Afin d'assurer une estimation non biaisée, les poids des particules sont ajustés selon la relation :

$$w_t^{(i)} \propto \frac{p(y_t | x_t^{(i)})}{p(y_t | x_{t-1}^{(k^{(i)})})}. \quad (3.53)$$

Cette correction est essentielle pour compenser l'effet de la présélection et pour restaurer la cohérence bayésienne de l'estimation.

3.8.3.2 Avantages et Limitations

Avantages algorithmiques et pertinence pour le diagnostic

1. **Réduction de la variance des estimateurs** : La présélection réduit la dispersion des poids en évitant la génération de particules a priori incompatibles avec y_t . Formellement :

$$\mathbb{V}[\hat{p}_{APF}(x_t | y_{1:t})] \leq \mathbb{V}[\hat{p}_{SIR}(x_t | y_{1:t})], \quad (3.54)$$

sous réserve que $\mu_t^{(i)}$ approxime correctement $x_t^{(i)}$.

2. **Détection précoce de défauts multimodaux** : Contrairement au SIR, l'APF préserve les modes secondaires de $p(y_t|x_t)$ associés à des défaillances concurrentes (ex. : court-circuit et surchauffe dans un circuit électrique).
3. **Efficacité en régime transitoire** : Adapté aux systèmes où $p(x_t|x_{t-1})$ et $p(y_t|x_t)$ sont faiblement corrélés (ex. : drones en manœuvre brusque).

Limitations et écueils pratiques

1. **Sensibilité aux erreurs de prédiction** :

Une estimation imprécise de $\mu_t^{(i)}$ (due à des défauts non modélisés ou à des non-linéarités chaotiques) induit un biais de sélection. Par exemple, dans les actionneurs hydrauliques, une fuite non anticipée fausse $\mu_t^{(i)}$, conduisant à :

$$\tilde{w}_{t-1}^{(i)} \not\propto p(y_t|x_t^{(i)}), \quad (3.55)$$

et donc à une dégradation des performances diagnostiques.

2. **Complexité calculatoire accrue** :

Le calcul des $\tilde{w}_{t-1}^{(i)}$ pour N particules induit un surcoût de $\mathcal{O}(N)$, critique pour les applications embarquées.

3. **Dépendance à la qualité du modèle** :

L'APF suppose que $\mu_t^{(i)}$ est une statistique exhaustive de $p(x_t|x_{t-1}^{(i)})$, hypothèse invalidée dans les systèmes à mémoire longue (ex. : usure progressive de roulements).

3.8.4 Filtre particulaire combiné au filtre de Kalman étendu (PFEKF)

Le filtre particulaire combiné au filtre de Kalman étendu, communément désigné par PFEKF, représente une approche hybride innovante visant à améliorer la qualité de la distribution de proposition dans le cadre du filtrage particulaire. En tirant parti des capacités de linéarisation locale inhérentes au filtre de Kalman étendu (EKF), cette méthode permet d'incorporer de manière dynamique l'information issue de la dernière observation afin d'obtenir une approximation gaussienne optimale de l'état à

estimer. Cette stratégie est particulièrement pertinente dans des contextes où l'évolution du système présente des non-linéarités modérées et où une mise à jour rapide des paramètres de covariance est cruciale pour réduire la dégénérescence des poids.

3.8.4.1 Fondements Théoriques et Méthodologie

Cadre général

Considérons un système dynamique non linéaire décrit par :

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = f(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{w}_{k-1}, \\ \mathbf{y}_k = h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k, \end{cases} \quad (3.56)$$

où :

- $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^n$ est l'état du système au pas de temps k ,
- $\mathbf{y}_k \in \mathbb{R}^m$ est la mesure observée au pas de temps k ,
- $f(\cdot)$ et $h(\cdot)$ sont des fonctions potentiellement non linéaires,
- \mathbf{w}_{k-1} et \mathbf{v}_k représentent respectivement les bruits de processus et de mesure, supposés gaussiens, indépendants et de moyenne nulle :

$$\mathbf{w}_{k-1} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{Q}_{k-1}), \quad \mathbf{v}_k \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{R}_k). \quad (3.57)$$

L'objectif est d'estimer la densité de probabilité a posteriori $p(\mathbf{x}_k \mid \mathbf{y}_{1:k})$ de l'état \mathbf{x}_k à partir de la séquence de mesures $\mathbf{y}_{1:k} = \{\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_k\}$.

Initialisation

1. Échantillonnage initial :

- Générer un ensemble de N particules $\{\mathbf{x}_0^{(i)}\}_{i=1}^N$ en se basant sur la distribution initiale $p(\mathbf{x}_0)$.
- Initialiser les poids : $w_0^{(i)} = \frac{1}{N}$ pour $i = 1, \dots, N$.

2. **Estimation initiale** : Une première estimation brute de l'état peut être la moyenne pondérée des particules :

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = \sum_{i=1}^N w_0^{(i)} \mathbf{x}_0^{(i)}. \quad (3.58)$$

Propagation et correction des particules via l'EKF

1. **Propagation (prédiction) avec EKF** : Pour chaque particule $\mathbf{x}_{k-1}^{(i)}$:

- Approximation linéaire des fonctions f et h :

$$\mathbf{F}_{k-1} = \left. \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^{(i)}}, \quad \mathbf{H}_k = \left. \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{(i)}}. \quad (3.59)$$

- Prédiction de l'état :

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{(i)} = f(\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}^{(i)}). \quad (3.60)$$

- Prédiction de la covariance :

$$\mathbf{P}_{k|k-1}^{(i)} = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1|k-1}^{(i)} \mathbf{F}_{k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1}. \quad (3.61)$$

2. **Mise à jour des poids** : Les poids sont mis à jour selon la règle :

$$w_k^{(i)} \propto w_{k-1}^{(i)} \frac{p(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k^{(i)}) p(\mathbf{x}_k^{(i)} | \mathbf{x}_{k-1}^{(i)})}{q(\mathbf{x}_k^{(i)} | \mathbf{x}_{k-1}^{(i)}, \mathbf{y}_k)}. \quad (3.62)$$

3. **Resampling (optionnel)** : Si l'indice d'efficacité $N_{eff} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N (w_k^{(i)})^2}$ est inférieur à un seuil, on effectue un resampling systématique.

Estimation de l'état

L'estimation de l'état au pas k est obtenue par :

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \sum_{i=1}^N w_k^{(i)} \mathbf{x}_k^{(i)}. \quad (3.63)$$

Pour illustrer de manière synthétique l'enchaînement des étapes décrites, la Figure 3.2 présente un organigramme détaillé de l'algorithme PFEKF, mettant en lumière les phases de prédiction, mise à jour, et ré-échantillonnage.

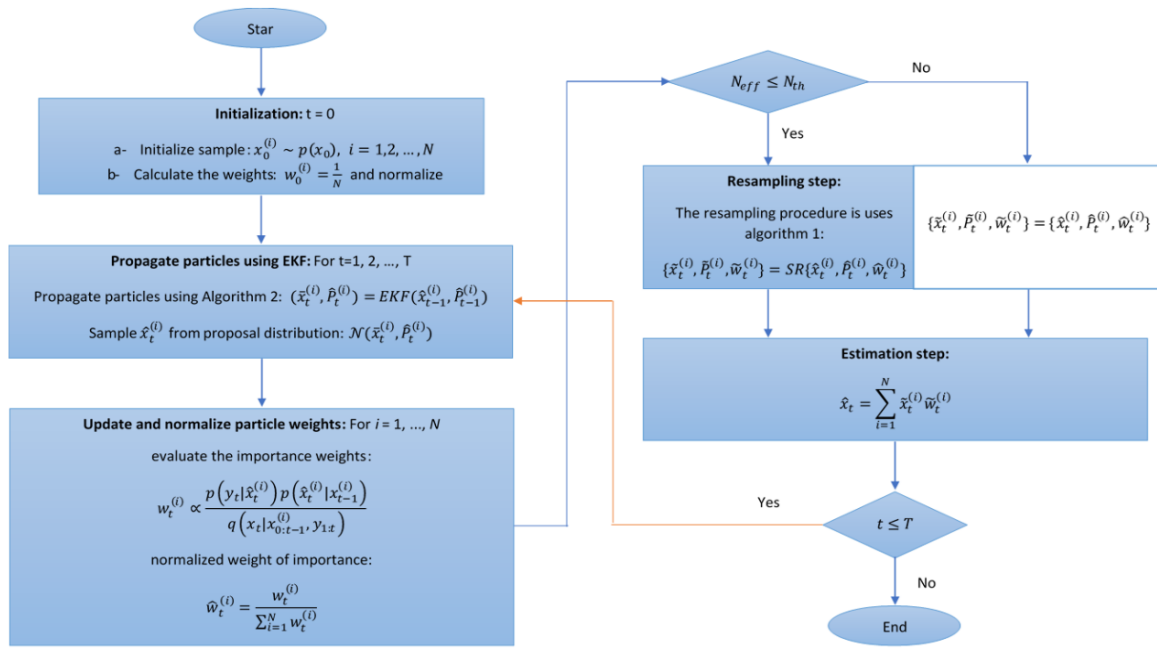


FIG. 3.2 : Organigramme de la méthode PFEKF

3.8.4.2 Analyse comparative des performances du PFEKF et de l'EKF en présence de bruits non gaussiens

Cette section démontre la supériorité du filtre PFEKF (Particle Filter Extended Kalman Filter) par rapport à l'EKF (Extended Kalman Filter) dans des scénarios où les bruits de processus et de mesure suivent des distributions non gaussiennes. Les résultats issus de deux simulations distinctes (bruits de Cauchy et Gamma) et les valeurs du RMSE (Root Mean Square Error) associées permettent de quantifier et d'expliquer cette différence de performance.

1. Résultats des simulations et analyse des RMSE

Les données simulées reposent sur le modèle dynamique suivant :

$$x_{t+1} = 0.5x_t + 25 \frac{x_t}{1 + x_t^2} + 8 \cos(1.2t) + w_t, \quad (3.64)$$

$$y_t = \frac{x_t^2}{20} + v_t, \quad (3.65)$$

où w_t et v_t sont des bruits non gaussiens. Les RMSE calculés pour chaque filtre sont résumés ci-dessous :

Ces résultats montrent une **supériorité écrasante du PFEKF**, avec des erreurs jusqu'à 15 fois inférieures à celles de l'EKF dans le cas du

TAB. 3.2 : Comparaison des RMSE pour différents types de bruit

Type de bruit	RMSE (EKF)	RMSE (PFEKF)	Rapport EKF/PFEKF
Cauchy ($\gamma = 10$)	18.40	1.18	$\approx 15.6\times$
Gamma ($A = 2, B = 6$)	2.53	0.31	$\approx 8.2\times$

bruit de Cauchy. Cette différence s'explique par les limitations structurelles de l'EKF face aux non-linéarités et aux bruits à queues épaisses, comme détaillé ci-après.

2. Explication des performances via les courbes d'estimation

a. Cas du bruit de Cauchy (Figure 3.3)

EKF (courbe bleue) :

- Une **surestimation marquée** au début de la simulation, suivie d'oscillations périodiques non corrélées avec la trajectoire réelle.
- Ces écarts reflètent l'incapacité de l'EKF à gérer les **bruits à variance infinie** (propriété de la distribution de Cauchy), conduisant à une propagation erronée des incertitudes.
- La linéarisation locale du modèle (approximation de Taylor d'ordre 1) amplifie les erreurs dans les régions fortement non linéaires (p. ex., autour des pics de x_t).

PFEKF (courbe rouge) :

- Un suivi précis de la trajectoire réelle, avec des écarts minimisés même lors des transitions dynamiques rapides.
- La méthode particulière permet de **représenter multi-modalement** la distribution d'état, évitant les pièges de l'approximation gaussienne.
- Les particules capturent efficacement les effets des **queues épaisses du bruit de Cauchy**, réduisant les biais systématiques.

b. Cas du bruit Gamma (Figure 3.4)

EKF (courbe bleue pointillée) :

- Une **sous-estimation persistante** et une divergence progressive, associées à un **lissage excessif** de la trajectoire estimée.

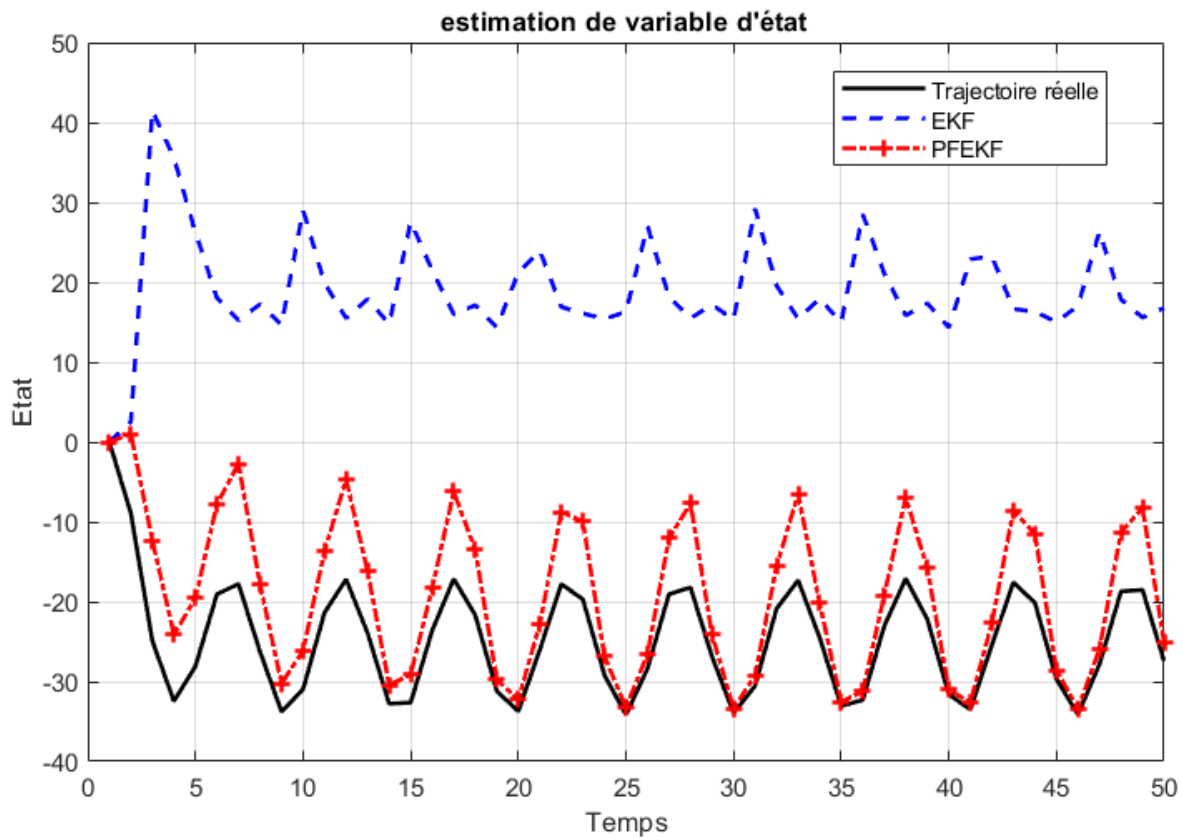


FIG. 3.3 : Estimation en présence de bruit suivant la distribution de Cauchy

- L'hypothèse gaussienne sous-jacente à l'EKF est incompatible avec la **distribution asymétrique du bruit Gamma**, entraînant une mauvaise modélisation des incertitudes.

PFEKF (points rouges) :

- Une estimation quasi superposée à la trajectoire réelle, malgré la dispersion ponctuelle des points.
- La flexibilité du filtrage particulaire permet d'adapter la densité de probabilité aux **asymétries du bruit Gamma**, préservant la précision même en régime transitoire.

3. Raisons théoriques de la supériorité du PFEKF

a. Gestion des non-linéarités

EKF :

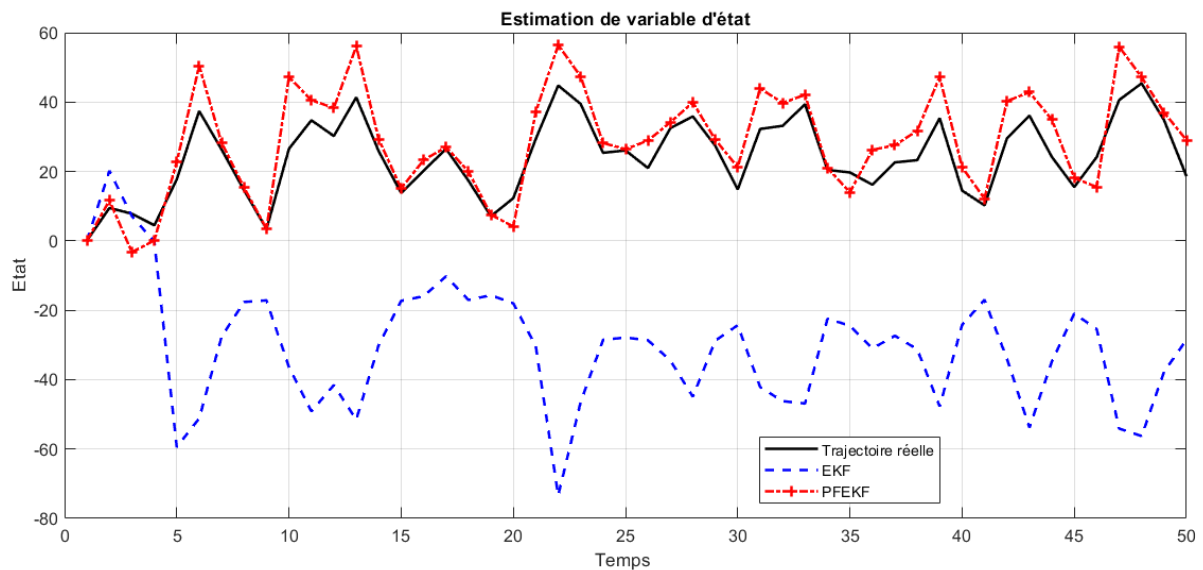


FIG. 3.4 : Estimation en présence de bruit suivant la distribution de Gamma

- Linéarise le modèle autour de l'estimation courante via un développement de Taylor d'ordre 1. Cette approximation **néglige les termes d'ordre supérieur**, introduisant des erreurs dans les systèmes fortement non linéaires (p. ex., le terme $25 \frac{x_t}{1+x_t^2}$ du modèle).

PFEKF :

- Utilise un ensemble de particules pour **propager la distribution d'état sans approximation**, capturant ainsi les dynamiques non linéaires et multi-modales.

b. Robustesse aux bruits non gaussiens

EKF :

- Suppose que les bruits et les états suivent des distributions gaussiennes. Cette hypothèse est invalidée par des bruits comme Cauchy (à variance infinie) ou Gamma (asymétrique), conduisant à des **estimations biaisées**.

PFEKF :

- Représente les distributions de bruit de manière non paramétrique via les particules, s'adaptant naturellement aux **formes complexes** (queues épaisses, asymétries).

c. Gestion des incertitudes

EKF :

- Estime une covariance basée sur le modèle linéarisé, sous-estimant souvent la variance réelle dans des contextes non linéaires.

PFEKF :

- Maintient une **représentation empirique** de la covariance via les particules, préservant une mesure réaliste des incertitudes.

3.8.4.3 Avantages et limites

Avantages algorithmiques et gains diagnostiques

1. **Réduction de la dégénérescence** : La distribution de proposition $q(x_t^{(i)} | x_{t-1}^{(i)}, y_t)$ intègre les observations courantes via le gain de Kalman, augmentant la concentration des particules dans les régions pertinentes. Pour N particules, la variance effective N_{eff} est améliorée d'un facteur :

$$\frac{N_{\text{eff}}^{\text{PFEKF}}}{N_{\text{eff}}^{\text{SIR}}} \propto \exp(-\text{tr}(K_t R_t K_t^\top)). \quad (3.66)$$

2. **Réduction de la variance des poids** : L'adaptation dynamique de la covariance dans la distribution de proposition permet de concentrer les particules dans des zones de l'espace d'état à forte probabilité, améliorant ainsi la robustesse de l'estimation.
3. **Efficacité calculatoire** : Contrairement aux méthodes MCMC (§3.7.1), le PFEKF évite les itérations coûteuses avec une complexité $\mathcal{O}(Nn_x^3)$, où n_x est la dimension de l'état.

Limites structurelles et défis pratiques

1. **Hypothèse de linéarité locale** : Les développements de Taylor d'ordre 1 induisent des erreurs de modélisation dans les systèmes fortement non linéaires. Par exemple, dans les drones effectuant des manœuvres agressives ($\|\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\| \gg 0$), les covariances $P_{t|t}^{(i)}$ sous-estiment l'incertitude réelle, conduisant à des biais d'estimation.
2. **Surcoût mémoire** : Le stockage des matrices $P_t^{(i)}$ pour N particules nécessite $\mathcal{O}(Nn_x^2)$ espace, prohibitif pour $n_x > 50$.

3.8.5 Filtre particulaire intelligent

Le concept de filtre particulaire intelligent s'inscrit dans l'évolution des techniques d'estimation d'état en intégrant des méthodes d'apprentissage automatique au sein du cadre bayésien du filtrage particulaire. Contrairement aux approches classiques, qui reposent sur des distributions de proposition prédéfinies ou construites à l'aide de règles heuristiques, ce paradigme vise à ajuster de manière adaptative et optimale ces distributions en fonction des observations disponibles ainsi que des dynamiques intrinsèques du système.

3.8.5.1 Adaptation dynamique des distributions de proposition

L'un des enjeux majeurs dans le filtrage particulaire est de représenter fidèlement la distribution a posteriori $p(x_t | y_{1:t})$. Dans le filtre particulaire intelligent, l'intégration de modèles d'apprentissage automatique — tels que les réseaux de neurones profonds (incluant architectures RNN, LSTM ou CNN) — permet d'estimer de façon plus fine la densité de probabilité des états. Ces modèles, entraînés soit sur des jeux de données historiques, soit via un apprentissage en ligne, capturent avec une grande précision les non-linéarités et la nature non gaussienne du problème. Par exemple, dans le cas d'un système de navigation autonome soumis à des perturbations imprévisibles, l'utilisation d'un réseau de neurones pour modéliser la distribution de proposition permet de mieux anticiper les variations brusques et de réduire les erreurs d'estimation.

3.8.5.2 Optimisation et diversification des particules

Afin d'éviter le phénomène d'appauvrissement — où une trop grande concentration de poids sur un nombre limité de particules conduit à une perte de diversité — des algorithmes d'optimisation intelligents sont mis en œuvre. Plusieurs techniques peuvent être employées à cette fin :

- **Optimisation par essaims particulaires (PSO)** : Cette méthode permet d'ajuster simultanément les positions des particules en fonction d'une fonction de coût basée sur la vraisemblance des observations. En guidant les particules vers des régions de l'espace d'état présentant une haute probabilité, le PSO contribue à une exploration efficace tout en évitant les pièges des minima locaux.

- **Algorithmes génétiques** : Ici, les particules sont traitées comme des individus au sein d'une population évolutive. Des opérations de croisement, de mutation et de sélection sont appliquées pour générer des solutions diversifiées, améliorant ainsi la couverture de l'espace des états et renforçant la robustesse de l'estimation.

Ces stratégies d'optimisation, en complément des ajustements dynamiques des distributions, permettent d'obtenir une meilleure répartition des particules et de limiter significativement la dégénérescence observée dans les méthodes conventionnelles.

3.8.5.3 Adaptation en temps réel via l'apprentissage par renforcement

Une autre dimension innovante du filtre particulaire intelligent réside dans l'intégration d'algorithmes d'apprentissage par renforcement. En configurant un agent qui ajuste en continu les paramètres de la distribution de proposition en fonction des récompenses obtenues (par exemple, une réduction de l'erreur quadratique moyenne ou une augmentation de la vraisemblance des observations), le système parvient à s'adapter en temps réel aux variations de la dynamique du système. Cette approche est particulièrement pertinente dans des contextes où les conditions environnementales évoluent rapidement, telles que la robotique mobile ou la gestion de réseaux de capteurs, permettant ainsi d'assurer une performance robuste même en présence de perturbations imprévues.

3.8.5.4 Exemples d'applications et cas concrets

Plusieurs études expérimentales ont démontré l'efficacité des filtres particulaires intelligents dans divers domaines :

- **Navigation assistée par terrain pour AUV à longue portée** [78] : Dans le domaine de la navigation autonome sous-marine, la robustesse et la précision du positionnement sont primordiales. La méthode présentée, qui intègre un filtre particulaire intelligent (IPF) associé à un algorithme génétique, permet de compenser les erreurs accumulées par la navigation en dérive (DR). En adaptant dynamiquement la distribution de proposition, cette approche assure une meilleure adéquation avec les conditions environnementales complexes rencontrées lors des missions en eaux profondes, améliorant ainsi la fiabilité de la trajectoire de l'AUV.

- **Stratégie de détection de défauts dans les systèmes non linéaires** [79] : La détection précoce des défauts dans des systèmes non linéaires est un enjeu crucial pour la sécurité et la maintenance industrielle. L'utilisation du filtre particulaire intelligent dans ce contexte permet d'atténuer le problème de l'appauvrissement des particules, souvent observé avec le filtre particulaire général. En optimisant l'estimation de l'état caché, cette méthode améliore la précision de la détection de dysfonctionnements, même en présence de bruits non gaussiens importants. Des exemples numériques démontrent que cette stratégie offre des performances supérieures par rapport aux approches classiques, en réduisant significativement le taux d'erreurs de détection.
- **Localisation de robots** [80] : La localisation fiable des robots évoluant dans des environnements fermés requiert une approche capable de s'adapter aux imprévus, tels que la présence d'obstacles ou des changements d'éclairage. En s'appuyant sur le filtre particulaire intelligent, cette méthode combine des critères statistiques et des algorithmes logiques afin d'évaluer en continu la qualité de l'estimation de la position. L'intégration d'une logique floue permet de générer un indice de confiance de localisation, facilitant ainsi le réglage fin du modèle capteur. Ce cadre hybride assure une réactivité accrue et une adaptation dynamique, ce qui s'avère particulièrement efficace dans des applications robotiques exigeantes.

3.8.5.5 Avantages et limites du filtre particulaire intelligent

Avantages :

1. **Précision améliorée** : L'incorporation de techniques d'IA permet de modéliser avec une finesse accrue les dynamiques complexes et les distributions non gaussiennes, conduisant à des estimations d'état plus précises.
2. **Robustesse accrue** : Les méthodes d'optimisation et de diversification, qu'elles soient inspirées du PSO ou des algorithmes génétiques, aident à prévenir la dégénérescence des particules et à maintenir une couverture adéquate de l'espace d'état.

3. **Adaptabilité** : Grâce à l'apprentissage par renforcement et à l'ajustement en temps réel des paramètres, le filtre s'adapte de manière dynamique aux variations de la dynamique du système, garantissant une performance soutenue dans des environnements évolutifs.

Limites :

1. **Complexité computationnelle** : L'intégration de modèles d'IA et d'algorithmes d'optimisation accroît la charge computationnelle, ce qui peut constituer un frein pour les applications nécessitant des traitements en temps réel.
2. **Dépendance aux données** : La qualité et la quantité des données utilisées pour l'entraînement des modèles conditionnent fortement les performances du système. Des jeux de données insuffisants ou de mauvaise qualité peuvent compromettre l'efficacité de l'estimation.
3. **Paramétrisation complexe** : La sélection et l'ajustement des hyperparamètres des modèles d'apprentissage requièrent une expertise approfondie et peuvent nécessiter des procédures de validation croisées coûteuses en temps et en ressources.

En conclusion, le filtre particulaire intelligent représente une avancée significative dans le domaine de l'estimation d'état, en combinant l'agilité des méthodes d'apprentissage automatique avec la rigueur du filtrage bayésien. Ses applications concrètes dans des domaines variés illustrent son potentiel à répondre aux défis posés par des environnements non linéaires et non gaussiens, tout en soulignant les compromis à considérer en termes de complexité et de ressources.

3.8.6 Synthèse Comparative des Filtres SPF, IPF et PFEKF

Dans cette section, nous proposons une analyse comparative des trois filtres étudiés : le filtre particulaire standard (SPF), le filtre particulaire intelligent (IPF) et le filtre hybride intégrant une correction locale par EKF (PFEKF). Cette analyse porte sur trois indicateurs de performance : le RMSE, le temps de convergence et le temps d'exécution, évalués en fonction de différents paramètres, notamment la variance du bruit (Q ou R) et le nombre de particules (N).

3.8.6.1 Comparaison des Performances

Évolution du RMSE

La figure 3.5 présente l'évolution du RMSE des trois filtres en fonction de :

- la variance Q ,
- la variance R ,
- le nombre de particules N .

Les résultats montrent que, pour de faibles valeurs de bruit, les filtres SPF, IPF et PFEKF fournissent des performances comparables. Cependant, avec l'augmentation de Q ou R , le RMSE augmente pour l'ensemble des filtres. Le SPF est particulièrement sensible aux variations du bruit, affichant une dégradation rapide de la précision. À l'inverse, l'IPF, grâce à ses mécanismes d'adaptation, maintient un RMSE relativement bas, tandis que le PFEKF offre un compromis intermédiaire, tirant parti de la rapidité de convergence de l'approche EKF tout en demeurant vulnérable en présence d'un bruit excessif.

Évolution du Temps de Convergence

La figure 3.6 illustre l'évolution du temps de convergence des trois filtres en fonction de :

- la variance Q ,
- la variance R ,
- le nombre de particules N .

Il est constaté que, pour des niveaux de bruit faibles, les trois filtres convergent rapidement. Toutefois, lorsque la variance augmente, le temps de convergence s'allonge, particulièrement pour le SPF, dont la stabilisation des estimations devient difficile. Les filtres IPF et PFEKF, grâce à leurs mécanismes de régularisation et d'hybridation, conservent une meilleure réactivité face à l'accroissement de l'incertitude.

Évolution du Temps d'Exécution

La figure 3.7 montre l'évolution du temps d'exécution en fonction de :

- la variance Q ,
- la variance R ,

- le nombre de particules N .

L'augmentation du nombre de particules améliore l'approximation de la densité de probabilité, conduisant à une réduction du RMSE, mais se fait au prix d'un temps d'exécution plus élevé. Dans ce contexte, le SPF, ne disposant pas de mécanismes d'optimisation, est particulièrement pénalisé en environnement bruyant. Les filtres IPF et PFEKF, qui intègrent des stratégies de rééchantillonnage intelligent et de correction EKF, permettent de mieux contrôler la charge computationnelle, même si un surcoût demeure à prendre en compte.

3.8.6.2 Avantages, Limites et Applications Spécifiques

Filtre SPF

- **Avantages** : Simplicité d'implémentation et efficacité en conditions de faible bruit.
- **Limites** : Sensibilité élevée à l'augmentation du bruit (Q ou R), entraînant une augmentation rapide du RMSE et un allongement du temps de convergence.

Filtre IPF

- **Avantages** : Mécanismes d'adaptation permettant une gestion plus efficace de l'incertitude et une meilleure stabilité de l'estimation, même en présence d'un bruit accru.
- **Limites** : Coût computationnel légèrement supérieur en raison des optimisations internes mises en œuvre.

Filtre PFEKF

- **Avantages** : Intégration d'une correction locale par EKF permettant un compromis entre rapidité de convergence et précision, en particulier en conditions modérées.
- **Limites** : Dégradation des performances en présence de non-linéarités marquées ou d'un bruit excessif, avec une complexité computationnelle accrue.

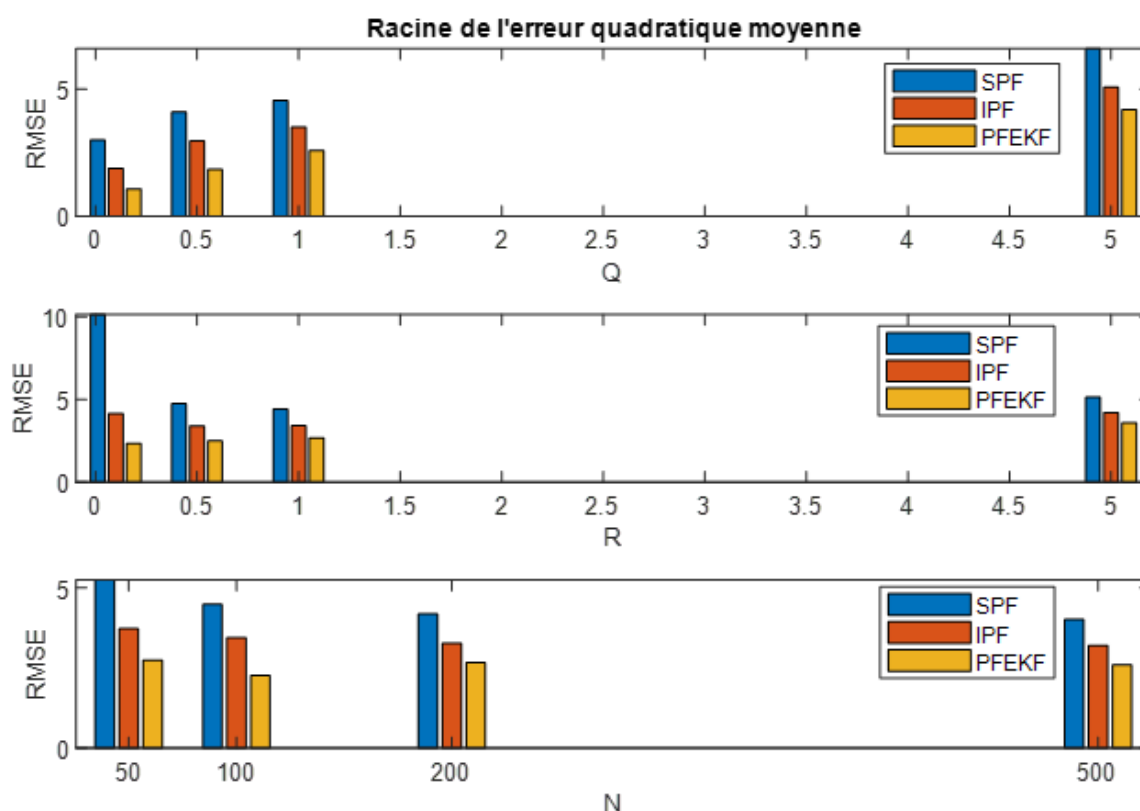


FIG. 3.5 : Évolution du RMSE des filtres SPF, IPF et PFEKF en fonction de la variance Q , de la variance R et du nombre de particules (N).

Ces éléments indiquent que le choix du filtre doit être adapté aux spécificités de l'application. Pour des environnements à faible bruit, le SPF peut constituer une solution adéquate. En revanche, pour des contextes fortement bruités ou nécessitant une réactivité en temps réel, les filtres IPF et PFEKF, bien que légèrement plus coûteux en termes de calcul, offrent des performances nettement supérieures.

3.9 Conclusion

Ce chapitre a offert une exploration approfondie du filtrage particulaire (PF), le positionnant comme une méthodologie incontournable pour l'estimation d'état dans les systèmes dynamiques non linéaires et non gaussiens, là où les approches classiques fondées sur des approximations gaussiennes montrent leurs limites structurelles, ainsi que nous l'avons établi dès l'introduction. En nous appuyant sur les techniques de Monte Carlo séquentielles (SMC), nous avons disséqué les fondements théoriques de cette

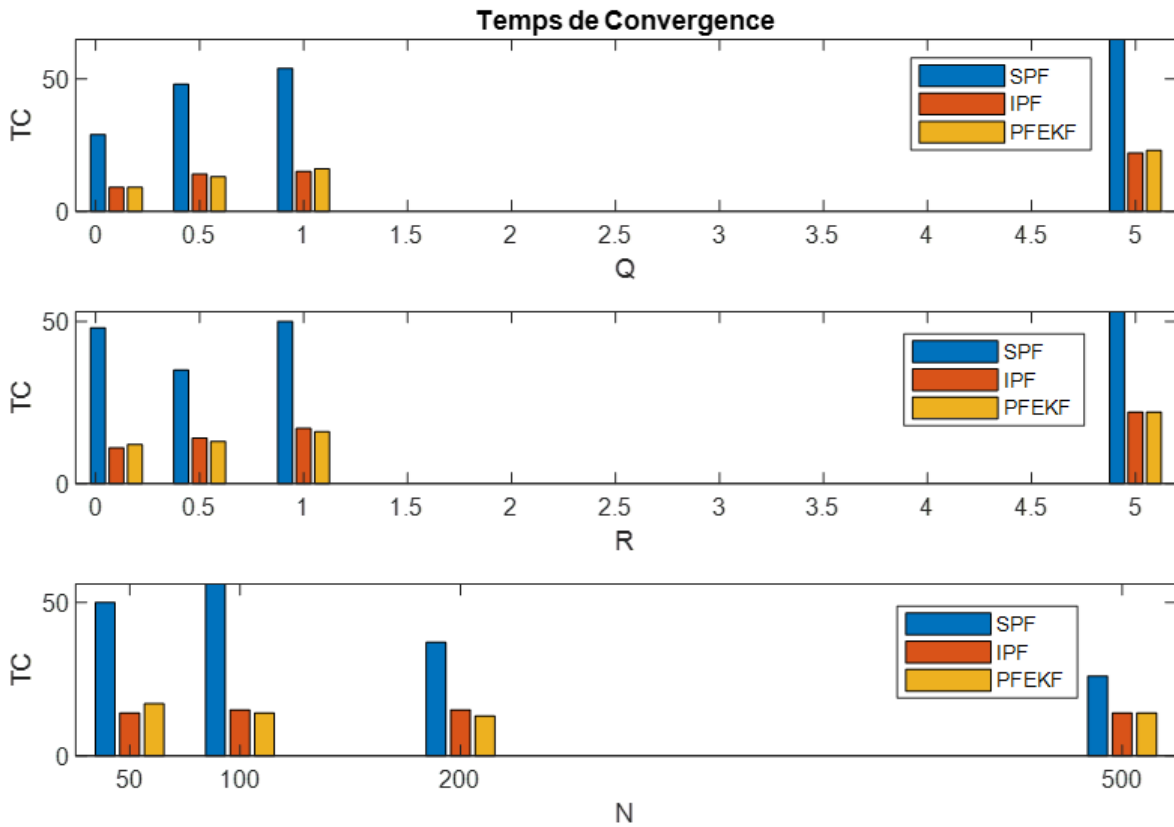


FIG. 3.6 : Évolution du temps de convergence des filtres SPF, IPF et PFEKF en fonction de la variance Q , de la variance R et du nombre de particules (N).

approche, en progressant de l'approximation de Monte Carlo et l'échantillonnage d'importance bayésien (BIS) jusqu'à sa formulation récursive via l'échantillonnage d'importance séquentiel (SIS). Ces bases théoriques, bien que puissantes pour contourner les difficultés analytiques des distributions a posteriori, ont révélé des défis inhérents. Comme notre analyse l'a systématiquement montré, l'efficacité pratique du filtrage particulaire de base est intrinsèquement limitée par des phénomènes critiques tels que la dégénérescence des poids et l'appauvrissement de la diversité des particules. Ces limitations, particulièrement préjudiciables dans des applications exigeantes comme le diagnostic de défauts où la réactivité et la représentation fidèle des hypothèses sont primordiales, ont motivé le développement de stratégies d'amélioration sophistiquées. Le cœur de ce chapitre a ainsi été consacré à l'examen de ces approches d'amélioration. Nous avons mis en lumière l'importance cruciale du choix de la distribution de proposition et l'efficacité des mécanismes de rééchantillonnage pour contrer la dégénérescence. Des techniques avancées, incluant l'intégration d'étapes MCMC

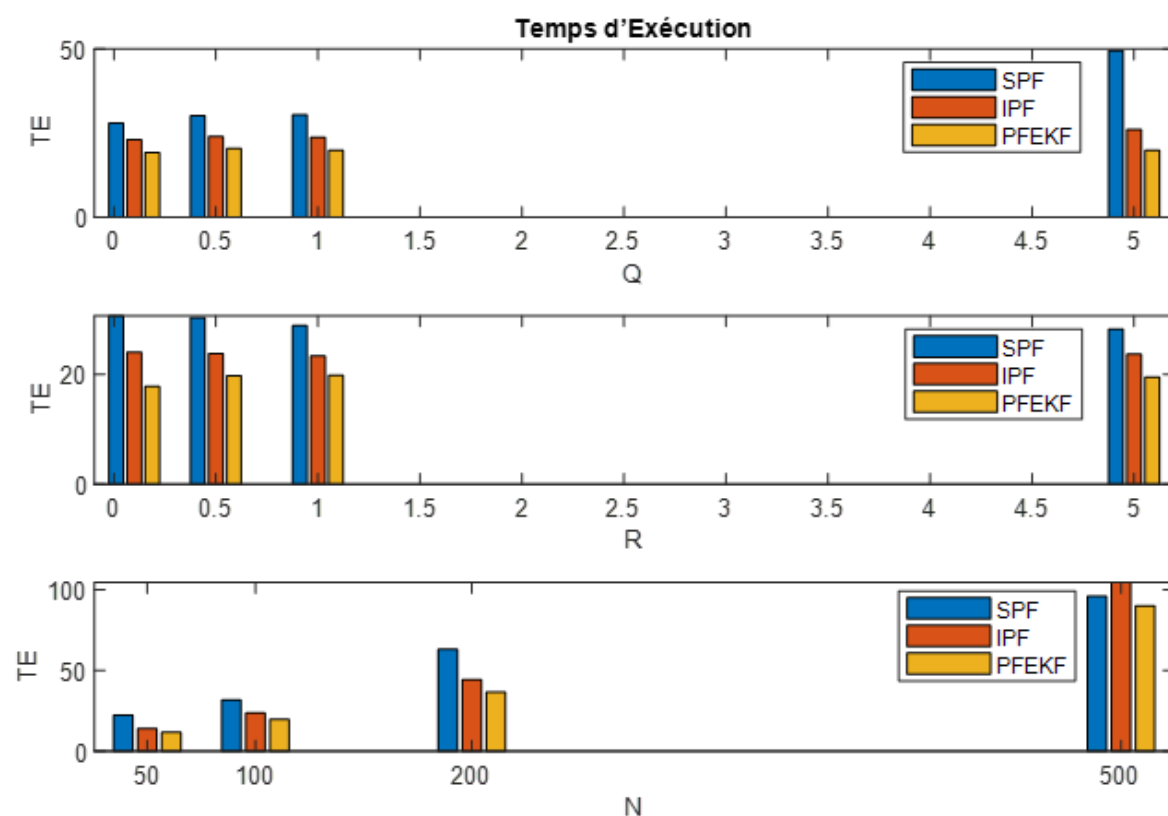


FIG. 3.7 : Évolution du temps d'exécution des filtres SPF, IPF et PFEKF en fonction de la variance Q , de la variance R et du nombre de particules (N).

pour restaurer la diversité, les méthodes de régularisation et, de manière significative, les stratégies d'optimisation des distributions de proposition via des approches hybrides, ont été présentées. Le filtre particulaire combiné au filtre de Kalman étendu (PFEKF) s'est particulièrement illustré comme une solution robuste, exploitant la linéarisation locale pour guider l'échantillonnage et améliorer la convergence, bien que sa performance reste conditionnée par la validité des hypothèses sous-jacentes et la complexité computationnelle. Les comparaisons effectuées ont d'ailleurs confirmé la supériorité des approches adaptatives et hybrides (IPF, PFEKF) sur le filtre standard (SPF) en présence d'incertitudes importantes, soulignant la nécessité d'un choix méthodologique éclairé, adapté aux contraintes spécifiques de chaque application. En synthèse, ce chapitre a non seulement établi les fondements théoriques robustes du filtrage particulaire mais a également cartographié le paysage des innovations visant à en surmonter les limitations pratiques. La tension entre la précision de l'estimation, la robustesse face aux non-linéarités et aux bruits complexes, et la contrainte

de la charge computationnelle demeure un enjeu central. Les méthodes avancées discutées ici offrent des compromis efficaces et constituent une boîte à outils essentielle pour l'ingénieur et le chercheur. Ces développements méthodologiques jettent des bases solides pour le Chapitre 4, qui se concentrera sur l'application ciblée de ces techniques de filtrage particulaire avancées au domaine critique du diagnostic de défauts, conformément à l'objectif énoncé en début de chapitre. Par ailleurs, l'émergence de filtres particulaires intelligents (FPI) intégrant des techniques d'apprentissage automatique, évoquée précédemment, ouvre des perspectives de recherche stimulantes à l'intersection du filtrage bayésien et de l'intelligence artificielle, promettant des avancées futures significatives pour l'ingénierie des systèmes complexes.

Chapitre 4

Optimisation du Diagnostic des Défauts : Méthodologie et Applications du Filtre PFEKF

4.1 Introduction

Le diagnostic des défauts dans les systèmes dynamiques non linéaires représente un enjeu fondamental en ingénierie, notamment dans les domaines de l'automatique et de la robotique. Une détection précoce et une isolation efficace des défauts permettent d'améliorer la fiabilité des systèmes, de réduire les coûts de maintenance et d'éviter des défaillances catastrophiques. Cependant, les méthodes conventionnelles de diagnostic, souvent basées sur des modèles linéaires ou des hypothèses gaussiennes, montrent des limitations dans les environnements fortement non linéaires et bruités. Dans ce contexte, le filtrage particulaire constitue une approche puissante pour le diagnostic des défauts en raison de sa capacité à traiter les distributions de probabilité complexes et à fournir une estimation robuste de l'état du système.

Le filtre particulaire de Kalman étendu (PFEKF) combine les avantages du filtre de Kalman étendu (EKF) et du filtrage particulaire (PF), offrant ainsi une estimation plus précise et une meilleure robustesse face aux incertitudes. Son application dans la détection et l'isolation des défauts repose sur l'exploitation de sa capacité à modéliser des dynamiques non linéaires tout en intégrant des stratégies adaptatives de seuillage. Afin d'évaluer l'efficacité de cette approche, nous nous appuyons sur la règle CUSUM, qui permet une détection rapide des changements dans le comportement du système.

Ce chapitre est structuré comme suit. La section 4.1 expose le contexte

et les principaux enjeux du diagnostic des défauts, mettant en évidence les défis associés aux systèmes non linéaires et bruités. Ensuite, la section 4.2 présente les fondements théoriques du filtrage particulaire appliqué à la détection des défauts. La section 4.3 détaille l'approche proposée, basée sur le filtre PFEKF et la règle CUSUM, suivie, en section 4.4, par une discussion sur les stratégies de seuillage utilisées pour affiner la détection. Les sections 4.5 et 4.6 abordent respectivement l'isolation et l'estimation des défauts, qui sont des étapes essentielles pour un diagnostic complet et fiable.

Ce cadre méthodologique vise à démontrer la pertinence et l'efficacité du filtre PFEKF pour le diagnostic des défauts, en le comparant aux approches conventionnelles et en illustrant son applicabilité à des cas concrets.

4.2 Contexte et Enjeux du Diagnostic des Défauts

Le diagnostic des défauts représente un pilier incontournable dans la supervision des systèmes dynamiques modernes, qu'ils soient industriels, énergétiques ou embarqués. Son objectif premier est de garantir l'intégrité opérationnelle en identifiant, isolant et estimant les anomalies susceptibles de compromettre les performances, la sécurité ou la durabilité d'un système. Dans un paysage technologique marqué par la complexité croissante des architectures (systèmes cyber-physiques, réseaux de capteurs distribués, interactions multi-échelles), les défis associés au diagnostic se multiplient. Les défaillances, qu'elles soient abruptes (pannes matérielles) ou incrémentales (dérives paramétriques), exigent des méthodes capables de discriminer finement entre comportements normaux et anormaux, malgré les incertitudes de modélisation, les perturbations externes et les limites des capteurs.

Enjeux Industriels et Sociaux

Les conséquences d'un diagnostic défaillant sont souvent critiques. Dans le secteur aérospace, une défaillance non détectée d'un actionneur de contrôle peut conduire à une perte de stabilité en vol. En génie chimique, une fuite non identifiée dans un réacteur sous pression menace l'environnement et la sécurité des opérateurs. Les systèmes énergétiques, comme les éoliennes ou les centrales photovoltaïques, requièrent une détection précoce

des défauts pour éviter des interruptions coûteuses et optimiser la maintenance prédictive. Au-delà des pertes économiques, ces scénarios soulèvent des questions éthiques et réglementaires, notamment dans les domaines soumis à des normes de sûreté strictes (ISO 26262 pour l'automobile, DO-178C pour l'aéronautique).

Défis Théoriques et Méthodologiques

Les approches traditionnelles de diagnostic, telles que les observateurs à modes glissants, les filtres de Kalman ou les méthodes à base de modèles analytiques, présentent des limites intrinsèques face à trois défis majeurs :

1. **Modélisation Imparfaite** : Les systèmes réels intègrent des non-linéarités structurelles (jeux mécaniques, saturations), des dynamiques mal connues (variations thermiques, vieillissement) et des couplages inter-systèmes difficiles à formaliser. Une modélisation exacte étant souvent irréaliste, les méthodes déterministes peinent à distinguer les défauts des erreurs de modèle.
2. **Bruits Non Gaussiens et Multi-Modalité** : Les perturbations affectant les mesures (bruits de capteurs, interférences électromagnétiques) suivent rarement des distributions gaussiennes. De plus, certains défauts induisent des changements multi-modaux dans les signaux, nécessitant une représentation probabiliste sophistiquée.
3. **Défauts Multiples et Interactions** : Dans les systèmes complexes, un défaut primaire (ex. : dégradation d'un roulement) peut engendrer des défauts secondaires (vibrations anormales, surchauffe), créant des causalités en chaîne difficiles à démêler. Les méthodes séquentielles, qui traitent les défauts isolément, deviennent alors inadéquates.

Limites des Méthodes Classiques

Le filtre de Kalman étendu (EKF), bien qu'efficace pour les systèmes faiblement non linéaires, repose sur une linéarisation locale et une hypothèse gaussienne restrictive. Ces approximations génèrent des biais d'estimation en présence de fortes non-linéarités ou de bruits asymétriques. Les observateurs à entrées inconnues, quant à eux, nécessitent une connaissance précise des matrices de découplage, rarement disponible dans les applications pratiques. Enfin, les méthodes à base de logique floue ou de réseaux

de neurones, bien que robustes face aux incertitudes, manquent souvent de transparence et de garanties théoriques en termes de convergence.

Apport du Filtrage Particulaire

Face à ces limitations, le filtrage particulaire (PF) émerge comme un cadre théorique polyvalent, fondé sur une représentation bayésienne séquentielle des états cachés. Contrairement aux méthodes déterministes, le PF approxime la distribution *a posteriori* des états via un ensemble de particules pondérées, capables de capturer des distributions multimodales ou non paramétriques. Cette flexibilité permet :

- **Une gestion native des non-linéarités** : Aucune linéarisation n'est requise, ce qui préserve la fidélité du modèle.
- **Une robustesse aux bruits non gaussiens** : Les particules peuvent être échantillonnées à partir de lois arbitraires, adaptées au contexte physique.
- **Une détection précoce** : Les résidus générés par le PF reflètent les écarts probabilistes entre le modèle et les observations, amplifiant les signaux de défauts même faibles.

Cependant, le PF introduit des défis algorithmiques, notamment le compromis entre précision et charge calculatoire, ainsi que le risque de dégénérescence des particules. Ces aspects motivent l'introduction de variantes hybrides, comme le PFEKF (Particle Filter-based Extended Kalman Filter), qui combine les avantages du PF et de l'EKF pour optimiser l'efficacité numérique sans sacrifier la précision.

Perspectives et Objectifs du Chapitre

Ce sous-chapitre établit les bases motivationnelles pour les sections ultérieures, en soulignant comment l'intégration du filtrage particulaire avec des outils complémentaires (règle CUSUM, seuillage adaptatif) permet de surmonter les lacunes des paradigmes existants. Les développements proposés visent à répondre à un besoin industriel pressant : doter les ingénieurs de méthodes de diagnostic à la fois robustes, interprétables et adaptables aux contraintes temps réel. La suite du chapitre détaillera les fondements algorithmiques de cette approche, son implémentation pratique, et son évaluation sur des benchmarks représentatifs.

4.3 Fondements théoriques de la détection par filtre particulière

4.3.1 Analyse des poids d'importance et de la vraisemblance conditionnelle

La robustesse des méthodes de diagnostic basées sur le filtrage particulière repose essentiellement sur une modélisation probabiliste rigoureuse des états cachés et des observations. Ce sous-sous-chapitre détaille les fondements théoriques liés à l'évaluation des poids d'importance et de la vraisemblance conditionnelle, éléments clés pour discriminer entre un système sain et un système défaillant.

4.3.1.1 Modélisation des défauts : hypothèses et transition paramétrique

Considérons un système dynamique non linéaire décrit par les équations d'état et de mesure :

$$\begin{cases} x_t = f(x_{t-1}, u_{t-1}, \theta) + w_t & \text{(évolution de l'état)} \\ y_t = h(x_t, \theta) + v_t & \text{(observation)} \end{cases} \quad (4.1)$$

où $x_t \in \mathbb{R}^{n_x}$ est l'état caché, $y_t \in \mathbb{R}^{n_y}$ l'observation, v_t et w_t des bruits non corrélés, et θ un paramètre critique susceptible de varier en cas de défaut.

Le diagnostic est formulé comme un problème de détection de changement paramétrique, opposant deux hypothèses :

- \mathcal{H}_0 (**sain**) : Le système opère sous le paramètre nominal $\theta = \theta_0$.
- \mathcal{H}_1 (**défaillant**) : Un défaut induit une déviation $\theta = \theta_1 \neq \theta_0$.

La transition $\theta_0 \rightarrow \theta_1$ modélise un saut abrupt (ex. : rupture d'un capteur) ou une dérive progressive (ex. : usure mécanique). La **vraisemblance conditionnelle** $p_\theta(y_t | y_{1:t-1})$, qui quantifie la cohérence des observations avec une hypothèse donnée, devient l'indicateur central pour discriminer \mathcal{H}_0 et \mathcal{H}_1 .

4.3.1.2 Estimation de la vraisemblance conditionnelle par filtrage particulière

L'une des étapes essentielles dans ce cadre consiste à estimer la vraisemblance conditionnelle des observations courantes, notée $p_\theta(Y_t | Y_{1:t-1})$, où Y_t représente l'observation au temps t et $Y_{1:t-1}$ l'historique des observations.

Dans le contexte du filtre particulaire de Kalman étendu (PFEKF), cette vraisemblance est approchée par une méthode d'échantillonnage où chaque particule $x_t^{(i)}$, pour $i = 1, \dots, N$ et N étant le nombre total de particules, est associée à un poids d'importance. Sous l'hypothèse \mathcal{H}_0 (état nominal), la vraisemblance conditionnelle est approchée par :

$$p_{\theta_0}(Y_t | Y_{1:t-1}) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p(Y_t | x_t^{(i)}), \quad (4.2)$$

où $p(Y_t | x_t^{(i)})$ représente la densité de probabilité de l'observation Y_t conditionnée à l'état $x_t^{(i)}$ de la particule. Cette approximation repose sur le théorème de la loi des grands nombres et l'utilisation judicieuse des poids d'importance qui pondèrent la contribution de chaque particule à l'estimation globale.

Exemple concret : Supposons un système de surveillance de température, où la détection d'une anomalie repose sur la comparaison entre la distribution prédite des températures et la mesure réelle. Chaque particule $x_t^{(i)}$ représente une hypothèse d'état de la température. Le calcul de $p(Y_t | x_t^{(i)})$ peut alors être réalisé à l'aide d'un modèle gaussien, permettant d'estimer la probabilité que la température mesurée appartienne à la distribution prédite. L'agrégation des contributions via la somme pondérée fournit une estimation robuste de la vraisemblance conditionnelle sous l'hypothèse d'état sain.

4.3.1.3 Rôle des poids d'importance dans l'évaluation des densités de probabilité

Les poids d'importance $w_{t,\theta}^{(i)}$ jouent un rôle crucial dans le filtrage particulaire. Ils permettent de corriger l'écart entre la distribution d'échantillonnage et la distribution cible, c'est-à-dire la vraisemblance conditionnelle recherchée. Pour chaque particule, le poids d'importance est mis à jour de manière récursive en tenant compte de l'information apportée par la nouvelle observation. Cette actualisation peut être exprimée par la formule :

$$w_{t,\theta}^{(i)} \propto w_{t-1,\theta}^{(i)} \cdot p(Y_t | x_t^{(i)}), \quad (4.3)$$

suivie d'une normalisation garantissant que la somme des poids sur l'ensemble des particules est égale à un. Ce mécanisme assure que les particules

mieux « alignées » avec l'observation Y_t voient leur poids accentué, tandis que celles moins cohérentes se voient déprécier, ce qui permet de concentrer la densité de probabilité autour des régions les plus probables de l'espace d'état.

4.3.1.4 Calcul du rapport de vraisemblance et intégration dans la règle CUSUM

L'étape suivante dans le processus de diagnostic consiste à comparer les poids d'importance obtenus sous les deux hypothèses \mathcal{H}_0 et \mathcal{H}_1 . Pour ce faire, le calcul du rapport de vraisemblance est réalisé à partir des poids $w_{t,\theta_0}^{(i)}$ et $w_{t,\theta_1}^{(i)}$. En pratique, le log-ratio de vraisemblance (LLR) est défini comme :

$$\text{LLR}_t = \log \frac{p_{\theta_1}(Y_t | Y_{1:t-1})}{p_{\theta_0}(Y_t | Y_{1:t-1})} \approx \log \frac{\sum_{i=1}^N w_{t,\theta_1}^{(i)}}{\sum_{i=1}^N w_{t,\theta_0}^{(i)}}. \quad (4.4)$$

Ce rapport constitue une statistique clé qui, intégrée dans la stratégie de détection via la règle CUSUM, permet d'identifier rapidement tout changement dans le comportement du système. La règle CUSUM (Cumulative Sum Control Chart) exploite l'accumulation des écarts en vue de déclencher une alerte dès que le cumul dépasse un seuil prédéfini, garantissant ainsi une détection précoce et efficace des défauts.

4.3.1.5 Illustration par une démonstration théorique

Pour illustrer le mécanisme, considérons un cas simplifié dans lequel la densité $p(Y_t | x_t^{(i)})$ est modélisée par une distribution normale de moyenne $\mu(x_t^{(i)})$ et d'écart-type σ . La contribution de chaque particule au calcul de la vraisemblance conditionnelle s'exprime alors par :

$$p(Y_t | x_t^{(i)}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(Y_t - \mu(x_t^{(i)}))^2}{2\sigma^2}\right). \quad (4.5)$$

Sous \mathcal{H}_0 et \mathcal{H}_1 , les fonctions de vraisemblance différeront par la valeur de la moyenne μ correspondant aux paramètres θ_0 et θ_1 . Le calcul des poids d'importance et leur agrégation via la formule susmentionnée permettent de quantifier de manière fine l'écart entre les deux régimes, facilitant ainsi l'identification du moment où le système dévie de son comportement nominal.

4.3.1.6 Analyse critique et limitations

Bien que puissante, cette approche présente des défis :

- **Complexité calculatoire** : Le calcul parallèle des hypothèses \mathcal{H}_0 et \mathcal{H}_1 double la charge de calcul, nécessitant des optimisations algorithmiques (ex. : partage de particules entre hypothèses).
- **Sensibilité aux choix de $q(\cdot)$** : Une densité de proposition mal adaptée (ex. : trop éloignée de la vraie posteriori) induit une variance élevée des poids, dégradant le LLR.
- **Détection des défauts intermittents** : Les défauts transitoires requièrent une généralisation du modèle pour inclure des transitions réversibles $\theta_1 \rightarrow \theta_0$.

4.3.2 Logique sous-jacente et avantages théoriques

4.3.2.1 Exploitation des poids d'importance dans la détection

La stratégie proposée repose sur l'utilisation fine des poids d'importance, lesquels constituent des indicateurs sensibles des variations du comportement du système. Dans un contexte de diagnostic, la distribution des poids associés aux particules permet de refléter de manière directe la cohérence entre les observations réelles et le modèle prédictif. Concrètement, lorsque le système évolue de l'état nominal (\mathcal{H}_0) vers un état défaillant (\mathcal{H}_1), la modification de la dynamique se traduit par une réorganisation notable des poids d'importance. Ce phénomène peut être quantifié en calculant le log-ratio de vraisemblance, obtenu par la comparaison directe entre les poids $w_{t,\theta_0}^{(i)}$ et $w_{t,\theta_1}^{(i)}$ associés respectivement aux deux hypothèses.

Par exemple, dans un système de surveillance de process industriels, une anomalie telle qu'un dysfonctionnement de capteur induira une déviation dans la distribution des poids, signalant ainsi une inadéquation entre l'observation et la prédiction basée sur le modèle sain. Le passage d'un ensemble de poids relativement homogène, caractéristique de \mathcal{H}_0 , à une distribution fortement biaisée vers des valeurs faibles sous \mathcal{H}_0 (et concomitamment accentuée sous \mathcal{H}_1) fournit une mesure quantitative du changement de régime. Ce mécanisme dynamique constitue le cœur de la détection dans les algorithmes de filtrage particulaire appliqués au diagnostic.

4.3.2.2 Avantages théoriques de l'approche

a) **Sensibilité aux déviations** : La capacité des poids d'importance à refléter la vraisemblance conditionnelle des observations offre une sensibilité accrue aux écarts par rapport à l'état nominal. Lorsque le système présente une anomalie, la déviation entre la distribution observée et la prédiction théorique se traduit par une modification rapide des poids, permettant ainsi une détection précoce. Cette réactivité est cruciale dans les applications industrielles où la rapidité d'intervention peut prévenir des défaillances majeures.

b) **Réduction des faux positifs** : En intégrant l'évaluation précise de la vraisemblance conditionnelle via le filtrage particulaire, l'approche permet de distinguer de manière fine les fluctuations normales du système des anomalies véritablement significatives. La mise à jour itérative des poids, conjuguée à une normalisation rigoureuse, assure que seules les variations statistiquement significatives conduisent à un déclenchement du signal d'alerte. Ainsi, l'approche contribue à minimiser le taux de fausses alertes, améliorant globalement la fiabilité du système de surveillance.

c) **Adaptabilité aux systèmes non linéaires** : L'utilisation des poids d'importance offre une grande flexibilité pour s'adapter aux spécificités des systèmes non linéaires. En effet, le filtrage particulaire, en se basant sur des méthodes d'échantillonnage stochastique, n'impose pas de contraintes linéaires sur le modèle de l'état. Cela permet de modéliser avec précision des phénomènes complexes et de répondre aux variations imprévisibles des environnements opérationnels. L'adaptabilité se manifeste également par la possibilité d'ajuster dynamiquement les paramètres du modèle en fonction des caractéristiques observées, rendant ainsi la méthode applicable à une large gamme de scénarios industriels.

4.3.2.3 Démonstration théorique et illustration par un exemple

Pour illustrer ces avantages, considérons un exemple théorique simplifié. Supposons que la densité d'observation soit modélisée par une loi normale dont la moyenne diffère selon l'hypothèse considérée. Sous \mathcal{H}_0 , la densité est donnée par :

$$p(Y_t | x_t^{(i)}, \theta_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} \exp\left(-\frac{(Y_t - \mu_0(x_t^{(i)}))^2}{2\sigma_0^2}\right), \quad (4.6)$$

tandis que sous \mathcal{H}_1 la densité devient :

$$p(Y_t | x_t^{(i)}, \theta_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \exp\left(-\frac{(Y_t - \mu_1(x_t^{(i)}))^2}{2\sigma_1^2}\right). \quad (4.7)$$

La différence entre $\mu_0(x_t^{(i)})$ et $\mu_1(x_t^{(i)})$ se traduit alors par des mises à jour distinctes des poids $w_{t,\theta_0}^{(i)}$ et $w_{t,\theta_1}^{(i)}$. En calculant le log-ratio de vraisemblance :

$$\text{LLR}_t = \log \frac{\sum_{i=1}^N w_{t,\theta_1}^{(i)}}{\sum_{i=1}^N w_{t,\theta_0}^{(i)}}, \quad (4.8)$$

on obtient une statistique qui, en cas de transition vers un état défaillant, dépasse rapidement un seuil prédéfini. Cette démonstration illustre concrètement comment la méthode exploite les différences dans les distributions des poids pour détecter efficacement la présence de défauts.

En synthèse, la logique sous-jacente à l'utilisation des poids d'importance dans le cadre du filtrage particulière repose sur leur sensibilité intrinsèque aux variations du comportement du système. Les avantages théoriques – réactivité aux déviations, réduction des faux positifs et adaptabilité aux systèmes non linéaires – font de cette approche un outil puissant pour le diagnostic des défauts, capable d'optimiser la fiabilité et la sécurité des systèmes industriels complexes.

4.4 Approche de détection basée sur le filtre PFEKF et la règle CUSUM

Ce chapitre propose une approche avancée pour la détection des défauts dans les systèmes dynamiques non linéaires, en combinant l'efficacité du filtrage particulière (PFEKF) avec la puissance de la règle de détection séquentielle CUSUM. Introduite par Page [26], la règle CUSUM repose sur l'accumulation des écarts statistiques pour identifier rapidement les changements dans un processus stochastique. L'objectif de cette approche est de garantir une détection rapide et fiable des anomalies, en optimisant le compromis entre le délai de détection et le taux de fausses alarmes. La

présentation qui suit s'appuie sur un cadre théorique rigoureux, intégrant des démonstrations mathématiques précises et des références académiques pertinentes afin d'assurer une compréhension approfondie des fondements et des performances de cette méthode hybride.

4.4.1 La Règle de CUSUM et ses Fondements

4.4.1.1 Définition et Formulation

La règle de CUSUM (Cumulative Sum) constitue l'un des tests séquentiels les plus utilisés pour détecter des changements dans un processus stochastique. L'idée fondamentale consiste à cumuler, de manière récursive, des incréments définis par le logarithme du rapport de vraisemblance entre deux hypothèses :

- \mathcal{H}_0 : l'hypothèse de fonctionnement nominal,
- \mathcal{H}_1 : l'hypothèse de défaillance ou de changement d'état.

La statistique de détection g_t est définie par :

$$g_t = \max\{0, g_{t-1} + s_t\} \quad \text{avec } g_0 = 0, \quad (4.9)$$

où l'incrément s_t est donné par :

$$s_t = \log \left(\frac{p(y_t | \mathcal{H}_1)}{p(y_t | \mathcal{H}_0)} \right). \quad (4.10)$$

Ce cumul permet de conserver uniquement les contributions positives qui signalent un potentiel changement dans la dynamique du système. La formulation récursive assure une mise à jour immédiate à chaque nouvelle observation, garantissant ainsi une réactivité essentielle pour la détection en temps réel.

4.4.1.2 Optimalité : Théorèmes de Lorden et Moustakides

Les travaux de Lorden [81] et de Moustakides [82] fournissent une base théorique solide pour l'optimalité de la règle CUSUM. En particulier, ces résultats montrent que la stratégie CUSUM minimise, dans le sens mini-max, le délai de détection maximal sous une contrainte sur la fréquence des fausses alarmes.

Théorème (Optimalité de Lorden) Sous les hypothèses de stationnarité et d'indépendance conditionnelle des observations, la règle CUSUM atteint, de manière asymptotique, le délai de détection minimal pour un taux de fausses alarmes donné. Autrement dit, pour une alerte déclenchée dès que $g_t \geq h$, le délai de détection maximal, défini par le critère de Lorden, est optimal parmi toutes les règles de détection séquentielle.

Démonstration esquissée :

En considérant s_t comme des incréments issus d'un processus de marche aléatoire, on peut montrer que l'espérance de s_t est négative sous \mathcal{H}_0 et positive sous \mathcal{H}_1 . L'utilisation du principe du "stopping rule" et l'application de l'inégalité de Wald permettent d'obtenir une borne inférieure sur le délai de détection. Moustakides (1986) a en outre démontré que la règle CUSUM atteint cette borne asymptotiquement lorsque le seuil h tend vers l'infini, garantissant ainsi une optimalité au sens du critère minimax.

4.4.1.3 Outils Mathématiques

Pour établir rigoureusement l'optimalité de la règle CUSUM, plusieurs outils mathématiques sont mobilisés :

- **Inégalité de Wald** [83] : Cet outil permet de lier l'espérance du temps d'arrêt d'une procédure séquentielle à la somme cumulée des incréments s_t . L'inégalité de Wald fournit une borne inférieure sur le délai de détection en fonction du seuil h et des caractéristiques statistiques des incréments.
- **Méthode des Martingales** [84] : L'analyse des propriétés martingales de la suite $\{g_t\}$ est essentielle pour démontrer la stabilité et la convergence de la statistique de détection. La méthode des martingales permet, en particulier, de contrôler les fluctuations aléatoires du processus et d'assurer que la contribution négative (en l'absence de changement) est systématiquement annulée dans le calcul de g_t .

4.4.1.4 Extension via la Règle GLR [85]

L'extension de la règle CUSUM par le biais de la procédure GLR (Generalized Likelihood Ratio) permet de traiter des cas où les paramètres du modèle sont inconnus ou susceptibles de varier dans le temps. Dans ce

cadre, la statistique GLR est définie par :

$$\Lambda_t^{\text{GLR}} = \sup_{\theta \in \Theta_1} \log \left(\frac{p(y_t | \theta)}{p(y_t | \theta_0)} \right), \quad (4.11)$$

ce qui conduit à une procédure de détection adaptative. L'intégration de la règle GLR permet de maximiser la vraisemblance sur un ensemble de paramètres Θ_1 correspondant à des hypothèses alternatives, offrant ainsi une flexibilité supplémentaire dans des environnements où la modélisation exacte des défaillances n'est pas aisée. Des études récentes montrent que cette approche peut améliorer la robustesse et la sensibilité du détecteur, notamment dans des situations de modélisation incertaine.

TAB. 4.1 : Comparaison entre PFEKF-CUSUM et GLR

Critère	PFEKF-CUSUM	GLR
Complexité	Modérée ($O(N)$)	Élevée ($O(N^2)$)
Défauts inconnus	Non	Oui
Réactivité	Optimale (ARL1 court)	Dépend de (θ_1)

4.4.2 Algorithme PFEKF-CUSUM

Bien que la partie relative à l'intégration du filtrage particulaire (PFEKF) ait été détaillée dans la section 3.8.4, il est essentiel de rappeler ici les grandes lignes de l'algorithme global qui combine la mise à jour de l'état du système et l'application de la règle CUSUM.

L'algorithme PFEKF-CUSUM se déroule en plusieurs étapes :

Initialisation :

- Génération de N particules $\{x_0^{(i)}\}_{i=1}^N$ à partir de la distribution initiale $p(x_0)$.
- Initialisation de la statistique de détection $g_0 = 0$.

Prédiction (via EKF) : Pour chaque particule et pour chacune des hypothèses θ_0 (nominal) et θ_1 (défaillant), on procède à la linéarisation locale pour obtenir l'estimation de l'état prédictif :

$$\hat{x}_t^{(i,k)} = f \left(x_{t-1}^{(i)}, \theta_k \right), \quad (4.12)$$

avec la mise à jour correspondante de la covariance :

$$P_t^{(i,k)} = F_t^{(i,k)} P_{t-1}^{(i,k)} \left(F_t^{(i,k)} \right)^T + Q_t. \quad (4.13)$$

Correction (via PF) : La mise à jour des poids des particules est réalisée en fonction de l'observation y_t :

$$\tilde{w}_t^{(i,k)} = w_{t-1}^{(i,k)} \cdot \mathcal{N} \left(y_t; h \left(\hat{x}_t^{(i,k)}, \theta_k \right), H_t^{(i,k)} P_t^{(i,k)} \left(H_t^{(i,k)} \right)^T + R_t \right). \quad (4.14)$$

Calcul du Log-Likelihood Ratio (LLR) : En agrégeant les poids mis à jour pour les deux hypothèses, le LLR est estimé par :

$$s_t = \log \left(\frac{\sum_{i=1}^N w_t^{(i,1)}}{\sum_{i=1}^N w_t^{(i,0)}} \right). \quad (4.15)$$

Mise à jour de la Statistique CUSUM : La statistique de détection est actualisée de manière récursive :

$$g_t = \max\{0, g_{t-1} + s_t\}, \quad (4.16)$$

et une alerte est déclenchée dès que g_t dépasse le seuil prédéfini h . (voir le Pseudo-code de l'algorithme PFEKF-CUSUM 7)

La rigueur théorique de cette procédure repose sur la combinaison des résultats d'optimalité de la règle CUSUM et de l'efficacité du filtrage particulière pour l'estimation d'états dans des environnements non linéaires. Pour une discussion détaillée sur l'intégration du PFEKF, se reporter à la section 3.8.4.

4.4.3 Applications et Avantages de l'Approche PFEKF-CUSUM

L'approche PFEKF-CUSUM présente des avantages notables pour le diagnostic en temps réel dans des environnements industriels complexes :

- **Détection en temps réel :** La mise à jour récursive de la statistique g_t permet d'exploiter immédiatement chaque nouvelle observation, offrant ainsi une réactivité cruciale pour la détection précoce des défauts.

- **Robustesse aux non-linéarités** : Le recours à un filtrage particulière permet de capturer la dynamique complexe et les incertitudes inhérentes aux systèmes non linéaires, tout en maintenant une estimation précise du rapport de vraisemblance.
- **Réduction des faux positifs** : L'agrégation et la normalisation des poids participent à l'atténuation des fluctuations aléatoires, garantissant ainsi que seules les déviations statistiquement significatives conduisent à une alerte.
- **Optimisation du compromis détection/alerte** : Grâce aux démonstrations théoriques, notamment via les théorèmes de Lorden et Moustakides, la procédure assure un délai de détection minimal tout en respectant une contrainte sur le taux de fausses alarmes.

Cette approche hybride constitue une avancée significative par rapport aux méthodes classiques (EKF pur ou PF seul) et ouvre la voie à une détection plus fine et adaptative dans des systèmes industriels critiques.

4.4.4 Perspectives et Défis

Si la méthode PFEKF-CUSUM a démontré son efficacité dans divers scénarios de détection de défauts, plusieurs perspectives de recherche et défis subsistent :

- **Adaptation en milieux incertains** : L'extension via la règle GLR offre une piste intéressante pour traiter des situations où les paramètres du modèle sont incertains ou évolutifs. Cependant, la mise en oeuvre pratique de cette extension nécessite de développer des algorithmes d'optimisation robustes pour la maximisation de la vraisemblance en temps réel.
- **Complexité computationnelle** : Le recours à un filtrage particulière, en particulier dans des systèmes à haute dimension, peut entraîner une augmentation significative de la charge computationnelle. L'optimisation des algorithmes et l'utilisation de techniques de parallélisation représentent des axes de recherche majeurs pour rendre la méthode applicable à des systèmes industriels à grande échelle.

- **Analyse de la sensibilité et de la robustesse** : La robustesse de la procédure face aux perturbations externes et aux erreurs de modélisation demeure un enjeu crucial. Des études de sensibilité approfondies, ainsi que le développement de méthodes d'adaptation dynamique des seuils de détection, pourraient améliorer la performance globale du système.
- **Validation expérimentale et retour d'expérience** : Bien que la démonstration théorique soit robuste, des validations expérimentales sur des bancs d'essai industriels ou via des simulations avancées sont nécessaires pour confirmer les performances de l'approche dans des environnements réels. L'intégration de retours d'expérience issus de la pratique permettra d'affiner et d'ajuster le modèle théorique aux contraintes opérationnelles concrètes.
- **Fusion de données multi-sources** : L'extension de l'approche PFEKF-CUSUM à des systèmes multisensoriels constitue également un défi. La fusion de données issues de différentes sources pourrait enrichir l'estimation de l'état et améliorer la détection de défauts, mais nécessite des stratégies avancées de traitement de l'information pour gérer la redondance et les éventuelles incohérences entre capteurs.

Ces perspectives ouvrent la voie à de nouvelles recherches, tant sur le plan théorique que pratique, et illustrent l'importance d'un dialogue continu entre le développement de modèles mathématiques rigoureux et leur application dans des contextes industriels réels.

4.5 Stratégies de seuillage pour la détection des défauts

La détection des défauts dans les systèmes dynamiques non linéaires repose non seulement sur des techniques avancées de filtrage et d'analyse séquentielle, mais également sur l'implémentation de stratégies de seuillage adaptées. Ces stratégies visent à définir un seuil déclencheur permettant de discriminer efficacement entre l'état nominal et la présence d'un défaut, tout en maintenant un compromis optimal entre la rapidité de détection et le taux de fausses alarmes. Dans ce sous-chapitre, nous présentons d'abord les approches de seuillage fixe, puis nous détaillons les méthodes adapta-

tives, avant d'explorer des approches alternatives fondées sur des critères probabilistes.

4.5.1 Méthodologie du seuillage fixe

Détermination Analytique et Empirique du Seuil

Dans la stratégie de seuillage fixe, le seuil h est défini de manière à garantir que le taux de fausses alarmes (FAR) reste inférieur à une valeur prédéfinie α_{\max} . Ce seuil peut être établi :

- **Empiriquement**, en s'appuyant sur des simulations Monte Carlo réalisées sous l'hypothèse nominale \mathcal{H}_0 . La calibration empirique consiste à déterminer le quantile approprié de la distribution de la statistique de détection afin que $\text{FAR}(h) \leq \alpha_{\max}$.
- **Analytiquement**, par le biais d'outils mathématiques tels que l'approximation de Wald, applicable notamment pour des systèmes linéaires-gaussiens. Par exemple, une formulation typique est donnée par :

$$h = \arg \min_h \{ \text{FAR}(h) \leq \alpha_{\max} \}. \quad (4.17)$$

Ces deux approches permettent d'équilibrer la sensibilité du détecteur tout en respectant une contrainte stricte sur la fréquence des fausses alarmes.

Analyse des Compromis : FAR vs. ARL1

Le choix du seuil fixe induit un compromis essentiel entre deux indicateurs majeurs :

- **False Alarm Rate (FAR)** : Un seuil élevé ($h \uparrow$) tend à réduire le FAR, car le détecteur est moins sensible aux fluctuations aléatoires. Toutefois, cela se traduit généralement par une augmentation de l'*Average Run Length* (ARL1), c'est-à-dire le délai moyen de détection après la survenue d'un défaut.
- **Average Run Length (ARL1)** : À l'inverse, un seuil bas ($h \downarrow$) favorise une détection plus rapide (ARL1 diminué) mais au risque d'un nombre accru de fausses alarmes.

L'optimisation du compromis FAR/ARL1 est souvent réalisée via une analyse statistique approfondie et l'ajustement du seuil en fonction des caractéristiques spécifiques du système étudié.

Limites des Seuils Fixes dans les Systèmes non linéaires

Bien que la méthode du seuil fixe soit simple à mettre en oeuvre, elle présente plusieurs limitations, notamment dans les systèmes non linéaires où :

- La variabilité des signaux est élevée, rendant difficile l'établissement d'un seuil stable et robuste.
- Les conditions d'exploitation évoluent avec le temps, ce qui peut rendre le seuil fixe obsolète ou inadapté, entraînant soit une augmentation du FAR, soit un retard dans la détection des défauts.

Ces limitations soulignent la nécessité de recourir à des stratégies plus dynamiques pour adapter le seuil en temps réel aux variations du système.

4.5.2 Seuillage Adaptatif : Algorithmes et Optimisation

Algorithme Récursif et Paramètres Clés

La stratégie de seuillage adaptatif consiste à ajuster le seuil de détection en fonction de l'évolution de la statistique de détection, généralement issue de la règle CUSUM. Un algorithme récursif est mis en oeuvre pour actualiser le seuil $T_h(k)$ à chaque instant k en tenant compte d'une fenêtre glissante de taille M et d'un facteur d'oubli α . La mise à jour peut s'exprimer par :

$$T_h(k) = T_h(k-1) + \text{sign}(e) \frac{1}{M} \sqrt{\sum_{i=k-M}^k \alpha g_t(i)^2} \quad (4.18)$$

avec $e = g_t(k) - g_t(k-1)$.

Les paramètres M et α jouent un rôle crucial dans l'équilibre entre réactivité et robustesse : une fenêtre plus courte améliore la rapidité de réponse mais peut accroître la sensibilité au bruit, tandis qu'un facteur d'oubli élevé favorise les données récentes au risque d'augmenter le taux de fausses alarmes.

Optimisation du Compromis FAR/MDR/ARL1

L'optimisation du seuillage adaptatif vise à minimiser simultanément le FAR, le *Missed Detection Rate* (MDR) et l'ARL1. Selon l'article [86], une calibration fine des paramètres M et α permet d'obtenir un compromis optimal :

- Une petite fenêtre M améliore la réactivité (réduction de l'ARL1) mais peut augmenter le FAR en raison d'une plus grande sensibilité aux variations locales.
- Un facteur α élevé pondère fortement les récentes observations, ce qui peut réduire le MDR (taux de défauts non détectés) mais risquer d'augmenter le FAR.

La validation de cette optimisation s'appuie sur des simulations comparatives, notamment dans le cadre de la simulation 2 présentée au chapitre 5, où les performances des seuils fixes et adaptatifs sont évaluées selon ces métriques.

Étude de Cas

Bien que les détails de l'étude de cas soient présentés dans le chapitre 5, il est important de souligner que cette simulation a permis de comparer directement l'efficacité des seuils fixes et adaptatifs. Les résultats montrent que :

- Le seuil adaptatif permet une meilleure réactivité sans augmenter significativement le FAR.
- L'optimisation des paramètres de l'algorithme adaptatif offre un compromis favorable, réduisant le MDR tout en maintenant un ARL1 acceptable.

Ces résultats illustrent l'intérêt de recourir à des stratégies adaptatives dans des environnements complexes où la variabilité des signaux est importante.

4.5.3 Approches Alternatives de Seuillage Dynamique

Méthodes Basées sur les Probabilités Conditionnelles

Une approche alternative consiste à définir un seuil dynamique h_n en régulant directement la probabilité conditionnelle de déclencher une alerte à chaque instant n . Ainsi, on impose que :

$$P_0 [g_t \geq h_t \mid g_1 < h_1, \dots, g_{t-1} < h_{t-1}] = \alpha, \quad (4.19)$$

où α est fixé par l'utilisateur. Ce seuil correspond alors au quantile d'ordre $(1 - \alpha)$ de la distribution conditionnelle de g_t , estimé par des techniques non paramétriques ou des simulations.

Synthèse des Critères d'Optimalité (Lorden, Hawkins)

Les critères d'optimalité pour la détection séquentielle, tels que ceux formulés par Lorden (1971) et étendus par Hawkins dans le cadre de la détection non paramétrique, offrent une base théorique solide pour l'évaluation des stratégies de seuillage. En alignant la méthode de seuillage sur ces critères, il est possible d'obtenir une procédure qui minimise le délai de détection tout en contrôlant rigoureusement le FAR. La synthèse de ces critères permet de concevoir des algorithmes capables de s'ajuster dynamiquement aux variations du système.

Validation Expérimentale via Simulations Monte Carlo

La validation des approches alternatives de seuillage repose sur des simulations Monte Carlo réalisées sous l'hypothèse nominale \mathcal{H}_0 . Ce protocole expérimental permet d'estimer de manière empirique la distribution de la statistique de détection g_t et, par conséquent, de déterminer le seuil optimal h_n à chaque instant. Ces simulations offrent également la possibilité d'évaluer l'impact des différentes stratégies sur les métriques clés (FAR, ARL1, MDR), assurant ainsi une validation rigoureuse des méthodes proposées.

4.6 Isolation des défauts

Ce sous chapitre aborde la problématique de l'isolation des défauts dans des systèmes complexes où plusieurs anomalies peuvent se produire simul-

tanément. Nous présentons d'abord le cadre théorique et les défis pratiques liés à l'isolement multi-défauts, puis nous détaillons l'algorithme de Nikiforov qui généralise la règle CUSUM pour permettre la détection et l'isolement de changements brusques. Enfin, nous proposons une intégration innovante du filtre particulaire, associé à un *Extended Kalman Filter* (EKF), pour améliorer l'estimation des vraisemblances dans un contexte non linéaire.

4.6.1 Problématique de l'Isolation Multi-Défauts

Cadre Théorique : Hypothèses Multiples et Optimalité

Dans les environnements industriels, il est courant que le système fonctionne normalement sous l'hypothèse \mathcal{H}_0 avant de subir une ou plusieurs défaillances. Dès l'apparition d'un défaut, le système bascule vers l'hypothèse alternative \mathcal{H}_i (avec $i = 1, \dots, K$), où K représente le nombre de défauts potentiels. Cette approche par hypothèses multiples nécessite une méthodologie permettant non seulement de détecter le changement d'état, mais également d'isoler précisément la nature du défaut.

Les travaux classiques, tels que ceux de Nikiforov et Lai, ont démontré l'intérêt d'une approche basée sur la statistique de décision inspirée du test CUSUM. Ces méthodes visent à minimiser le retard de détection tout en garantissant un compromis entre la probabilité de fausse alarme et la précision de l'isolement. L'optimalité de telles méthodes repose sur des conditions d'optimalité en termes de délai moyen de détection et de respect d'un seuil de confiance pour éviter les fausses isolations.

Défis Pratiques dans les Systèmes non linéaires

En pratique, les systèmes industriels présentent souvent des comportements non linéaires et des dynamiques complexes qui remettent en cause les hypothèses classiques d'indépendance ou de linéarité des signaux d'observation. Dans ce contexte, les approches traditionnelles basées sur des modèles linéaires ou des approximations simplistes peuvent se révéler insuffisantes.

Les principaux défis résident dans :

- **La complexité des modèles** : L'hétérogénéité et la non-linéarité des systèmes exigent des outils capables de traiter des dynamiques évolutives et parfois fortement couplées.

- **La robustesse des estimations** : La présence de bruit et d'incertitudes dans les observations nécessite des méthodes de filtrage avancées pour fournir des estimations fiables des vraisemblances associées aux différents états du système.
- **L'implémentation en temps réel** : Les contraintes opérationnelles imposent que la méthode d'isolement soit suffisamment rapide pour permettre une réaction immédiate, sans compromettre la précision des résultats.

Ces défis motivent le recours à des algorithmes récursifs et à des techniques d'estimation par Monte Carlo, notamment via l'utilisation de filtres particuliers, pour adapter la méthode aux environnements non linéaires.

4.6.2 Algorithme de Nikiforov : Généralisation de la Règle CUSUM

Formulation Mathématique et Statistiques de Décision

L'algorithme de Nikiforov repose sur l'extension de la méthode CUSUM à des scénarios impliquant plusieurs hypothèses. Pour chaque défaut r , on définit une statistique cumulative $g_t(r, 0)$ qui s'actualise récursivement selon la relation :

$$g_t(r, 0) = \max\{g_{t-1}(r, 0) + \hat{Z}_t(r, 0), 0\}, \quad (4.20)$$

avec

$$\hat{Z}_t(r, 0) = \log \left(\frac{\hat{p}_{\theta_r}(Y_t | Y_{1:t-1})}{\hat{p}_{\theta_0}(Y_t | Y_{1:t-1})} \right). \quad (4.21)$$

Ici, $\hat{p}_{\theta_r}(Y_t | Y_{1:t-1})$ et $\hat{p}_{\theta_0}(Y_t | Y_{1:t-1})$ représentent les vraisemblances conditionnelles des observations sous l'hypothèse de défaut et l'hypothèse normale, respectivement. Le mécanisme décisionnel consiste à comparer cette statistique à des seuils prédéfinis afin de déterminer le moment où le système bascule d'un régime normal vers un régime défaillant.

Pour chaque défaut r , un test de comparaison est effectué avec les autres hypothèses \mathcal{H}_s ($s \neq r$). La décision d'isoler le défaut r intervient lorsque :

$$N_r = \inf \left\{ t \geq 1 : \min_{s \neq r} [g_t(r, 0) - g_t(s, 0) - h_{r,s}] \geq 0 \right\}, \quad (4.22)$$

où $h_{r,s}$ est un seuil de décision établi en fonction d'un compromis entre rapidité de détection et minimisation des fausses alarmes. Le temps global de détection est défini par :

$$t_a = \min\{N_1, N_2, \dots, N_K\}, \quad (4.23)$$

et l'indice du défaut isolé correspond à :

$$\nu = \arg \min\{N_1, N_2, \dots, N_K\}. \quad (4.24)$$

Cette formulation mathématique offre une structure robuste pour la détection en temps réel tout en garantissant une isolation fiable des différents types de défauts.

Preuve d'Optimalité et Limites

Les analyses théoriques présentées dans la littérature (voir par exemple [87], [36]) démontrent que, sous des conditions idéales (notamment l'hypothèse d'observations iid), l'algorithme de Nikiforov atteint une optimalité en minimisant le retard moyen de détection sous contrainte sur le taux de fausse isolation. Cependant, plusieurs limites apparaissent :

- **Hypothèses restrictives** : Les résultats d'optimalité reposent souvent sur des hypothèses de linéarité et d'indépendance des observations, qui ne sont pas toujours vérifiées dans les systèmes réels.
- **Complexité computationnelle** : L'extension de la méthode aux cas multi-hypothèses peut augmenter la charge computationnelle, surtout lorsque le nombre de défauts potentiels K est élevé.
- **Absence de récursivité dans certains cas** : Comme le souligne Verdier [25], certaines implémentations de la méthode ne permettent pas une écriture récursive simple, limitant ainsi leur applicabilité en temps réel.

Ces points mettent en évidence l'intérêt d'enrichir l'algorithme par des techniques d'estimation avancées, notamment dans le cadre des systèmes non linéaires.

4.6.3 Intégration du Filtre Particulaire (PFEKF)

Approximation des Vraisemblances par Monte Carlo

Pour répondre aux défis posés par les systèmes non linéaires, l'algorithme de Nikiforov a été adapté en intégrant un filtre particulaire couplé aux équations de l'EKF (*Extended Kalman Filter*), formant ainsi le PFEKF. L'idée consiste à remplacer la vraisemblance conditionnelle de l'état $p_{\theta_r}(X_t | X_{1:t-1})$ par celle des observations $p_{\theta_r}(Y_t | Y_{1:t-1})$. Cette vraisemblance est alors approchée par une intégration de Monte Carlo :

$$\hat{p}_{\theta_r}(Y_t | Y_{1:t-1}) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_{\theta_r}(Y_t | x_t^{(i)}), \quad (4.25)$$

où $x_t^{(i)}$ désigne la i -ième particule échantillonnée selon la densité prédictive $p_{\theta_r}(x_t | Y_{1:t-1})$. Les poids $w_t^{(i)}$ associés à chaque particule permettent de corriger l'estimation en temps réel, tout en prenant en compte la non-linéarité du modèle d'observation. Ce couplage offre plusieurs avantages :

- **Robustesse face aux non-linéarités** : Le filtre particulaire permet de mieux modéliser les distributions complexes, souvent non gaussiennes, rencontrées dans les systèmes réels.
- **Flexibilité de l'approximation** : L'utilisation d'une approche par Monte Carlo facilite l'adaptation de la méthode à des scénarios variés, en modulant le nombre de particules N en fonction des exigences de précision et de temps de calcul.
- **Implémentation récursive** : La structure du filtre permet une mise à jour itérative des estimations, essentielle pour le traitement en ligne des données.

Étude de Cas : Simulation n°3 et Comparaison avec le Filtre Particulaire Standard

Afin d'illustrer l'efficacité de l'algorithme PFEKF dans le cadre de l'isolement des défauts, une simulation (simulation n°3) a été réalisée sur un système non linéaire représentatif d'un procédé industriel. Dans cette simulation, l'algorithme récursif de Nikiforov, basé sur le filtre PFEKF, a été mis en œuvre et comparé aux performances d'un filtre particulaire standard.

Les résultats obtenus montrent que :

- **Détection plus rapide** : Le PFEKF a permis une détection du changement d'état avec un délai moyen réduit, grâce à l'estimation plus précise de la vraisemblance conditionnelle.
- **Isolement plus fiable** : La capacité du PFEKF à gérer les non-linéarités a conduit à une diminution notable du taux de fausse isolation, améliorant ainsi la fiabilité globale du système.
- **Performance en temps réel** : Malgré une complexité computationnelle légèrement supérieure, l'implémentation du PFEKF a démontré une adaptabilité satisfaisante pour des applications en temps réel, en particulier lorsque le nombre de particules est optimisé en fonction des ressources disponibles.

L'analyse comparative met en exergue l'intérêt d'intégrer des techniques avancées d'estimation dans les algorithmes classiques de détection de défauts. Ces résultats ouvrent des perspectives pour l'amélioration continue des méthodes d'isolement, notamment par le biais de l'optimisation des paramètres de filtrage et de la réduction de la complexité algorithmique.

En conclusion, le sous-chapitre *Isolation des défauts* propose une approche complète et détaillée qui allie rigueur théorique et adaptation aux contraintes pratiques des systèmes industriels non linéaires. En combinant la généralisation de la règle CUSUM par l'algorithme de Nikiforov et l'intégration d'un filtre particulière EKF pour l'approximation des vraisemblances, cette méthode offre une solution efficace et robuste pour la détection et l'isolement des défauts, tout en laissant la voie ouverte à des améliorations futures par le biais de simulations et d'analyses comparatives approfondies.

4.7 Estimation du défaut

4.7.1 Estimation des défauts par GLR Améliorée par le filtre particulière

4.7.1.1 Motivation et Contexte

Dans la surveillance des systèmes dynamiques, la détection précoce des défauts est cruciale pour prévenir les défaillances et optimiser la maintenance prédictive. La méthode du rapport de vraisemblance généralisé

(GLR) s'est imposée comme une technique statistique efficace pour identifier les modifications de paramètres indicatrices d'un défaut. Toutefois, dans des environnements caractérisés par une non-linéarité marquée et un fort niveau de bruit, l'estimation précise de l'état caché demeure problématique. C'est dans ce contexte que l'intégration d'un filtre particulière, capable d'estimer de manière récursive la distribution de probabilité des états non observables, apparaît comme une solution prometteuse. La combinaison du GLR et du filtre particulière vise ainsi à renforcer la robustesse et la réactivité du diagnostic.

4.7.1.2 Fondements Théoriques et Formulation Mathématique

Le Test GLR : Le test GLR repose sur la comparaison de deux hypothèses :

- \mathcal{H}_0 : Le système opère en régime normal.
- \mathcal{H}_1 : Un défaut est survenu, modifiant les paramètres du système.

La vraisemblance des observations, notée

$$L(\theta) = p(y; \theta) \quad (4.26)$$

(avec θ représentant le vecteur des paramètres), est évaluée sous chacune des hypothèses. Le rapport de vraisemblance est alors défini par :

$$\Lambda(y) = \frac{\sup_{\theta \in \Theta_1} L(\theta)}{\sup_{\theta \in \Theta_0} L(\theta)} \quad (4.27)$$

La décision de détecter un défaut s'effectue si :

$$\Lambda(y) \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \gamma, \quad (4.28)$$

où γ est un seuil fixé en fonction du taux de fausse alarme acceptable.

Approche par Filtre Particulaire : Dans des systèmes non linéaires, la vraisemblance $L(\theta)$ dépend de l'état caché x_t dont la distribution est souvent complexe. Pour contourner cette difficulté, on exprime $L(\theta)$ sous forme d'intégrale :

$$L(\theta) = \int p(y | x, \theta) p(x) dx. \quad (4.29)$$

Le filtre particulière permet d'approximer numériquement cette intégrale par :

$$L(\theta) \approx \sum_{i=1}^N w_t^{(i)} p(y | x_t^{(i)}, \theta), \quad (4.30)$$

où $\{x_t^{(i)}, w_t^{(i)}\}_{i=1}^N$ représente l'ensemble des particules et leurs poids associés estimant la distribution $p(x_t | y_{1:t})$. Cette approche bayésienne améliore l'estimation de l'état caché et, par conséquent, permet de calculer un rapport GLR plus fiable, même en présence de non-linéarités et de bruit élevé.

4.7.1.3 Implémentation Hybride : Intégration du GLR et du Filtre Particulaire

L'implémentation de la méthode hybride se décompose en deux étapes principales :

1. Estimation de l'état par Filtre Particulaire :

- **Génération des particules** : À chaque instant t , N particules $\{x_t^{(i)}\}_{i=1}^N$ sont générées à partir de la distribution de transition du système.
- **Mise à jour des poids** : Les poids $w_t^{(i)}$ sont mis à jour en fonction de la vraisemblance des observations, c'est-à-dire

$$w_t^{(i)} \propto p(y_t | x_t^{(i)}, \theta). \quad (4.31)$$

2. Calcul du rapport GLR :

- À l'aide de l'estimation fournie par le filtre particulaire, on calcule la vraisemblance approximative $L(\theta)$ via la somme pondérée présentée précédemment.
- Le rapport $\Lambda(y)$ est ensuite évalué et comparé au seuil γ . Une détection de défaut est déclarée lorsque $\Lambda(y) > \gamma$.

4.7.1.4 Application sur un Exemple Numérique

1. Description du Modèle non linéaire

Supposons un système dont la dynamique est donnée par :

$$x_n = x_{n-1} + 0.1 x_{n-1} \left(1 - \frac{x_{n-1}}{10}\right) + d + \sigma_w \epsilon_n, \quad (4.32)$$

$$y_n = x_n^2 + \sigma_v \nu_n, \quad (4.33)$$

où :

- x_n est l'état à l'instant n ,

- y_n est l'observation à l'instant n ,
- d représente le défaut injecté (biais ajouté à partir d'un instant déterminé),
- σ_w est l'écart-type du bruit de processus, et $\epsilon_n \sim \mathcal{N}(0, 1)$ est un bruit gaussien,
- σ_v est l'écart-type du bruit d'observation, et $\nu_n \sim \mathcal{N}(0, 1)$ est un bruit gaussien.

où ν_t et ω_t sont des bruits blancs gaussiens. Un défaut peut être modélisé par une variation soudaine dans le paramètre associé à u_t ou une modification de la dynamique non linéaire.

2. Mise en œuvre de la Méthode Hybride

Estimation par Filtre Particulaire (FP) : On génère N particules pour approximer $p(x_t | y_{1:t})$ et on met à jour les poids selon la vraisemblance des observations.

Calcul du GLR : À chaque instant, le rapport de vraisemblance est calculé en utilisant l'approximation donnée par le FP. La détection du défaut est effectuée dès que le rapport $\Lambda(y)$ dépasse le seuil γ .

3. Analyse des Résultats

Les résultats des simulations obtenus reposent sur une approche hybride combinant un filtre particulaire avec un test de rapport de vraisemblance (GLR) pour l'estimation de l'état du système et la détection d'anomalies. La simulation, appliquée à un système non linéaire modélisé par une croissance logistique perturbée, permet d'analyser simultanément la performance de l'estimation et la capacité de détection d'un défaut injecté à partir d'un instant déterminé.

Estimation de l'état et du défaut : La Figure 4.1 illustre l'estimation du défaut réalisée par la méthode GLR basée sur le filtre particulaire. Avant l'injection du défaut, l'estimation reste stable et proche de zéro, indiquant un suivi fidèle du comportement normal du système. Dès que le défaut est injecté, l'estimation converge progressivement vers la valeur du défaut.

Ce comportement démontre la capacité du filtre à capturer et à suivre l'évolution de l'anomalie, reflétant ainsi une estimation de l'état globalement satisfaisante, comme en témoigne une erreur quadratique moyenne (RMSE) de 0,355.

Détection du défaut : La Figure 4.2 met en évidence la détection du défaut via la statistique GLR. En conditions normales, cette statistique demeure faible, puis augmente de manière significative dès l'apparition du défaut, dépassant le seuil de détection prédéfini. Notons que le défaut a été injecté à l'instant 50 et a été détecté à l'instant 55, soit un délai de 5 unités de temps, ce qui, bien que court, est crucial pour des applications en temps réel. Par ailleurs, le taux de fausses alarmes étant nul, la méthode présente une excellente spécificité. Cependant, le taux de défauts non détectés s'établit à 41,2 %, indiquant que près de 41,2 % des instants pendant lesquels le défaut est présent n'ont pas été correctement identifiés par le mécanisme de détection. Ce constat suggère que, malgré une bonne précision de l'estimation et une spécificité remarquable, des améliorations restent envisageables afin d'accroître la sensibilité du test GLR.

En somme, la méthode proposée offre une estimation robuste de l'état du système ainsi qu'une détection rapide des anomalies, tout en évitant les fausses alarmes. Néanmoins, le taux de défauts non détectés souligne la nécessité d'optimiser le test GLR, soit par un ajustement de sa formulation, soit par une meilleure gestion du bruit. Ces pistes d'amélioration pourraient renforcer l'efficacité du système dans des contextes d'application exigeants en termes de réactivité et de fiabilité.

4.7.1.5 Application au Système Réel

Présentation et Modélisation du Système

Le système réel étudié est un robot à joint flexible, caractérisé par une dynamique non linéaire complexe. La modélisation peut être représentée par un ensemble d'équations différentielles :

$$\dot{\phi}_m = \omega_m, \quad (4.34)$$

$$\dot{\omega}_m = \frac{k}{J_m}(\phi_l - \phi_m) - \frac{B}{J_m}\omega_m + \frac{K_\tau}{J_m}(1 - \theta)u, \quad (4.35)$$

$$\dot{\phi}_l = \omega_l, \quad (4.36)$$

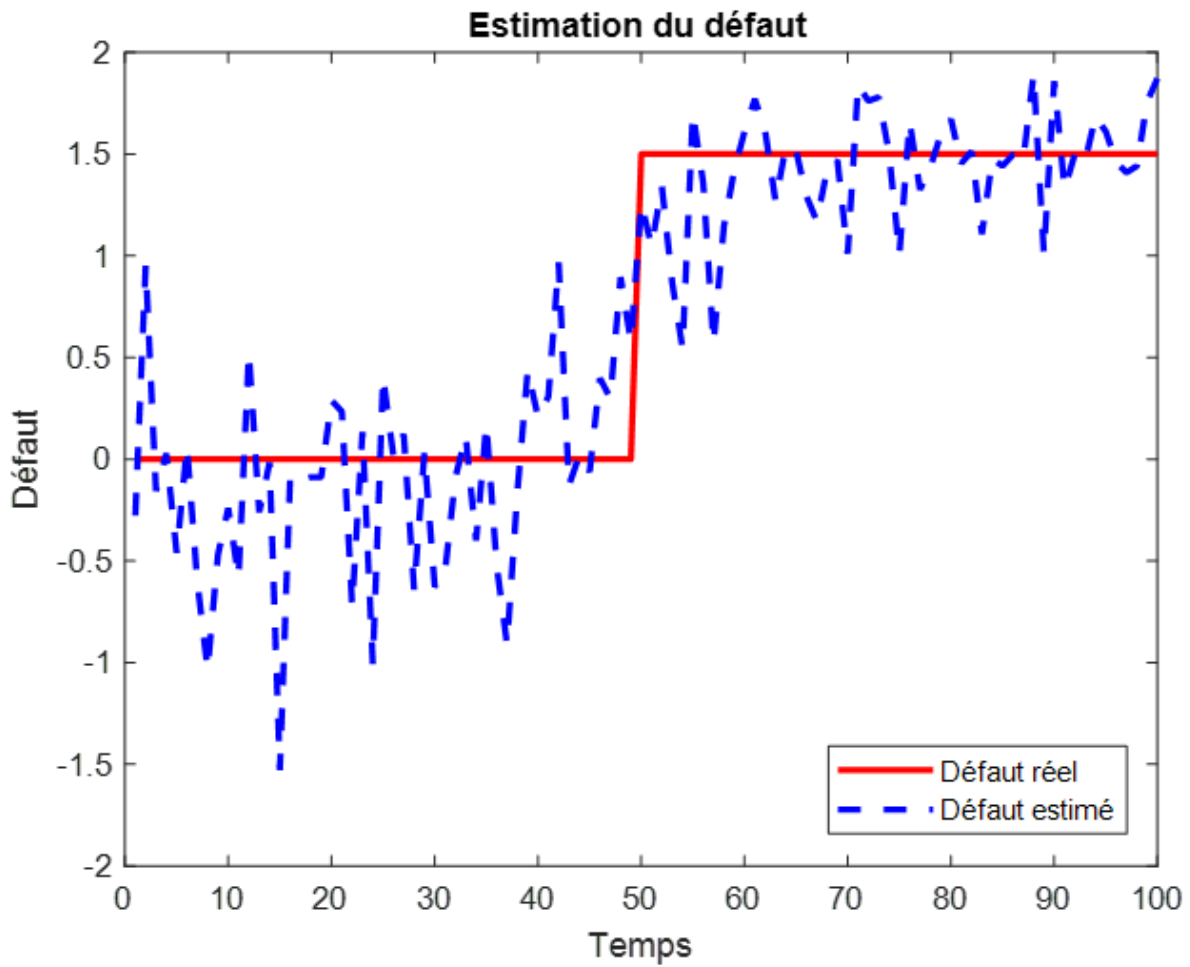


FIG. 4.1 : Estimation de défaut par la méthode GLR baser sur le filtre PF, appliquée à un exemple numérique

$$\dot{\omega}_l = -\frac{k}{J_l}(\phi_l - \phi_m) - \frac{mgh}{J_l} \sin(\phi_l), \quad (4.37)$$

où les variables d'état sont :

- ϕ_m : Angle du moteur (position angulaire du moteur).
- ω_m : Vitesse angulaire du moteur.
- ϕ_l : Angle de la charge ou du lien (position angulaire du bras/charge).
- ω_l : Vitesse angulaire de la charge.

Paramètres du système :

- k : Raideur du joint (constante de ressort).

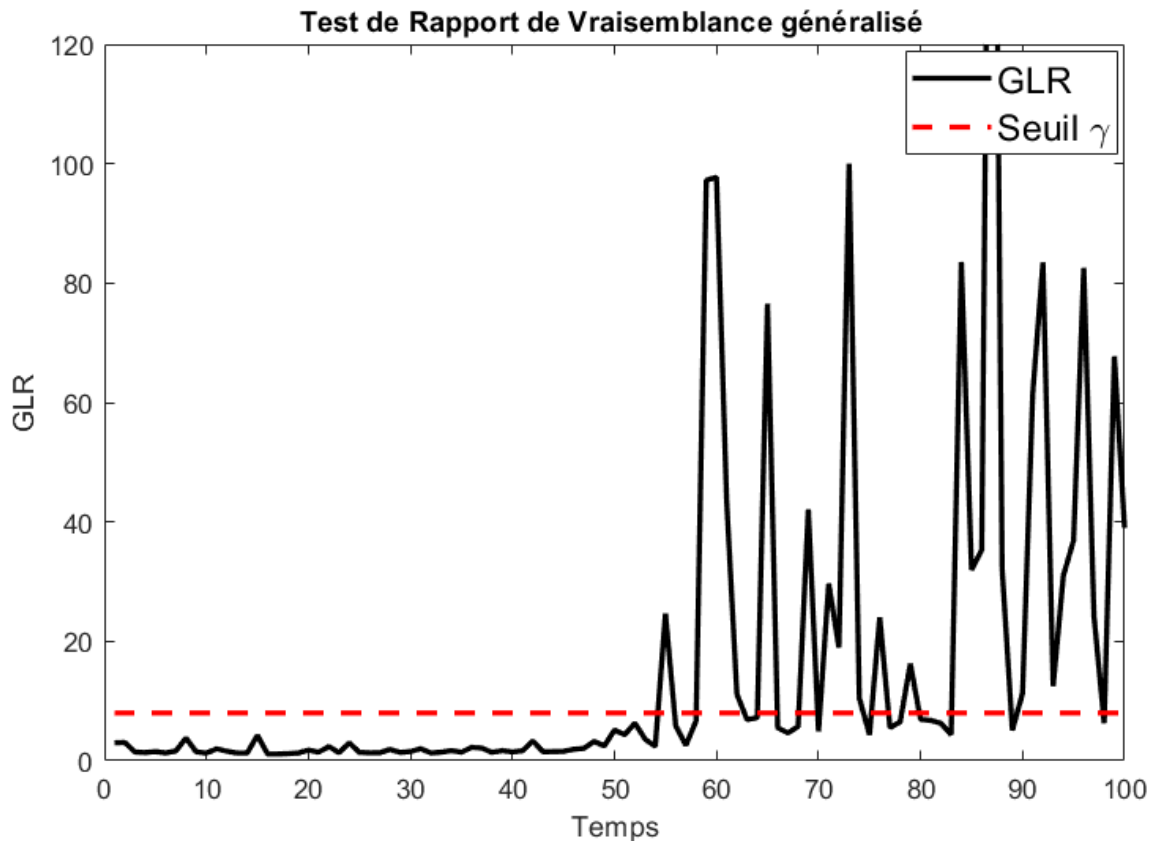


FIG. 4.2 : La détection de défaut par test de GLR basé sur le filtre PF, appliquée à un exemple numérique

- J_m : Moment d'inertie du moteur.
- B : Coefficient d'amortissement du moteur.
- K_τ : Constante de couple du moteur.
- θ : Variable associée au défaut actionneur (par exemple, elle peut moduler l'effet du défaut).
- u : Entrée de commande (signal de contrôle appliqué au système).
- J_l : Moment d'inertie de la charge (ou du lien).
- mgh : Terme représentant l'effet gravitationnel (produit de la masse m , de l'accélération due à la gravité g et d'une hauteur caractéristique h).

Implémentation de la Méthode Améliorée

a) **Filtre Particulaire pour l'Estimation** : L'algorithme FP est utilisé pour estimer la distribution des états $(\theta, \omega, \theta_f, \omega_f)$ en temps réel.

b) **Test GLR Adapté** : Le GLR est appliqué en temps réel en utilisant les estimations fournies par le FP, permettant de détecter une variation subite des paramètres qui indiquerait la présence d'un défaut (par exemple, une anomalie dans la réponse dynamique du système).

c) **Résultats et Discussion** L'analyse des Figures 4.3 et 4.4 met en évidence que, avant l'injection du défaut, l'estimation reste proche de zéro et la statistique GLR demeure inférieure au seuil de détection. Cependant, dès l'introduction du défaut, la statistique GLR augmente de manière significative, dépassant le seuil et déclenchant une alerte.

En conclusion, bien que l'approche hybride présente une robustesse et une bonne spécificité, des améliorations sont encore nécessaires pour mieux estimer le défaut et optimiser la sensibilité du test GLR.

4.7.2 Estimation des défauts par filtre PFEKF

4.7.2.1 Introduction et Contexte

La détection et l'estimation précises des défauts dans les systèmes dynamiques non linéaires représentent un enjeu majeur en automatique et en ingénierie. Ces systèmes, souvent complexes, nécessitent des méthodes robustes pour garantir un fonctionnement optimal malgré la présence d'incertitudes et de perturbations. Dans ce contexte, le filtre PFEKF (Particle Filter with Extended Kalman Filter) apparaît comme une solution innovante permettant d'estimer de manière conjointe les états du système et les paramètres associés aux défauts.

L'objectif de ce sous-chapitre est de présenter en détail la méthodologie, l'implémentation et les résultats expérimentaux de cette approche. La section débutante introduit la motivation et les principes théoriques, suivie d'une description détaillée de la modélisation du système et des algorithmes utilisés. Nous proposons également une interprétation graphique approfondie de la figure issue de l'estimation, ainsi qu'une application concrète sur des systèmes réels, incluant des exemples issus de la robotique et de l'industrie.

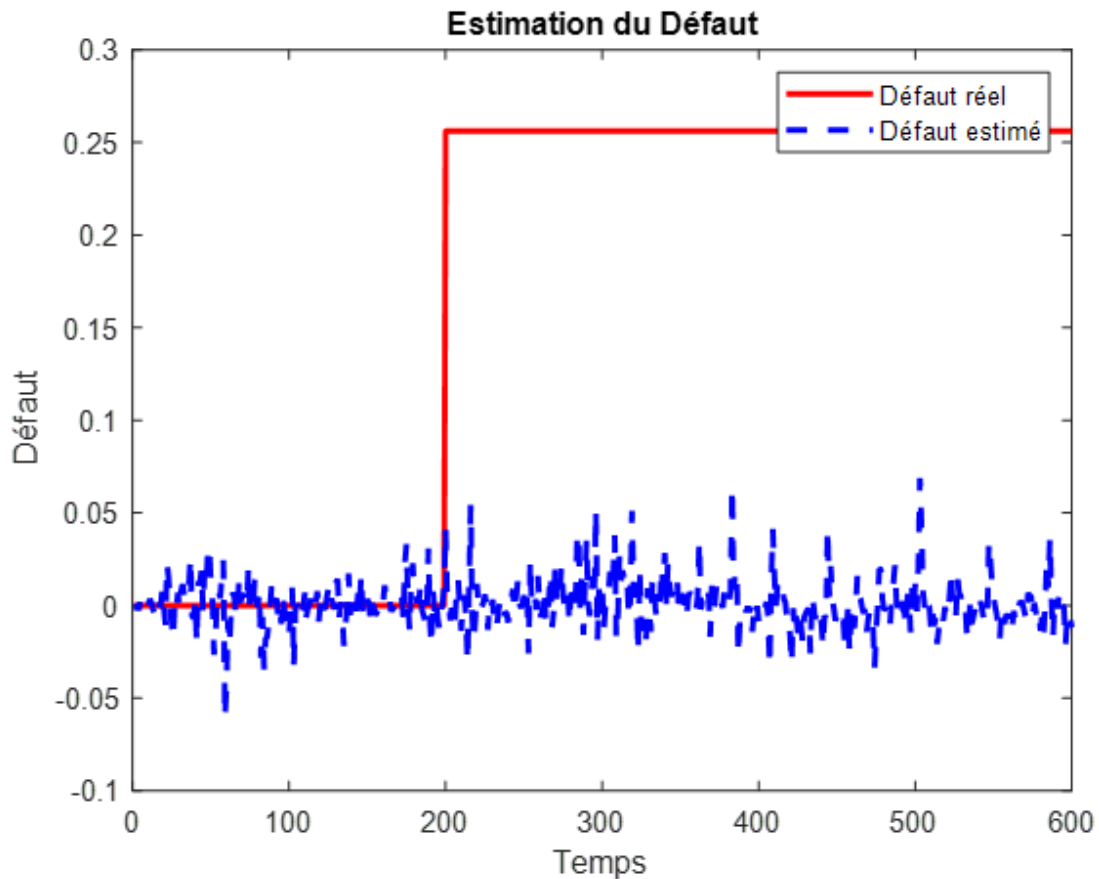


FIG. 4.3 : Estimation de défauts par la méthode GLR basée sur le filtre PF, appliquée au système réel

4.7.2.2 Modélisation du Système et des Défauts

Pour modéliser un système dynamique non linéaire, nous considérons le modèle suivant :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \boldsymbol{\theta}(t)) + \mathbf{w}(t), \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{v}(t), \end{cases} \quad (4.38)$$

où :

- $\mathbf{x}(t)$ représente le vecteur d'état du système,
- $\mathbf{u}(t)$ est l'entrée de commande,
- $\mathbf{y}(t)$ désigne la sortie mesurée,
- $\boldsymbol{\theta}(t)$ contient les paramètres représentant les défauts (qu'ils soient de nature additive ou multiplicative),

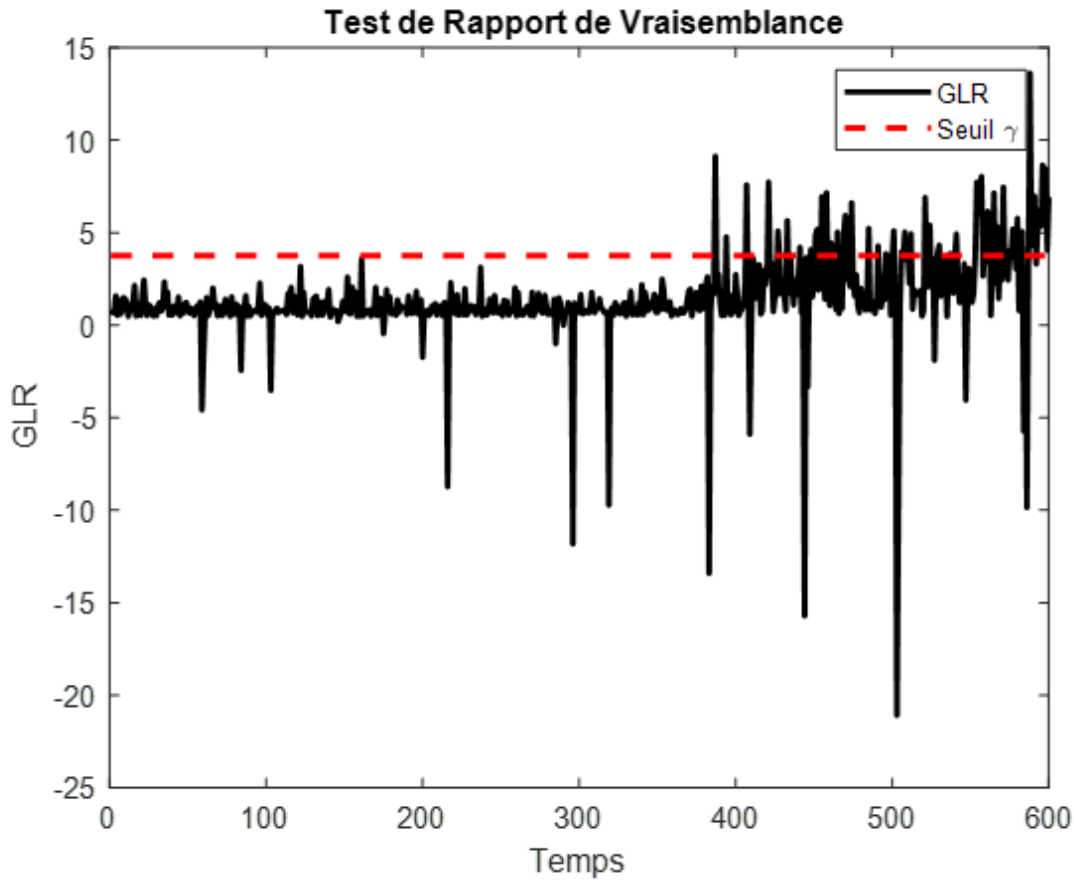


FIG. 4.4 : Détection de défauts par test GLR basé sur le filtre PF, appliqué au système réel

- $\mathbf{w}(t)$ et $\mathbf{v}(t)$ symbolisent les bruits respectifs de processus et de mesure.

Pour intégrer explicitement la détection des défauts, le filtre PFEKF utilise un vecteur d'état augmenté :

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \boldsymbol{\theta} \end{bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \tilde{\mathbf{w}}(t). \quad (4.39)$$

Cette formulation assure une estimation simultanée des variables d'état et des paramètres de défaut, tout en permettant d'adapter la linéarisation autour de la trajectoire estimée afin de mieux gérer les non-linéarités et les incertitudes inhérentes.

4.7.2.3 Détails de l'Algorithme PFEKF

Le filtre PFEKF s'appuie sur une double approche combinant les avantages des filtres particuliers et du filtre de Kalman étendu. L'algorithme se divise en deux phases principales :

1. **Phase de Prédiction** : La prédiction de l'état augmenté est réalisée en intégrant l'évolution dynamique du système. Mathématiquement, on écrit :

$$\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} = \hat{\mathbf{z}}_{k-1|k-1} + \int_{t_{k-1}}^{t_k} \mathbf{F}(\hat{\mathbf{z}}(t), \mathbf{u}(t)) dt, \quad (4.40)$$

où \mathbf{F} est la matrice jacobienne du système augmenté. Cette étape permet de projeter la dynamique du système dans l'intervalle de temps considéré.

2. **Phase de Mise à Jour** : La correction de l'estimation est effectuée par la mise à jour basée sur la mesure disponible :

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}^\top \left(\mathbf{H} \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}^\top + \mathbf{R} \right)^{-1}, \quad (4.41)$$

$$\hat{\mathbf{z}}_{k|k} = \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \left(\mathbf{y}_k - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}) \right), \quad (4.42)$$

avec \mathbf{H} représentant la jacobienne de la fonction de mesure et \mathbf{P} la matrice de covariance de l'erreur d'estimation. Cette étape corrige la prédiction en tenant compte des observations, réduisant ainsi l'écart par rapport à la réalité.

L'utilisation combinée de ces deux phases permet au filtre PFEKF de s'adapter efficacement aux variations brusques et aux incertitudes du système, tout en atténuant le bruit et en assurant une convergence progressive vers la véritable valeur des défauts.

4.7.2.4 Résultats Numériques et Discussion

Afin de valider l'efficacité du filtre PFEKF, une simulation numérique a été réalisée sur un système non linéaire défini par :

$$x_n = x_{n-1} + 0.1 x_{n-1} \left(1 - \frac{x_{n-1}}{10} \right) + d + \sigma_w, \quad (4.43)$$

$$y_n = x_n^2 + \sigma_v \nu_n. \quad (4.44)$$

Dans cette configuration, un défaut est injecté à un instant déterminé t_d , permettant ainsi d'observer la capacité du filtre à détecter et estimer l'anomalie. Les indicateurs de performance tels que l'erreur quadratique moyenne (RMSE), le temps de convergence et le temps d'exécution sont comparés à ceux d'un estimateur GLR (Generalized Likelihood Ratio). Les résultats montrent que :

- **RMSE** : Le RMSE diminue drastiquement avec le PFEKF (en passant de 0.355 pour GLR à environ 0.09 pour PFEKF avec $N = 200$), illustrant une meilleure précision de l'estimation.
- **Temps de Convergence** : Le temps de convergence est significativement réduit (de 14 à 2 unités de temps) lorsque le paramètre N augmente, bien que cela induise un compromis avec la complexité computationnelle.
- **Temps d'Exécution** : Le temps d'exécution augmente en fonction de la granularité de l'algorithme, passant de 9 ms à 35 ms, ce qui souligne l'importance de l'optimisation pour des applications en temps réel.

Ces résultats confirment que le filtre PFEKF constitue une méthode performante pour l'estimation des défauts, en offrant un bon compromis entre précision, temps de convergence et charge computationnelle.

Interprétation Graphique

La figure 4.5 illustre l'évolution du paramètre de défaut au cours du temps en comparant la **valeur réelle du défaut** (x_{true} , ligne continue noire) et son **estimation** (x_{est} , courbe pointillée bleue) obtenue à l'aide du filtre **PFEKF** (Particle Filter with Extended Kalman Filter).

Dans une première phase, avant $t = 50$, la valeur estimée reste très proche de la valeur réelle, indiquant que le filtre ne détecte aucun défaut majeur. Cependant, à $t \approx 50$, la vraie valeur du défaut subit une variation brusque, marquant l'apparition soudaine d'une anomalie. L'estimation du filtre suit cette transition avec un léger retard et une montée plus progressive, caractéristique du processus de filtrage qui cherche à lisser les variations brusques et à minimiser l'impact du bruit.

Après cette transition, entre $t = 50$ et $t = 100$, l'estimation du défaut (x_{est}) oscille autour de la valeur réelle (x_{true}), traduisant l'effet du modèle probabiliste utilisé par le filtre PFEKF. Ces fluctuations sont dues aux incertitudes et aux ajustements progressifs du filtre pour converger vers une estimation stable.

En conclusion, cette figure démontre l'efficacité du filtre PFEKF dans la détection et l'estimation du défaut, bien que des ajustements supplémentaires des paramètres du filtre puissent permettre d'améliorer la réactivité et la précision de l'estimation.

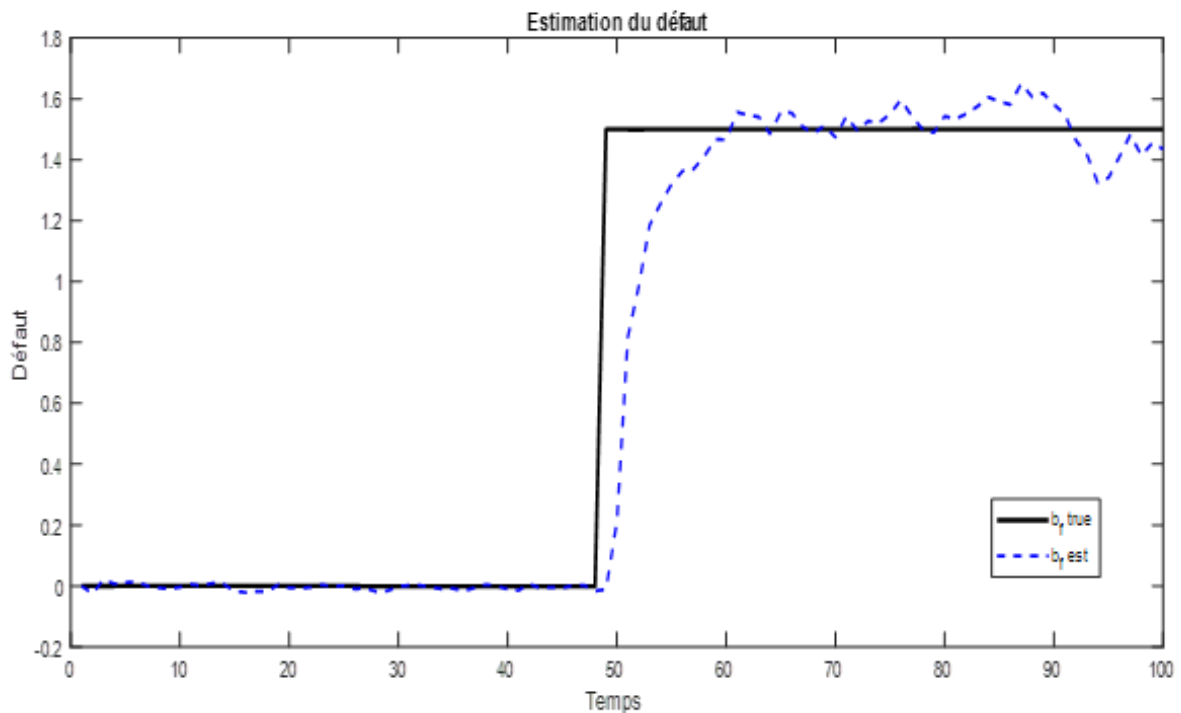


FIG. 4.5 : Estimation de défaut par la méthode PFEKF, appliquée à un exemple numérique

4.7.2.5 Application aux Systèmes Réels

La mise en œuvre du filtre PFEKF ne se limite pas aux simulations numériques. Dans le cadre d'applications réelles, la méthode a été testée sur plusieurs plateformes :

- **Robot à Joint Flexible (Single-Link Flexible Joint Robot System)** : La modélisation complète du robot a été présentée dans une section antérieure. L'application du filtre PFEKF permet d'estimer et de détecter avec précision un défaut affectant l'actionneur, ce qui est crucial pour le diagnostic et la maintenance préventive du système. Les résultats et leur discussion détaillée sont disponibles dans la Simulation 5, où l'efficacité du filtre est clairement démontrée.
- **Système Industriel CSTR** : Par ailleurs, une autre application a été réalisée sur un système industriel de type CSTR (Continuous Stirred Tank Reactor). Dans ce cas, le filtre PFEKF a été utilisé pour détecter simultanément deux types de défauts : l'un affectant l'actionneur et l'autre le capteur. Les résultats expérimentaux de cette application, présentés dans la Simulation 6, soulignent la capacité de la méthode à gérer

plusieurs anomalies en temps réel dans des environnements industriels complexes.

Ces applications concrètes illustrent la polyvalence et la robustesse du filtre PFEKF, capable de s'adapter à des scénarios variés allant de la robotique à l'industrie, tout en offrant des performances comparables voire supérieures aux méthodes classiques de diagnostic.

4.8 Conclusion

Le chapitre 4 a permis d'explorer en profondeur l'application de techniques avancées de filtrage, en particulier le filtre PFEKF, pour l'estimation et la détection des défauts dans des systèmes dynamiques non linéaires. Les travaux présentés démontrent que l'intégration d'un vecteur d'état augmenté, incluant les paramètres de défaut, permet non seulement une estimation simultanée des états et des anomalies, mais également une meilleure gestion des incertitudes et des perturbations inhérentes aux systèmes complexes.

Les résultats numériques issus des simulations montrent clairement que, par rapport à des méthodes classiques telles que le test GLR, le filtre PFEKF offre une amélioration significative en termes de précision (avec une réduction notable du RMSE), ainsi qu'un temps de convergence optimisé. Ces performances, quoique parfois assorties d'un léger retard dans la réponse et d'oscillations résiduelles, illustrent le compromis intrinsèque entre la robustesse du filtrage et la réactivité du système. L'analyse graphique intégrée au chapitre vient corroborer ces constats en mettant en évidence la capacité du filtre à suivre la dynamique réelle du défaut, tout en atténuant efficacement le bruit.

Par ailleurs, les applications pratiques sur des systèmes réels, tels que le Single-Link Flexible Joint Robot System et le système industriel CS-TR, attestent de la polyvalence et de la pertinence de cette approche pour des diagnostics en temps réel. Ces études de cas soulignent également l'importance d'un ajustement fin des paramètres du filtre pour répondre aux exigences spécifiques de chaque application, ouvrant ainsi des perspectives pour des améliorations futures, notamment par l'optimisation algorithmique ou l'intégration de stratégies d'adaptation dynamique.

En conclusion, le chapitre 4 contribue de manière significative à l'état de l'art en diagnostic des défauts, en proposant une méthodologie innovante

et rigoureuse qui allie performance, robustesse et applicabilité industrielle. Ces travaux posent les bases pour de futures recherches, notamment dans l'optimisation des filtres hybrides et l'extension de ces techniques à des systèmes encore plus complexes, consolidant ainsi l'importance du filtrage particulaire dans le domaine de l'automatique et du diagnostic des défaillances.

Chapitre 5

Résultats et discussion

5.1 Simulation 1 : Évaluation Comparative sur un Système Non Linéaire de Référence

Afin d'évaluer rigoureusement les performances de l'approche de détection de défauts basée sur le PFEKF (Particle Filter Extended Kalman Filter) proposée, nous utilisons un modèle d'état non linéaire fréquemment employé comme système de référence (benchmark) dans la littérature sur l'estimation d'état et le diagnostic. Ce modèle est régi par les équations d'état et de mesure suivantes :

$$x_{t+1} = 0.5x_t + a \frac{x_t}{1 + x_t^2} + b \cos(1.2(t + 1)) + w_t \quad (5.1)$$

$$y_t = \frac{x_t^2}{c} + v_t \quad (5.2)$$

où x_t représente l'état du système à l'instant t , et y_t est la mesure correspondante. L'état initial x_0 est supposé suivre une distribution gaussienne $\mathcal{N}(0, 0.5)$. Les termes w_t et v_t représentent respectivement le bruit de processus et le bruit de mesure. Dans un premier temps, ces bruits sont modélisés comme des bruits blancs gaussiens, mutuellement indépendants, de moyennes nulles et de variances respectives Q_w et Q_v , soit $w_t \sim \mathcal{N}(0, Q_w)$ et $v_t \sim \mathcal{N}(0, Q_v)$. En régime nominal (absence de défaut), les paramètres du modèle sont fixés à $a = 25$, $b = 8$ et $c = 20$. La variance nominale du bruit de mesure est $Q_v = 10$, tandis que celle du bruit de processus, Q_w , sera initialement fixée à 1 puis variée pour tester la robustesse.

L'objectif principal de cette simulation est de comparer l'efficacité de notre méthode PFEKF pour la détection de défauts avec celle d'une approche alternative basée sur un filtre particulaire dit "intelligent" (IPF),

telle que présentée dans [79]. Cette comparaison est menée sur ce système dynamique fortement non linéaire, en considérant à la fois des bruits gaussiens et non gaussiens, afin d'évaluer la robustesse des algorithmes dans des conditions variées et exigeantes.

Deux scénarios de défauts distincts sont simulés :

- **Défaut d'actionneur** : Ce défaut est modélisé par une modification abrupte du paramètre a , passant de sa valeur nominale de 25 à une valeur défailante de 125 à un instant t_f .
- **Défaut de capteur** : Ce scénario implique une altération du paramètre c dans l'équation de mesure, qui passe de sa valeur nominale de 20 à une valeur défailante de 10 à l'instant t_f .

La détection de ces défauts repose sur l'analyse de statistiques de test dérivées des estimateurs. Les seuils de détection associés sont soigneusement déterminés par une procédure itérative visant à satisfaire des critères de performance stricts : un taux de fausses alarmes (FAR) nul et un taux de non-détection (MDR) nul dans les conditions nominales et défailantes évaluées.

Deux études de cas principales sont conduites, différenciées par la nature du bruit affectant le système :

- **Cas 1 : Bruits Gaussiens** : Le système opère sous l'influence des bruits gaussiens w_t et v_t définis précédemment. L'objectif est d'évaluer la performance des méthodes PFEKF et IPF dans ce contexte classique.
- **Cas 2 : Bruit de Processus Non Gaussien** : Le bruit de processus w_t est remplacé par un bruit non gaussien (suivant une loi Gamma), tandis que le bruit de mesure v_t reste gaussien. Cette configuration permet de tester la robustesse des algorithmes face à des distributions de bruit plus complexes, souvent rencontrées en pratique.

Ces simulations fourniront des éléments quantitatifs pour comparer la robustesse et la fiabilité des approches PFEKF et IPF dans la détection de défauts au sein de systèmes non linéaires soumis à différentes conditions de bruit.

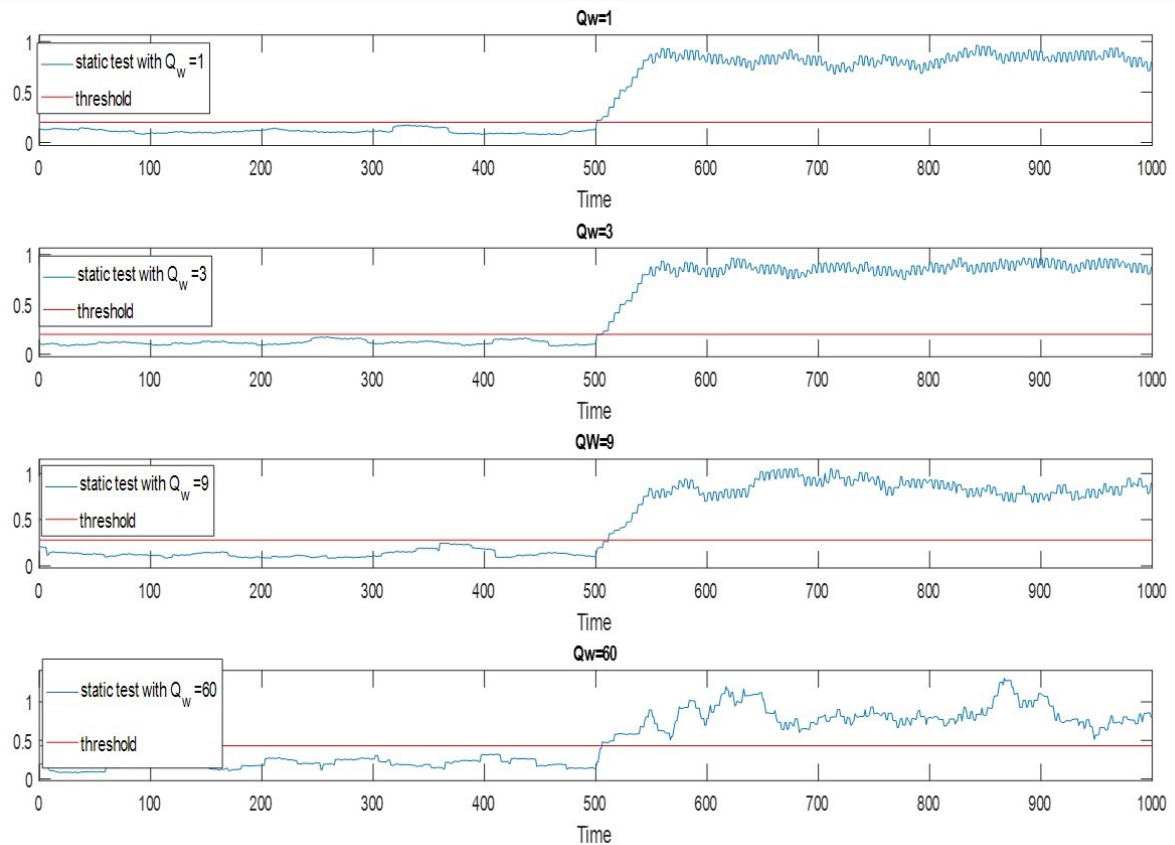


FIG. 5.1 : Statistique de test pour le défaut d'actionneur (Cas 1) avec PFEKF pour différentes valeurs de Q_w .

5.1.1 Étude de Cas 1 : Défaut d'Actionneur sous Bruit Gaussien et Robustesse à la Variance du Bruit de Processus

Dans cette première étude, nous analysons la capacité des méthodes à détecter un défaut d'actionneur survenant à $t_f = 501$ s. Le paramètre a évolue selon :

$$a(t) = \begin{cases} 25 & \text{si } t \leq 500 \text{ s (Régime nominal)} \\ 125 & \text{si } 500 \text{ s} < t \leq 1000 \text{ s (Régime défaillant)} \end{cases} \quad (5.3)$$

Le bruit de mesure v_t est gaussien avec une variance $Q_v = 2$ maintenue constante. Pour évaluer la robustesse à l'incertitude sur la dynamique du système, nous faisons varier la variance du bruit de processus Q_w , en considérant les valeurs $Q_w \in \{1, 3, 9, 60\}$.

Les résultats obtenus avec la méthode PFEKF pour la statistique de test associée sont présentés à la Figure 5.1. Pour des variances $Q_w \in \{1, 3, 9\}$, nos résultats corroborent ceux rapportés dans [79] pour la méthode IPF : le défaut est correctement détecté sans fausse alarme ni non-détection par

les deux approches (sous réserve d'un réglage approprié des seuils). Cependant, une divergence significative apparaît pour $Q_w = 60$. Alors que la référence [79] indique que la méthode IPF échoue à détecter le défaut dans ces conditions (probablement en raison d'une statistique de test masquée par le bruit élevé), notre approche PFEKF parvient toujours à identifier clairement le défaut sans générer de fausses alarmes, comme l'illustre la Figure 5.1.

Cette observation suggère une meilleure robustesse de l'approche PFEKF vis-à-vis des variations (ou d'une potentielle surévaluation) de la variance du bruit de processus, comparativement à la méthode IPF de référence [79].

5.1.2 Étude de Cas 2 : Défaut de Capteur sous Bruit de Processus Non Gaussien (Gamma)

La seconde étude évalue les performances en présence d'un bruit de processus non gaussien. Nous remplaçons le bruit gaussien w_t de l'équation d'état (5.1) par un bruit suivant une distribution Gamma, $w_t \sim \Gamma(A, B)$, où A est le paramètre de forme (shape) et B est le paramètre d'échelle (scale). Le bruit de mesure v_t reste gaussien avec $Q_v = 2$.

Dans ce scénario, nous simulons un défaut de capteur affectant le paramètre c , survenant également à $t_f = 501$ s :

$$c(t) = \begin{cases} 20 & \text{si } t \leq 500 \text{ s} \quad (\text{Régime nominal}) \\ 10 & \text{si } 500 \text{ s} < t \leq 1000 \text{ s} \quad (\text{Régime défaillant}) \end{cases} \quad (5.4)$$

TAB. 5.1 : Configurations pour le Cas 2 (Bruit Gamma).

Test	A (Forme)	B (Échelle)	Q_v
1	3	0.5	2
2	3	2	2
3	3	4	2

Trois tests sont réalisés en faisant varier le paramètre d'échelle B de la distribution Gamma ($B \in \{0.5, 2, 4\}$), tout en maintenant le paramètre de forme $A = 3$ et la variance du bruit de mesure $Q_v = 2$. Les configurations spécifiques sont détaillées dans le Tableau 5.1.

Les statistiques de test résultantes pour la méthode PFEKF sont tracées sur la Figure 5.2. Pour les valeurs d'échelle $B = 0.5$ et $B = 2$, les

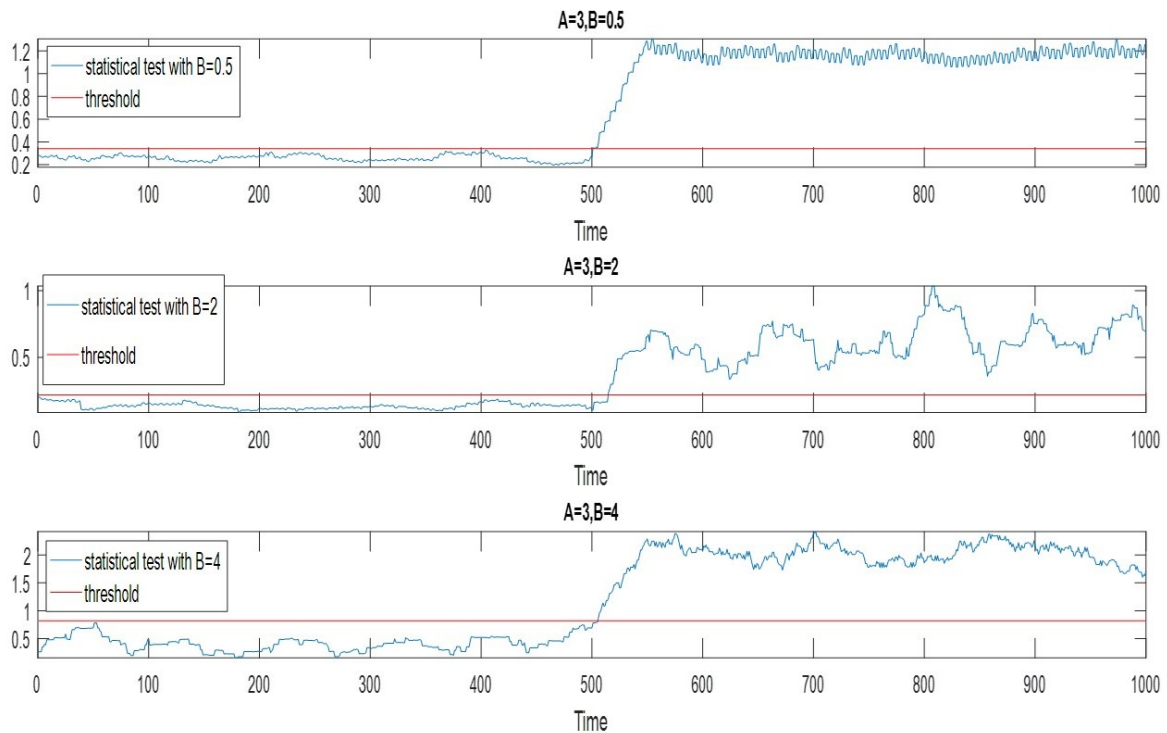


FIG. 5.2 : Statistique de test pour le défaut de capteur (Cas 2) avec PFEKF pour différentes valeurs de B (bruit Gamma).

performances observées sont cohérentes avec celles rapportées pour l'IPF dans [79], les deux méthodes parvenant à détecter le défaut de capteur. Toutefois, pour la valeur la plus élevée $B = 4$, qui correspond à un bruit de processus plus "impulsif" ou à queue lourde, la méthode IPF, selon [79], souffre d'un taux de non-détection élevé (qualifié de "False" dans leur analyse binaire). En revanche, comme le montre la Figure 5.2, notre approche PFEKF continue de détecter le défaut de manière fiable, sans fausses alarmes ni non-détections apparentes, même dans cette condition difficile.

Ce résultat souligne la capacité de l'approche PFEKF à gérer efficacement les bruits de processus non gaussiens, y compris ceux présentant des caractéristiques qui dégradent les performances de l'IPF, démontrant ainsi une robustesse accrue face à la nature de la distribution du bruit.

5.1.3 Synthèse Comparative des Performances

Le Tableau 5.2 synthétise les résultats comparatifs des performances de détection pour les deux méthodes (PFEKF et IPF, cette dernière basée sur les conclusions de [79]) sur l'ensemble des tests conduits. Pour une lecture directe, nous adoptons une évaluation binaire : "Succès" indique que

le critère de performance (FAR=0 et MDR=0 pour le seuil choisi) est atteint, tandis qu' "Échec" signifie que ce critère n'est pas satisfait (présence de fausses alarmes ou de non-détections significatives rapportées ou observées).

TAB. 5.2 : Comparaison des performances entre les méthodes PFEKF et IPF . "Succès" indique l'atteinte du critère (FAR=0, MDR=0), "Échec" indique le contraire.

Scénario de Test	Conditions Spécifiques	PFEKF	IPF
<i>Cas 1 :</i> Défaut Actionneur	Test 1 : $Q_v = 2, Q_w = 1$	Succès	Succès
	Test 2 : $Q_v = 2, Q_w = 3$	Succès	Succès
	Test 3 : $Q_v = 2, Q_w = 9$	Succès	Succès
	Test 4 : $Q_v = 2, Q_w = 60$	Succès	Échec
<i>Cas 2 :</i> Défaut Capteur	Test 1 : $Q_v = 2, A = 3, B = 0.5$	Succès	Succès
	Test 2 : $Q_v = 2, A = 3, B = 2$	Succès	Succès
	Test 3 : $Q_v = 2, A = 3, B = 4$	Succès	Échec

L'analyse de ce tableau confirme les observations précédentes. Pour le défaut d'actionneur sous bruit gaussien (Cas 1), la méthode PFEKF maintient des performances optimales (aucun échec) sur toute la plage de variances Q_w testée, y compris la valeur élevée de 60 pour laquelle l'IPF est rapporté comme défaillant.

De même, pour le défaut de capteur sous bruit de processus non gaussien (Cas 2), le PFEKF réussit dans les trois configurations de bruit Gamma, notamment pour le paramètre d'échelle $B = 4$ où l'IPF montre ses limites.

En conclusion de cette première série de simulations, l'approche de détection de défauts basée sur le PFEKF démontre une robustesse supérieure à celle de la méthode IPF de référence [79], à la fois vis-à-vis d'une augmentation significative de la variance du bruit de processus gaussien et face à la présence d'un bruit de processus non gaussien de type Gamma avec des caractéristiques d'échelle variables. Ces résultats suggèrent que le PFEKF constitue une alternative plus fiable pour le diagnostic dans des conditions opérationnelles incertaines ou non idéales.

5.2 Simulation 2 : Évaluation de Stratégies de Seuillage et Analyse de Sensibilité Paramétrique

Cette seconde série de simulations vise à approfondir l'analyse de la phase de décision dans le processus de diagnostic, en complément de l'étape

d'estimation assurée par le PFEKF. Nous nous intéressons spécifiquement à l'efficacité des stratégies de seuillage pour la détection de défauts. Pour ce faire, nous utilisons le même modèle d'état non linéaire de référence défini par les équations (5.1) et (5.2) (présenté en Section 5.1), mais en considérant un scénario multi-hypothèses impliquant des défauts paramétriques, tel que proposé dans [25].

Quatre modes opératoires distincts sont considérés, définis par différentes valeurs des paramètres $\theta = [a, b]$:

- **Hypothèse H_0** (Mode Nominal) : $\theta_0 = [a_0, b_0] = [25, 8]$
- **Hypothèse H_1** (Défaut Type 1) : $\theta_1 = [a_1, b_1] = [\frac{25}{2}, 8]$
(Modification du paramètre a)
- **Hypothèse H_2** (Défaut Type 2) : $\theta_2 = [a_2, b_2] = [25, 4]$
(Modification du paramètre b)
- **Hypothèse H_3** (Défaut Type 3) : $\theta_3 = [a_3, b_3] = [\frac{25}{2}, 4]$
(Modifications simultanées des paramètres a et b)

Les conditions de bruit (w_t, v_t) sont supposées gaussiennes avec des variances fixées (par exemple, $Q_w = 1, Q_v = 10$, à préciser si différentes de 5.1). L'objectif principal est double : premièrement, comparer les performances d'une stratégie de seuillage adaptatif, dérivée des statistiques issues du PFEKF, à celles obtenues avec des seuils fixes ; deuxièmement, analyser la sensibilité de la méthode adaptative à ses propres paramètres de réglage.

5.2.1 Analyse Comparative des Seuils Adaptatifs et Fixes pour la Détection de Défauts

Dans cette première partie, nous évaluons l'avantage potentiel d'un seuil de détection adaptatif par rapport à l'utilisation de seuils constants. Le seuil adaptatif est conçu pour s'ajuster dynamiquement en fonction des statistiques observées du signal de résidu (ou d'une autre statistique de test g_t dérivée du PFEKF) en régime nominal présumé. Pour la comparaison, nous considérons deux seuils fixes représentatifs :

- Un seuil bas ($Th_1 = 5$), potentiellement plus sensible mais sujet aux fausses alarmes.

- Un seuil haut ($Th_2 = 40$), plus robuste aux fluctuations nominales mais risquant des non-détections ou des retards.

Le choix de ces valeurs spécifiques vise à illustrer les compromis inhérents au seuillage fixe.

La comparaison est effectuée sur la base de trois métriques de performance standard en diagnostic, évaluées par simulations de Monte Carlo (ou sur une longue simulation unique, à préciser) pour chacun des trois types de défauts (H_1, H_2, H_3) :

- **Taux de Fausses Alarmes (FAR - False Alarm Rate)** : Pourcentage de détections erronées lorsque le système opère en mode nominal (H_0).
- **Taux de Non-Détection (MDR - Missed Detection Rate)** : Pourcentage de défauts non détectés après leur occurrence et pendant une période d'observation définie.
- **Délai Moyen de Détection (ARL1 - Average Run Length to detection)** : Nombre moyen d'échantillons (ou temps moyen) écoulés entre l'occurrence effective d'un défaut et sa détection. Un ARL1 plus faible indique une détection plus rapide.

Les résultats quantitatifs de cette comparaison sont synthétisés dans le Tableau 5.3.

L'analyse des résultats présentés au Tableau 5.3 met en évidence les limitations des seuils fixes. Le seuil bas ($Th_1 = 5$) conduit systématiquement à un faible taux de non-détection (MDR) et à un délai de détection rapide (ARL1 faible), mais au prix d'un taux de fausses alarmes (FAR) très élevé pour tous les types de défauts. Inversement, le seuil haut ($Th_2 = 40$) réduit drastiquement le FAR, mais augmente considérablement le MDR et le délai de détection (ARL1 élevé).

Le seuil adaptatif, quant à lui, démontre sa capacité à réaliser un meilleur compromis. Pour chaque type de défaut, il parvient à maintenir le FAR et le MDR à des niveaux plus équilibrés et souvent inférieurs simultanément à ceux des seuils fixes (ou du moins, il évite les extrêmes observés avec les seuils fixes). Concernant la rapidité de détection, l'ARL1 obtenu avec le seuil adaptatif est généralement compétitif, se situant souvent plus près de celui du seuil fixe agressif (Th_1) que de celui du seuil

TAB. 5.3 : Comparaison des performances (FAR, MDR, ARL1) entre seuillage adaptatif et fixe ($Th_1 = 5$, $Th_2 = 40$) pour les trois types de défauts.

Type de défaut	Critère	Seuil adaptatif	Seuil fixe	
			$Th_1 = 5$	$Th_2 = 40$
Défaut type 1	FAR	20.33	31.58	1.58
	MDR	15.31	2.5	34
	ARL1	13	3	28
Défaut type 2	FAR	24.62	40.54	0.55
	MDR	30.75	9	65.18
	ARL1	25	8	53.15
Défaut type 3	FAR	8.33	30	0
	MDR	18.75	13.75	45
	ARL1	16	12	37

conservateur (Th_2). Cela suggère que l'approche adaptative peut offrir une détection relativement rapide tout en maîtrisant mieux le risque de fausses alarmes.

La Figure 5.3 illustre qualitativement le comportement des différents seuils pour un scénario de défaut de Type 3 survenant à l'instant $t_d = 120$. On y observe l'évolution de la statistique de test g_t (issue du PFEKF). Le seuil adaptatif réagit de manière appropriée à l'occurrence du défaut, tandis que les seuils fixes montrent leurs limites : le seuil bas pourrait déclencher prématurément ou sur des fluctuations nominales (non visible ici mais suggéré par le FAR élevé), et le seuil haut risque de retarder significativement la détection.

En conclusion de cette analyse comparative, l'utilisation d'un seuil adaptatif dérivé des estimations du PFEKF apparaît comme une stratégie supérieure aux seuils fixes, offrant un meilleur équilibre entre la sensibilité à la détection, la robustesse aux fausses alarmes et la rapidité de réaction.

5.2.2 Analyse de Sensibilité de la Méthode de Détection PFEKF à Seuil Adaptatif

Ayant établi l'intérêt du seuillage adaptatif, nous examinons maintenant l'influence de ses propres paramètres de réglage sur les performances de détection globales de la méthode PFEKF. Nous nous concentrons sur deux

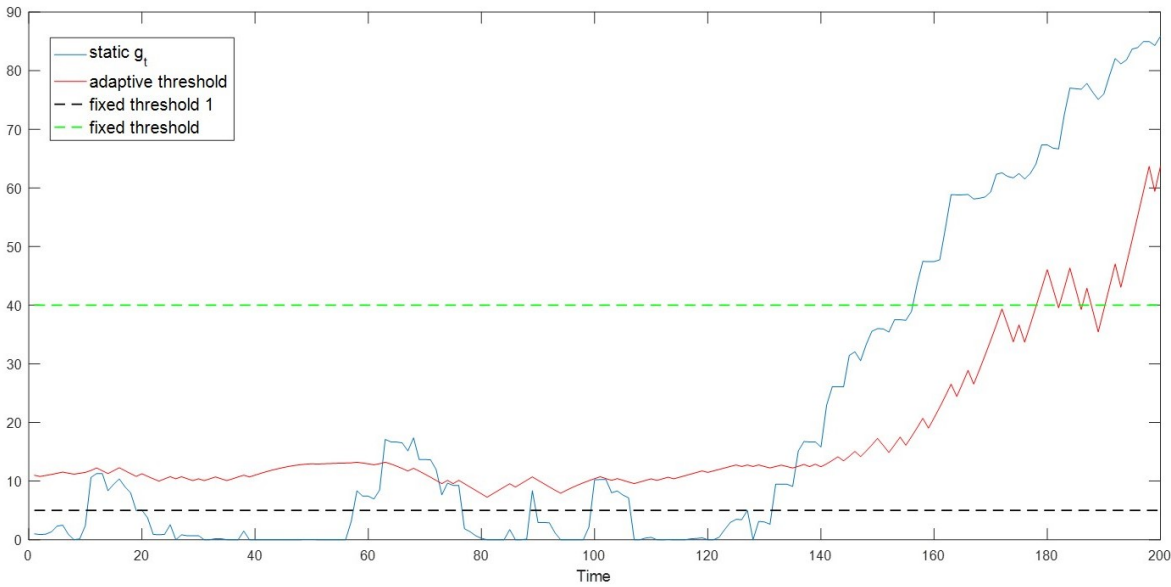


FIG. 5.3 : Évolution de la statistique de test g_t lors d'un défaut de Type 3 survenant à $t_d = 120$ s. Comparaison du comportement du seuil adaptatif avec les seuils fixes $Th_1 = 5$ et $Th_2 = 40$.

paramètres clés qui gouvernent typiquement le calcul d'un seuil adaptatif basé sur l'estimation de statistiques locales (par exemple, via une approche de type CUSUM ou EWMA appliquée aux résidus ou à une autre statistique g_t) :

1. **La taille de la fenêtre glissante (M)** : Utilisée pour estimer les statistiques (moyenne, variance) du signal en régime nominal récent.
2. **Le facteur d'oubli (α)** : Employé dans les schémas de mise à jour récursive (type EWMA) pour pondérer l'importance des données passées par rapport aux nouvelles observations.

L'objectif est d'évaluer quantitativement l'impact de M et α sur les métriques FAR, MDR et ARL1, en utilisant le défaut de Type 1 comme cas d'étude représentatif. Les simulations sont divisées en deux parties.

Partie 1 : Influence de la Taille de la Fenêtre Glissante (M) Dans cette partie, nous faisons varier la taille de la fenêtre M (e.g., $M \in \{10, 20, 50, 100\}$) tout en maintenant le facteur d'oubli α (si applicable dans votre implémentation du seuil adaptatif) et les autres paramètres constants. Les performances résultantes sont illustrées à la Figure 5.4.

Les résultats indiquent une tendance claire :

- Une augmentation de la taille de la fenêtre M tend à accroître le taux de fausses alarmes (FAR).
- Inversement, une augmentation de M tend à diminuer le taux de non-détection (MDR) et le délai moyen de détection (ARL1).

Ces observations s'expliquent par le fait qu'une fenêtre plus large M permet une estimation plus lissée et statistiquement plus stable des caractéristiques du signal en régime nominal. Cette meilleure estimation peut rendre le seuil plus sensible aux déviations réelles (d'où la baisse du MDR et de l'ARL1). Cependant, ce lissage sur une plus longue période rend également le seuil moins réactif aux changements rapides de régime ou peut le rendre plus sensible à des dérives lentes ou à des variations non stationnaires du bruit, augmentant potentiellement le FAR. Le choix de M résulte donc d'un compromis entre la robustesse statistique et la réactivité.

Partie 2 : Influence du Facteur d'Oubli (α) Ici, nous évaluons l'impact du facteur d'oubli α (variant typiquement entre 0 et 1, e.g., $\alpha \in \{0.05, 0.1, 0.2, 0.5\}$), en maintenant la taille de fenêtre M (si pertinente) et les autres paramètres fixes. Les performances sont présentées à la Figure 5.5.

Les résultats montrent une tendance inverse à celle observée pour M :

- Une augmentation du facteur d'oubli α tend à diminuer le taux de fausses alarmes (FAR).
- Cependant, une augmentation de α tend à accroître le taux de non-détection (MDR) et le délai moyen de détection (ARL1).

Le facteur d'oubli α contrôle la mémoire du mécanisme d'adaptation du seuil. Une valeur de α plus élevée accorde plus de poids aux observations récentes et "oublie" plus rapidement le passé. Cela permet au seuil de s'adapter rapidement aux conditions opératoires courantes, réduisant ainsi les fausses alarmes potentiellement causées par des événements passés ou des changements lents des caractéristiques nominales. Toutefois, cette mémoire courte rend le système moins apte à intégrer l'information sur une longue période, ce qui peut dégrader sa capacité à détecter des défauts subtils ou à faible développement (augmentation du MDR) et retarder la

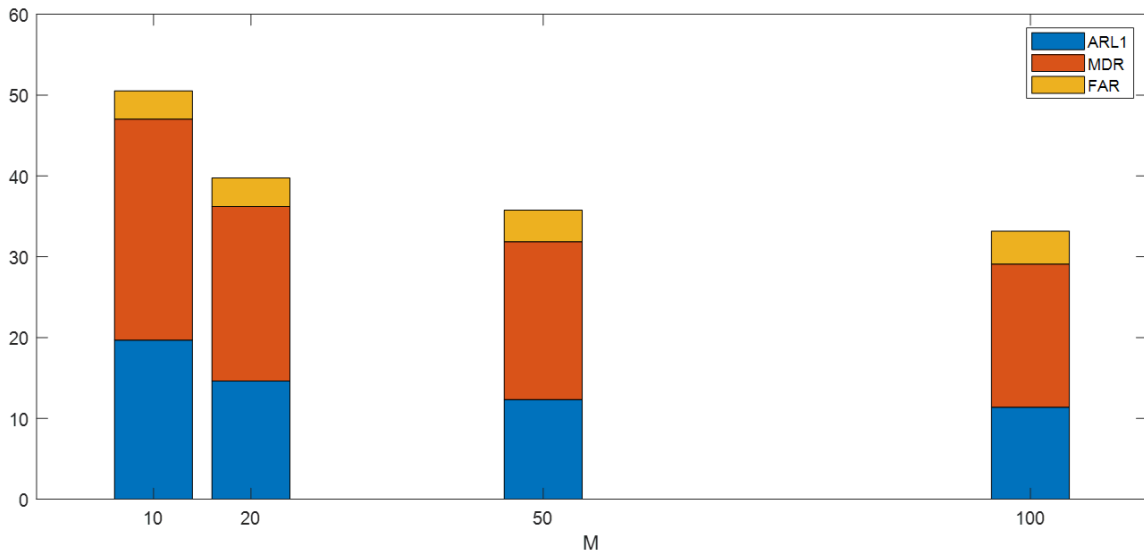


FIG. 5.4 : Indicateurs de performance (FAR, MDR, ARL1) en fonction de la taille M de la fenêtre glissante pour la détection de défauts de type 1 par méthodes PFEKF et CUSUM.

détection (augmentation de l'ARL1). Le choix de α reflète donc un compromis entre l'adaptabilité aux conditions récentes et la sensibilité aux défauts persistants.

En synthèse, cette analyse de sensibilité démontre que les performances de la méthode de détection PFEKF à seuil adaptatif dépendent de manière significative du réglage des paramètres M et α . Un choix judicieux de ces paramètres est crucial et doit être guidé par les exigences spécifiques de l'application en termes de priorité accordée à la minimisation des fausses alarmes versus la rapidité et la fiabilité de la détection.

5.3 Simulation 3 : Isolation des Défauts Multiples par Approche PFEKF

Après avoir démontré les capacités de détection de la méthode PFEKF (Section 5.1) et évalué les stratégies de seuillage (Section 5.2), cette troisième simulation se concentre sur l'étape cruciale de l'isolation des défauts. L'objectif est d'évaluer la capacité de l'approche proposée, basée sur le filtre particulaire PFEKF (utilisant une densité de proposition issue de l'EKF), à discriminer correctement entre les différents modes de défaillance préalablement définis. Nous reprenons ici le scénario multi-hypothèses introduit

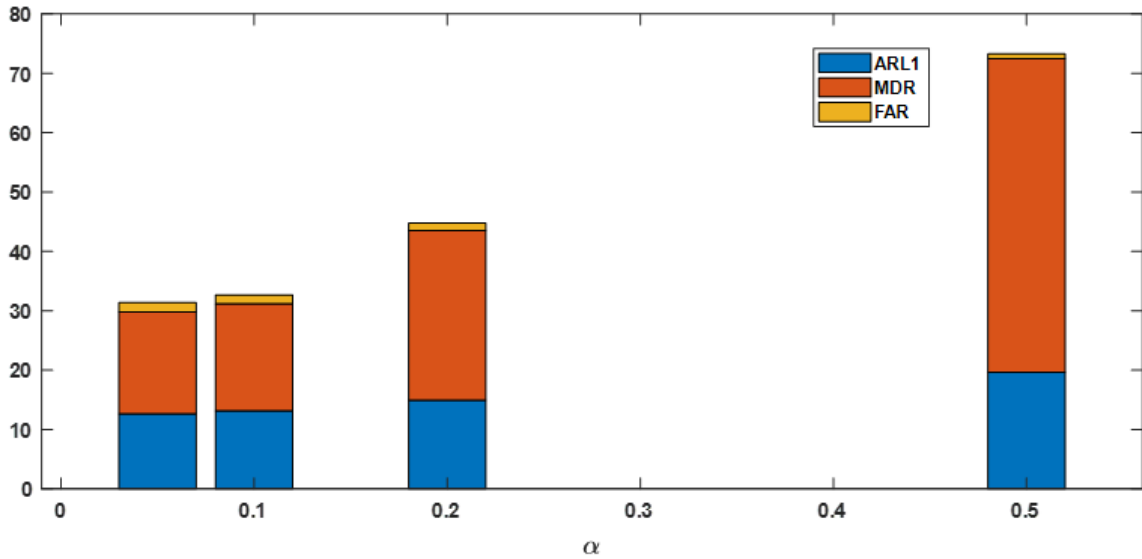


FIG. 5.5 : Évolution des indicateurs de performance en fonction du facteur d'oubli α pour la détection de défauts de type 1 par méthodes PFEKF et CUSUM

en Section 5.2, impliquant le mode nominal (H_0) et trois types de défauts paramétriques distincts (H_1, H_2, H_3) affectant les paramètres a et b du modèle (5.1).

La stratégie d'isolation repose sur la comparaison de statistiques de test conçues pour évaluer la vraisemblance relative de chaque hypothèse de défaut par rapport aux autres. Spécifiquement, nous utilisons une statistique de décision, notée génériquement $S_t(H_r | H_s)$, qui quantifie l'évidence en faveur de l'hypothèse H_r par rapport à l'hypothèse H_s , calculée à partir des informations fournies par le PFEKF (typiquement basée sur les vraisemblances ou log-vraisemblances estimées pour chaque modèle hypothétique). Pour une isolation claire, nous nous concentrons ici sur la capacité à identifier l'hypothèse correcte lorsque le système opère sous l'un des modes défaillants.

Neuf tests statistiques distincts sont conduits et visualisés. Ces tests sont organisés de manière à évaluer la réponse de l'algorithme d'isolation lorsque le système est soumis séquentiellement à chacun des trois types de défauts (H_1, H_2, H_3), introduits à l'instant $t_d = 120$ s. Pour chaque scénario de défaut réel, trois statistiques de test sont calculées et tracées simultanément, chacune étant conçue pour être particulièrement sensible à l'une des trois hypothèses de défaut (H_1, H_2, H_3).

Un seuil d'isolation unique, $\lambda = 20$, a été déterminé empiriquement

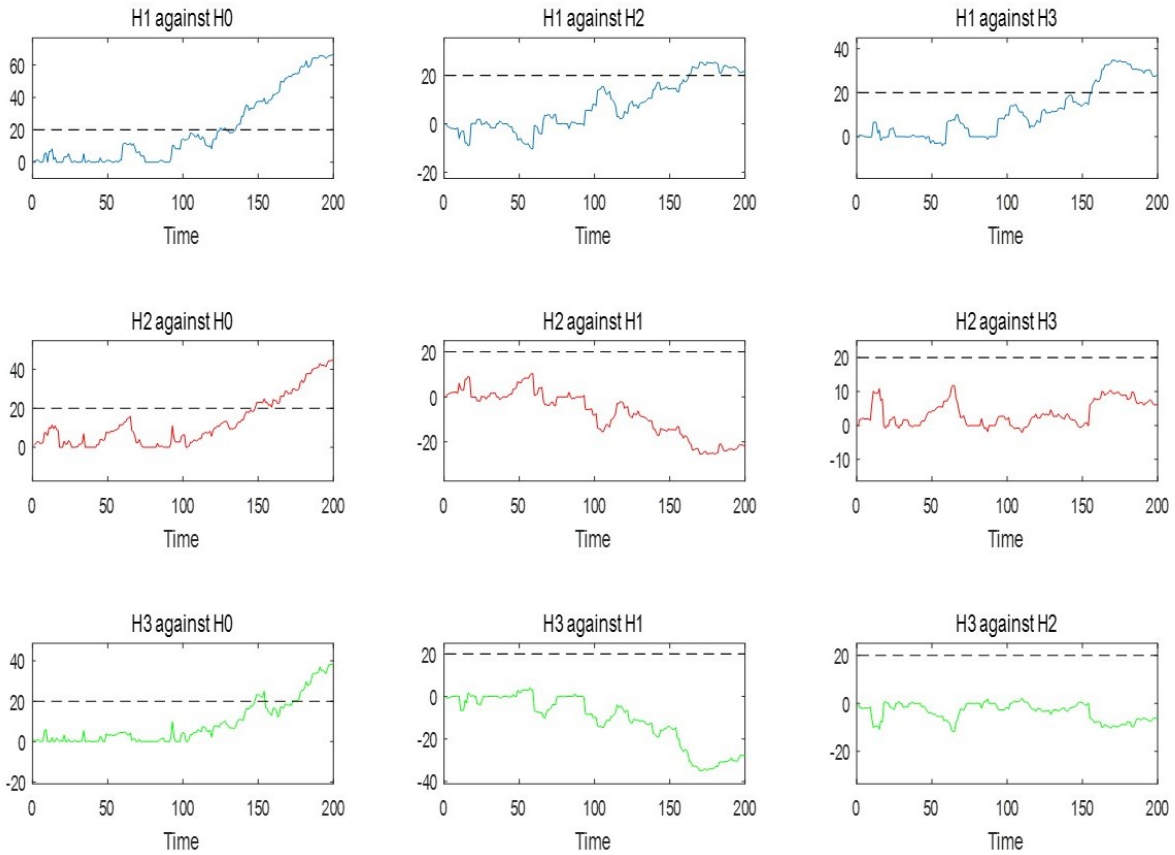


FIG. 5.6 : Test statistique g_t calculé par la méthode PFEKF pour un défaut de type 1 apparu à l'instant $t_d = 120$.

au cours d'analyses préliminaires afin d'assurer une séparation nette entre les hypothèses dans ces conditions de simulation. La règle de décision pour l'isolation est la suivante : le défaut de type k (correspondant à l'hypothèse H_k) est déclaré si la statistique de test associée $S_t(H_k)$ dépasse de manière persistante le seuil λ après l'instant t_d , tandis que les statistiques associées aux autres hypothèses ($S_t(H_j), j \neq k$) restent significativement en dessous de ce seuil.

Les résultats de ces tests d'isolation sont présentés dans les Figures 5.6, 5.7, et 5.8.

Figure 5.6 : Scénario de Défaut Réel H_1 . Cette figure illustre l'évolution des trois statistiques de test lorsque le défaut de Type 1 ($H_1 : a = 25/2, b = 8$) est introduit à $t_d = 120$ s. Comme attendu pour une isolation correcte, on observe que seule la statistique spécifiquement conçue pour détecter H_1 (représentée, d'après l'interprétation fournie, par les courbes de la première

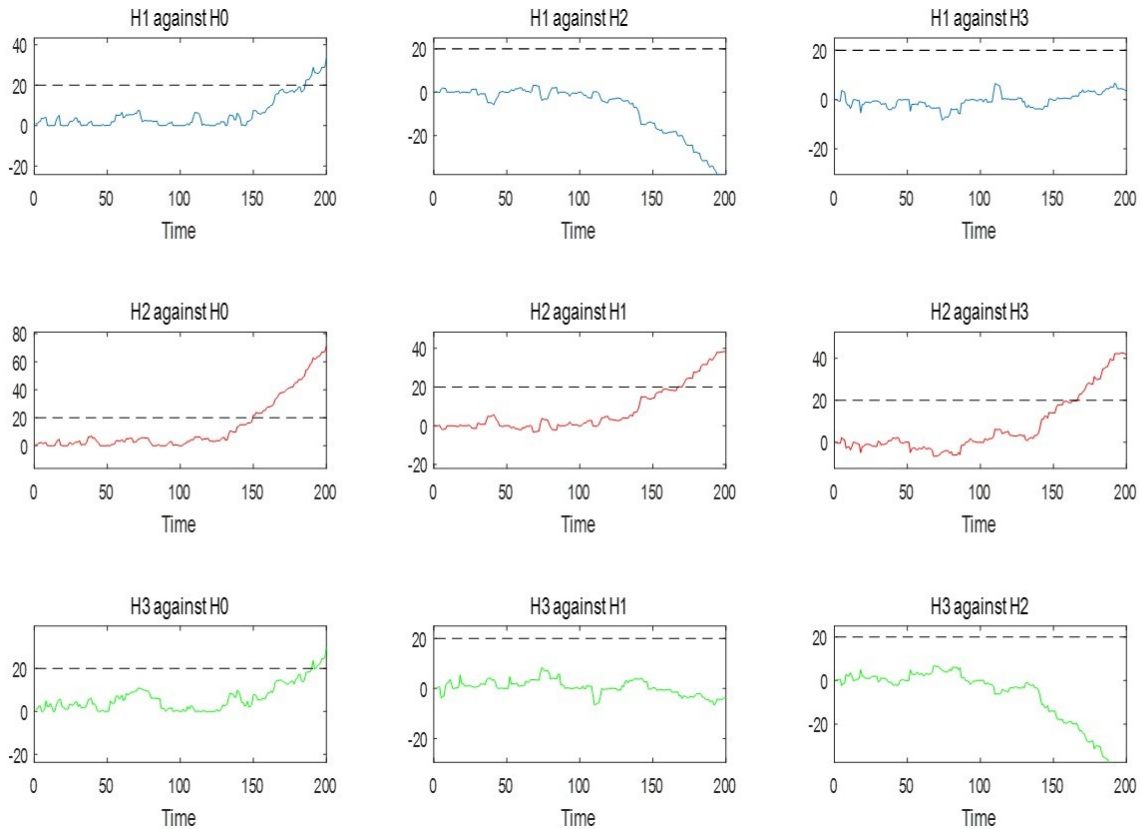


FIG. 5.7 : Test statistique g_t calculé par la méthode PFEKF pour un défaut de type 2 apparu à l'instant $t_d = 120$.

ligne ou un indicateur spécifique sur le graphique) franchit nettement et durablement le seuil $\lambda = 20$ peu après t_d . Les statistiques associées à H_2 et H_3 demeurent en deçà du seuil, indiquant que ces hypothèses sont correctement rejetées. L'algorithme isole donc avec succès le défaut de Type 1.

Figure 5.7 : Scénario de Défaut Réel H_2 . De manière analogue, cette figure correspond au cas où le défaut de Type 2 ($H_2 : a = 25, b = 4$) est actif à partir de $t_d = 120$ s. Conformément au principe d'isolation, la statistique de test associée à H_2 (deuxième ligne/indicateur) est la seule à dépasser le seuil $\lambda = 20$, permettant ainsi l'identification sans ambiguïté de ce type de défaut. Les autres statistiques restent sous le seuil.

Figure 5.8 : Scénario de Défaut Réel H_3 . Finalement, lorsque le défaut de Type 3 ($H_3 : a = 25/2, b = 4$) est simulé (introduit à $t_d = 120$ s), la Figure 5.8 montre que seule la statistique de test correspondante à H_3 (troisième ligne/indicateur) franchit le seuil $\lambda = 20$. Les hypothèses H_1

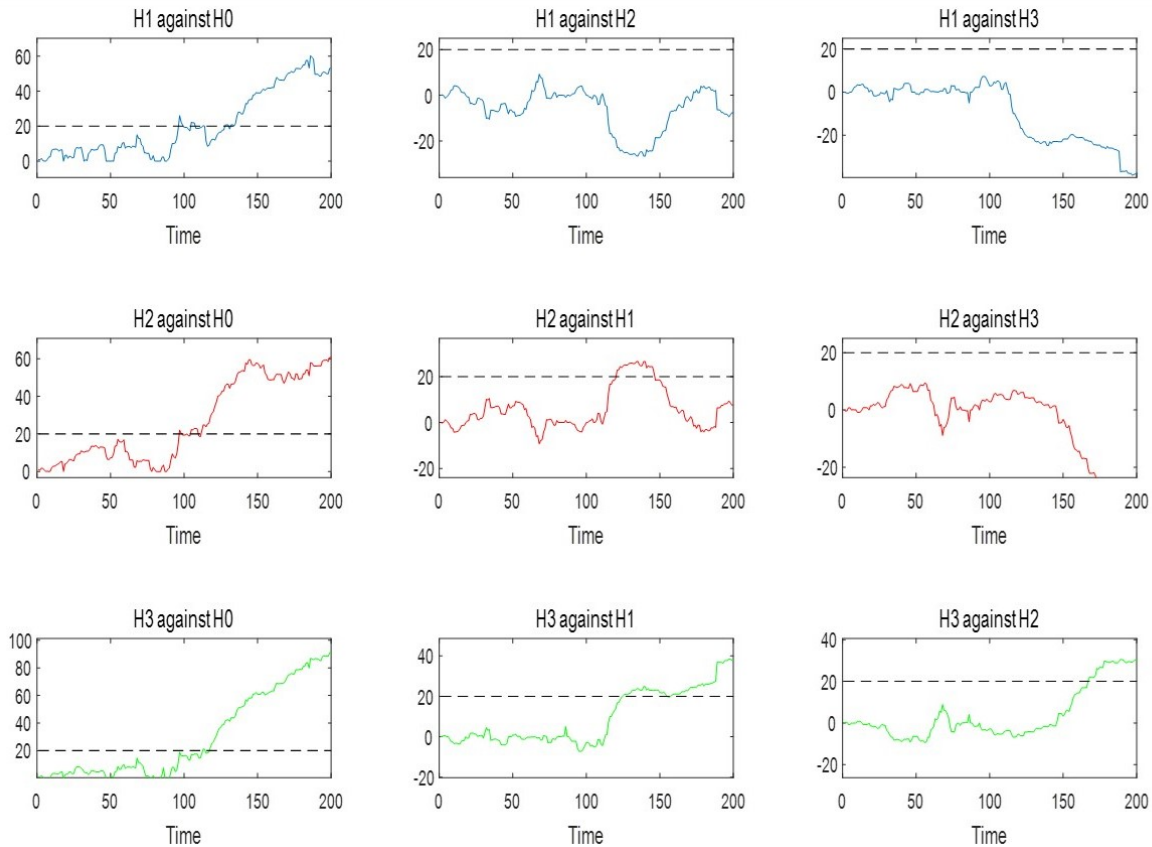


FIG. 5.8 : Test statistique g_t calculé par la méthode PFEKF pour un défaut de type 3 apparu à l'instant $t_d = 120$.

et H_2 sont écartées car leurs statistiques respectives ne réagissent pas de manière significative. Le défaut de Type 3 est donc correctement isolé.

En conclusion, cette série de simulations démontre l'efficacité de l'algorithme d'isolation proposé, qui s'appuie sur les capacités d'estimation multi-modèles du filtre PFEKF. En définissant des statistiques de test appropriées et en sélectionnant un seuil d'isolation adéquat ($\lambda = 20$ dans ce cas), la méthode parvient à identifier et à isoler correctement chacun des trois types de défauts considérés, confirmant ainsi son potentiel pour des applications de diagnostic nécessitant une discrimination fine entre différentes conditions de défaillance.

5.4 Simulation 4 : Évaluation Comparative avec un Filtre Particulaire Standard

Afin de mieux évaluer les avantages spécifiques de l'approche PFEKF proposée (combinant filtre particulaire et filtre de Kalman étendu pour la génération de la densité de proposition), nous menons dans cette section une analyse comparative directe avec un filtre particulaire plus "classique" ou standard (par exemple, un filtre SIR - Sequential Importance Resampling, ou Bootstrap Filter, à préciser si possible). L'objectif est de quantifier les gains de performance apportés par l'utilisation de la densité de proposition informée par l'EKF, en particulier dans le contexte du système non linéaire et des scénarios de défauts étudiés précédemment (Section 5.3).

Cette évaluation comparative se décline en deux volets : une analyse qualitative de la capacité d'isolation des défauts et une analyse quantitative des performances de détection sous différentes conditions de bruit.

5.4.1 Analyse Qualitative de l'Isolation des Défauts par Filtre Particulaire Standard

Dans un premier temps, nous réitérons l'expérience d'isolation des défauts présentée en Section 5.3, mais en remplaçant le PFEKF par le filtre particulaire standard pour estimer l'état et calculer les statistiques de test nécessaires à l'isolation. Les mêmes trois scénarios de défauts (H_1, H_2, H_3 survenant à $t_d = 120s$) sont simulés, et les statistiques de test correspondantes (analogues à celles de la Section 5.3, utilisant la même logique et le même seuil $\lambda = 20$) sont calculées.

Les résultats de ces tests d'isolation avec le filtre particulaire standard sont présentés dans les Figures 5.9, 5.10, et 5.11.

- **Figure 5.9 (Défaut Type 1 avec PF standard)** : Contrairement aux résultats obtenus avec le PFEKF (Figure 5.6), l'application du filtre particulaire standard ne permet pas une isolation claire du défaut de Type 1. Les statistiques de test associées aux différentes hypothèses ne montrent pas la discrimination nette observée précédemment. Il est possible que plusieurs statistiques dépassent le seuil de manière erratique ou qu'aucune ne le franchisse de manière suffisamment affirmée pour une décision fiable.

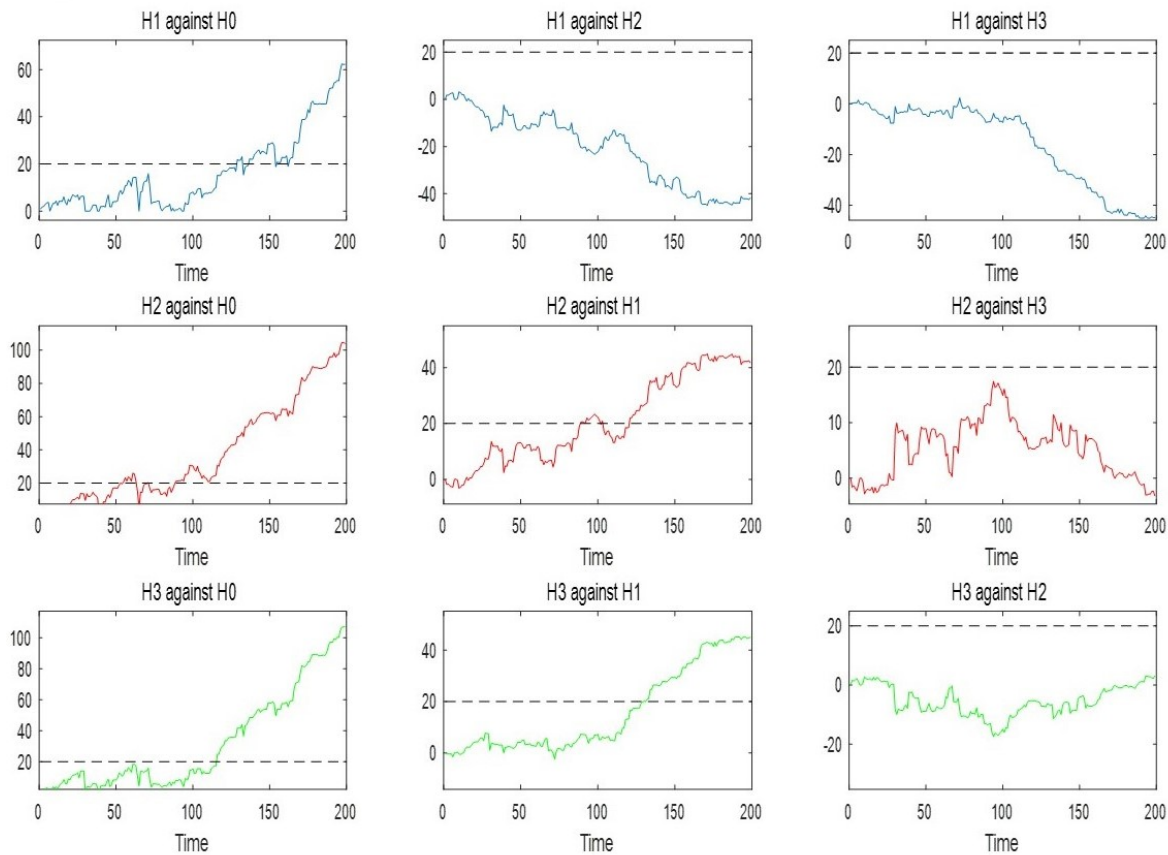


FIG. 5.9 : Test statistique g_t calculé par la méthode PF pour un défaut de type 1 apparu à l'instant $t_d = 120$.

- **Figure 5.10 (Défaut Type 2 avec PF standard)** : Des conclusions similaires s'appliquent lors de la simulation du défaut de Type 2. La Figure 5.10 illustre l'incapacité du filtre particulaire standard à isoler ce défaut, contrastant avec la performance du PFEKF (Figure 5.7).
- **Figure 5.11 (Défaut Type 3 avec PF standard)** : Le cas du défaut de Type 3 confirme cette tendance. Le filtre particulaire standard ne parvient pas à différencier efficacement ce mode de défaillance des autres, contrairement à ce qui était observé avec le PFEKF (Figure 5.8).

Ces résultats qualitatifs mettent en évidence une limitation majeure du filtre particulaire standard lorsqu'il est appliqué à la tâche complexe d'isolation des défauts dans ce système non linéaire. Le manque de guidage efficace des particules (inhérent à la densité de proposition standard, souvent basée sur la dynamique du modèle seul) semble conduire à une es-

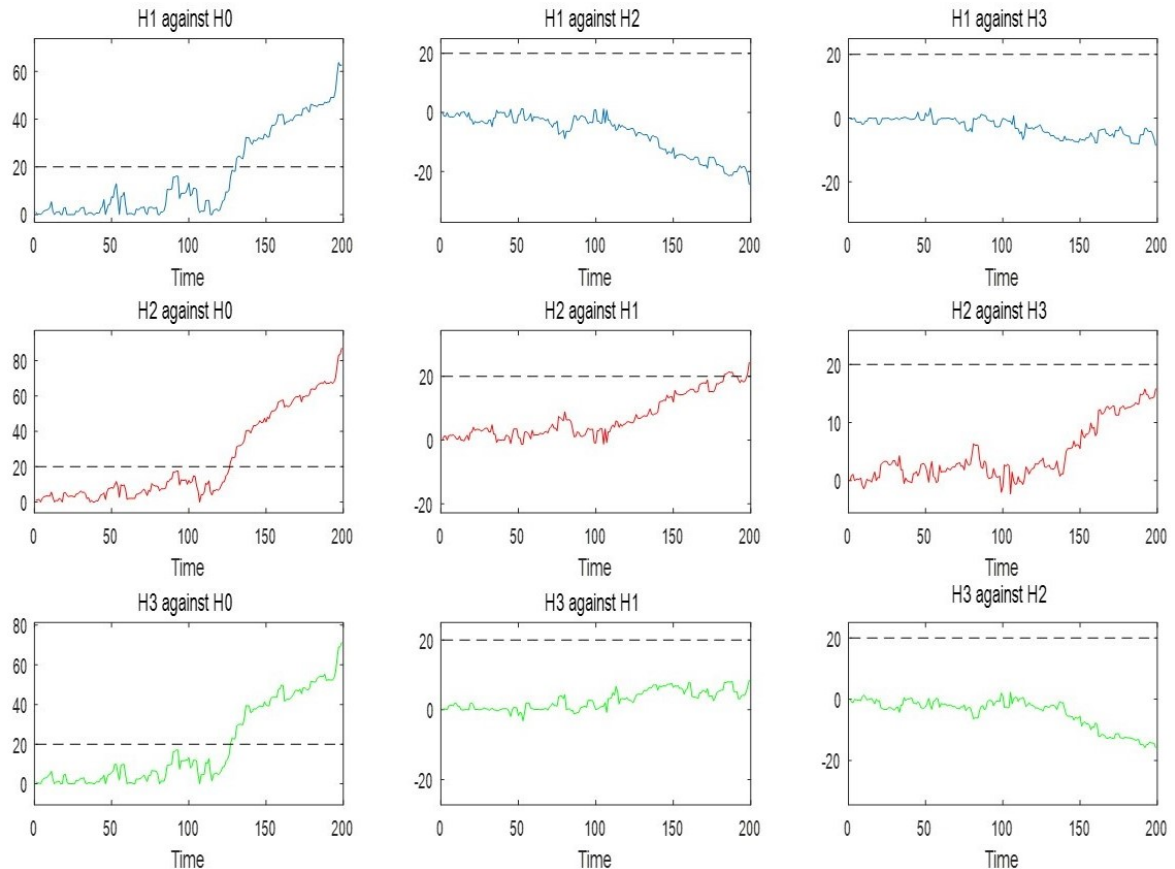


FIG. 5.10 : Test statistique g_t calculé par la méthode PF pour un défaut de type 2 apparu à l'instant $t_d = 120$.

timation moins précise et, par conséquent, à des statistiques de test moins discriminantes, rendant l'isolation peu fiable voire impossible avec un seuil unique. Ceci souligne l'importance de stratégies de filtrage plus avancées, comme le PFEKF, pour les tâches de diagnostic exigeantes.

5.4.2 Analyse Quantitative Comparative des Performances de Détection

Pour compléter l'analyse qualitative, nous procédons à une évaluation quantitative rigoureuse des performances de détection (avant l'étape d'isolation) des deux filtres (PFEKF vs. PF standard). Nous reprenons les trois types de défauts (H_1 , H_2 , H_3) du scénario multi-hypothèses et calculons les métriques de performance moyennes (FAR, MDR, ARL1) par simulations de Monte Carlo (ou sur de longues trajectoires).

Afin d'évaluer la robustesse des méthodes face à l'incertitude sur la dy-

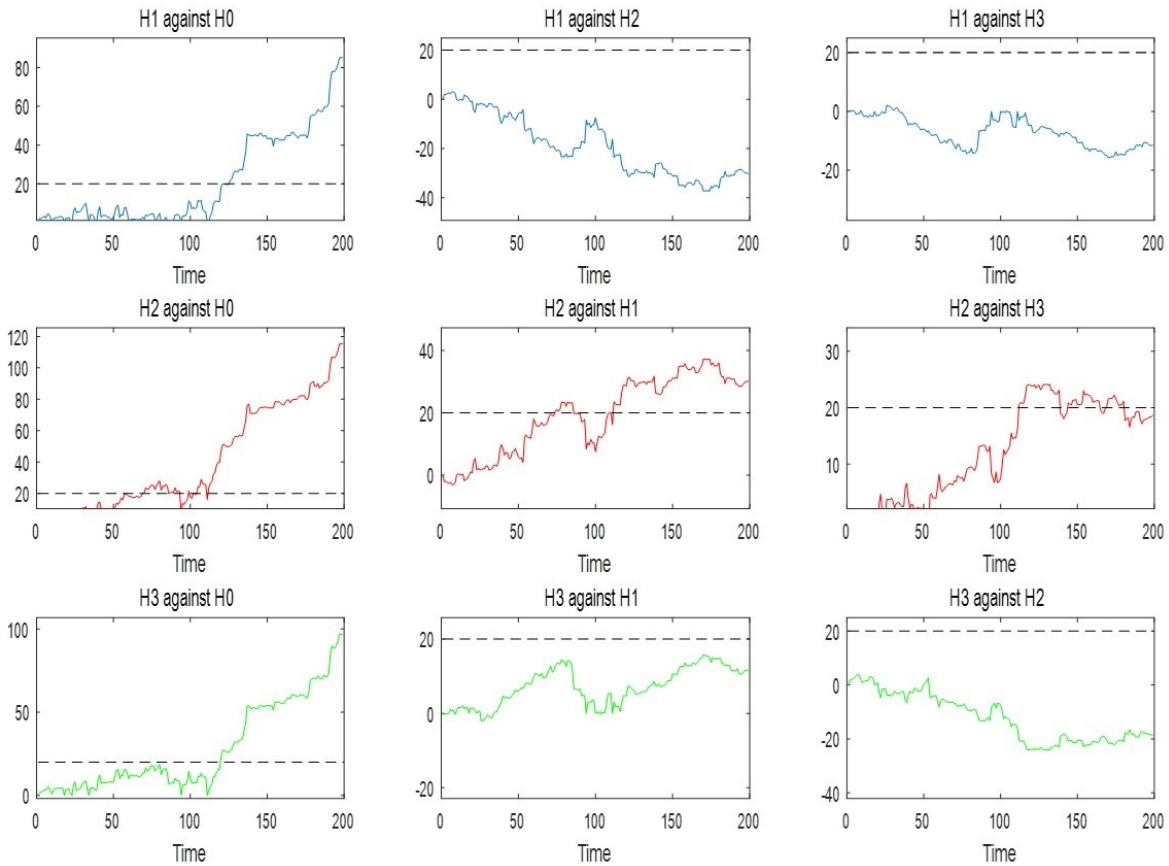


FIG. 5.11 : Test statistique g_t calculé par la méthode PF pour un défaut de type 3 apparu à l'instant $t_d = 120$.

namique du système, nous faisons varier la variance du bruit de processus, Q_w , en considérant trois niveaux : faible ($Q_w = 0.1$), moyen ($Q_w = 1$) et élevé ($Q_w = 10$). La variance du bruit de mesure, Q_v , est maintenue constante à $R = 1$ (Note : Assurez-vous de la cohérence de notation R vs Q_v avec les sections précédentes). Les seuils de détection pour chaque méthode et chaque scénario sont ajustés (implicitement ou explicitement) pour refléter un compromis raisonnable (par exemple, en visant un FAR nominal faible, bien que le tableau montre des FAR non nuls).

Les résultats de cette analyse comparative quantitative sont synthétisés dans le Tableau 5.4.

L'analyse du Tableau 5.4 révèle des différences de performance significatives entre les deux approches :

- **Robustesse à la Variance du Bruit de Processus (Q_w)** : Le PFEKF démontre une robustesse nettement supérieure. Il parvient à détecter les trois types de défauts pour toutes les valeurs de Q_w

TAB. 5.4 : Comparaison des performances de PFEKF et PF pour différents types de défauts et différentes valeurs de Q .

Type	Q	FAR		MDR		ARL1	
		PF-EKF	PF	PF-EKF	PF	PF-EKF	PF
Défaut 1	0.1	0	0	8.77	7.41	6.9	6
	1	0.59	4.45	8.27	13.36	5.8	7.8
	10	7.39	–	20.12	–	10.1	–
Défaut 2	0.1	0	0	4.19	4.32	3.4	3.5
	1	0	10.5	5.43	7.78	4.3	6.3
	10	2.69	–	28.77	–	20	–
Défaut 3	0.1	0.08	1.18	8.39	3.58	4.9	2.9
	1	1.76	2.52	4.07	6.3	3.3	5.1
	10	1.68	12.52	1.42	50.37	9.2	32.9

testées, bien que les performances (MDR, ARL1) se dégradent logiquement lorsque Q_w augmente. En revanche, le filtre particulaire standard montre des limitations sévères : pour $Q_w = 10$, il échoue complètement à détecter les défauts de Type 1 et Type 2 (indiqué par ‘–’) et ses performances pour le Type 3 sont drastiquement dégradées (MDR et ARL1 très élevés).

- **Performances sous Faible Incertitude ($Q_w = 0.1$)** : Lorsque le bruit de processus est faible, les deux filtres affichent des performances relativement similaires et satisfaisantes, avec des valeurs de FAR, MDR et ARL1 comparables pour la plupart des cas (bien que le PF standard semble légèrement meilleur pour ARL1 dans certains cas, potentiellement au prix d’un FAR légèrement plus élevé pour le Type 3).
- **Performances sous Incertitude Modérée à Élevée ($Q_w = 1$ et $Q_w = 10$)** : Dès que l’incertitude augmente ($Q_w = 1$), l’avantage du PFEKF devient manifeste. Il présente systématiquement des métriques FAR, MDR et ARL1 plus favorables (plus basses) que le PF standard pour les défauts de Type 1 et 2. Pour le Type 3, l’avantage en MDR et ARL1 est également net. Comme mentionné, cet avantage devient écrasant pour $Q_w = 10$.

Ces observations quantitatives confirment que l’intégration de l’infor-

mation issue de l'EKF dans la densité de proposition du PFEKF améliore considérablement la capacité du filtre à gérer l'incertitude et la non-linéarité du système. Il en résulte une détection de défauts plus fiable (moins de non-détections), plus rapide (ARL1 plus faible) et plus robuste aux fausses alarmes (FAR souvent plus bas), en particulier lorsque le bruit de processus est significatif.

En conclusion de cette simulation comparative, tant l'analyse qualitative de l'isolation que l'analyse quantitative de la détection convergent pour démontrer la supériorité de l'approche PFEKF sur le filtre particulière standard pour le problème de diagnostic considéré.

5.5 Simulation 5 : Application à l'Estimation de Défaut sur un Robot Manipulateur Flexible

Après avoir évalué les performances de l'approche PFEKF en matière de détection (Section 5.1, 5.2) et d'isolation (Section 5.3, 5.4) sur un modèle de référence, nous examinons maintenant son application à une tâche d'estimation de défaut sur un système physique plus complexe : un robot manipulateur à articulation flexible et à un seul lien (single-link flexible joint robot), dont le modèle dynamique est emprunté à [30].

L'objectif spécifique ici est d'estimer l'amplitude d'un défaut affectant l'actionneur du robot. Ce défaut est représenté par un paramètre θ , dont la valeur indique l'état de santé du système. Le modèle d'état non linéaire du robot, intégrant ce paramètre, est donné par le système d'équations différentielles suivant :

$$\dot{\phi}_m = \omega_m \quad (5.5)$$

$$\dot{\omega}_m = \frac{k}{J_m}(\phi_l - \phi_m) - \frac{B}{J_m}\omega_m + \frac{K\tau}{J_m}(1 - \theta)u \quad (5.6)$$

$$\dot{\phi}_l = \omega_l \quad (5.7)$$

$$\dot{\omega}_l = -\frac{k}{J_l}(\phi_l - \phi_m) - \frac{mgh}{J_l} \sin(\phi_l) \quad (5.8)$$

où ϕ_m et ϕ_l désignent respectivement les angles de rotation du moteur et du lien, tandis que ω_m et ω_l représentent leurs vitesses angulaires correspondantes. Les autres termes ($k, J_m, B, K\tau, J_l, m, g, h$) sont les

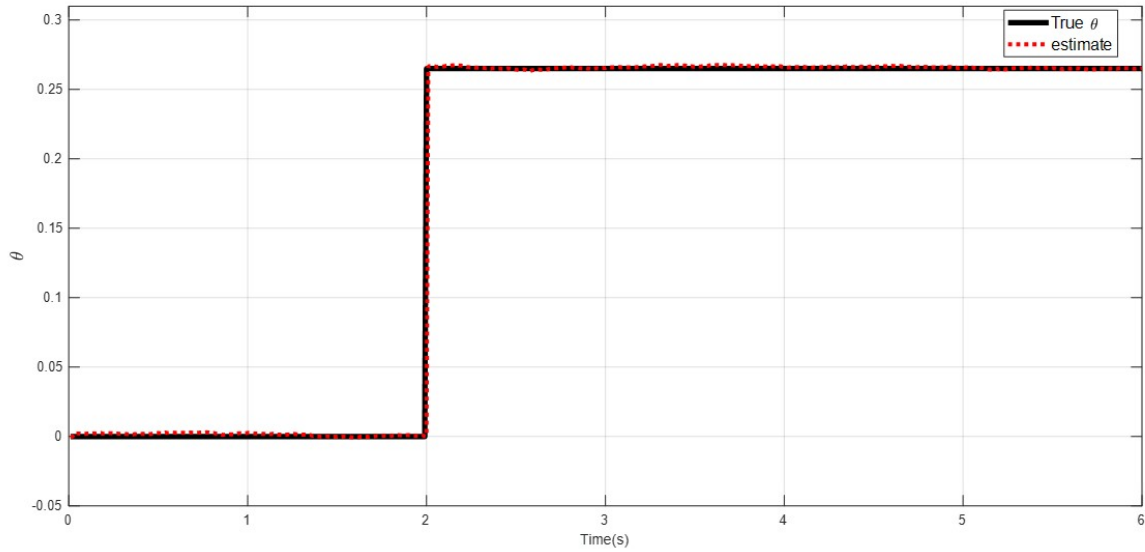


FIG. 5.12 : Estimation du paramètre de défaut θ par l'algorithme PFEKF. Le défaut survient à $t = 2s$.

paramètres physiques du robot (rigidité de l'articulation, inerties, frottement, constante de couple, masse, gravité, distance au centre de masse) et u est la commande d'entrée (tension ou couple moteur).

Le paramètre θ module l'efficacité de la commande u dans l'équation (5.6). En mode nominal (sain), nous supposons $\theta = 0$, indiquant une transmission complète de l'effort de commande. Un défaut d'actionneur (par exemple, une perte partielle ou totale d'efficacité) est modélisé par une valeur $\theta > 0$. Dans cette simulation, nous considérons un scénario où le système opère en mode sain pendant les 2 premières secondes, puis un défaut abrupt survient à $t = 2s$, faisant passer θ à une valeur constante non nulle. La durée totale de la simulation est de 6 secondes.

Nous appliquons l'algorithme d'estimation basé sur le PFEKF pour estimer l'évolution temporelle du paramètre θ à partir des mesures disponibles (supposées être les angles et/ou vitesses, à préciser). La Figure 5.12 présente l'estimation de θ obtenue par notre approche PFEKF.

Comme l'illustre la Figure 5.12, l'estimateur PFEKF parvient à suivre l'évolution du paramètre θ . Avant $t = 2s$, l'estimation demeure proche de la valeur nominale zéro. Après l'instant du défaut, l'estimation converge rapidement et avec précision vers la valeur réelle (ou simulée) du paramètre en mode défaillant. Ce comportement atteste de la capacité de l'algorithme PFEKF à détecter et quantifier l'amplitude du défaut en temps réel.

Pour évaluer quantitativement la précision de cette estimation, nous

utilisons la Racine de l'Erreur Quadratique Moyenne (RMSE - Root Mean Square Error) calculée sur la période suivant l'occurrence du défaut. Nous comparons la performance de notre PFEKF à celle d'un autre algorithme appliqué à ce même problème dans la littérature de référence, l'AXKF (filtre de Kalman exogène adaptatif, supposition basée sur l'acronyme, à vérifier/confirmer) présenté dans [30]. Les résultats de cette comparaison sont donnés dans le Tableau 5.5.

TAB. 5.5 : Comparaison des performances d'estimation de défaut (RMSE) entre PFEKF et AXKF

Algorithme	Filtre PFEKF	Filtre AXKF
RMSE	0.0110	0.0573

Le Tableau 5.5 met en évidence une différence notable de performance. L'algorithme PFEKF atteint une RMSE de 0.0110, tandis que l'algorithme AXKF de référence obtient une RMSE de 0.0573. Cette réduction significative de l'erreur quadratique moyenne (une amélioration de plus de 80%) démontre clairement la supériorité de l'approche PFEKF en termes de précision pour l'estimation du paramètre de défaut θ dans ce contexte applicatif.

En conclusion, cette simulation sur un système robotique réaliste confirme l'efficacité de l'algorithme PFEKF non seulement pour la détection et l'isolation, mais aussi pour l'estimation précise de l'amplitude des défauts. Les performances obtenues surpassent celles d'une méthode de référence (AXKF), soulignant le potentiel de l'approche PFEKF pour le diagnostic avancé de systèmes non linéaires complexes.

5.6 Application à l'Estimation de Défauts sur un Modèle de Réacteur CSTR

Afin d'évaluer la performance de l'algorithme PFEKF dans un contexte applicatif représentatif des procédés industriels, nous considérons ici le problème de l'estimation de défauts sur un modèle dynamique de réacteur continu parfaitement agité (CSTR - Continuous Stirred Tank Reactor). Ce système constitue un banc d'essai standard et pertinent pour les méthodes de diagnostic en raison de ses non-linéarités et de ses couplages dynamiques.

5.6.1 Description du Modèle CSTR et Modélisation des Défauts

Le modèle CSTR utilisé dans cette étude décrit l'évolution de trois variables d'état principales : la concentration du réactif C , la température du mélange réactionnel T , et la température du fluide de refroidissement T_{co} . La dynamique du système est régie par le jeu d'équations différentielles non linéaires suivant :

$$\frac{dC}{dt} = \frac{Q}{V}(C_i - C) - akC + v_1, \quad (5.9)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{Q}{V}(T_i - T) - a \frac{(\Delta H_r)kC}{\rho_p C_p} - b \frac{UA}{\rho_p C_p V}(T - T_{co}) + v_2, \quad (5.10)$$

$$\frac{dT_{co}}{dt} = \frac{Q_c}{V_c}(T_{ci} - T_{co}) + b \frac{UA}{\rho_c C_{pc} V_c}(T - T_{co}) + v_3, \quad (5.11)$$

où v_1 , v_2 , v_3 représentent des bruits de processus gaussiens, supposés blancs et indépendants, affectant respectivement les dynamiques de concentration, de température du réacteur et de température du fluide de refroidissement. Les paramètres physiques et opératoires du CSTR (Q , Q_c , V , V_c , C_i , T_i , T_{ci} , k , ΔH_r , ρ_p , ρ_c , C_p , C_{pc} , U , A , a , b) sont configurés conformément aux valeurs utilisées dans les travaux de référence de Pilario et Cao [88].

Pour évaluer la capacité de l'approche PFEKF à estimer des défauts, nous introduisons deux scénarios de défaillance distincts affectant la température du fluide de refroidissement T_{co} , un point critique pour la régulation thermique du réacteur :

- ◇ **Défaut Additif (f_1)** : Modélise un biais constant sur T_{co} . Ce défaut est représenté par un paramètre θ_1 qui s'ajoute à la valeur réelle de T_{co} . En régime nominal, $\theta_1 = 0$. Le défaut f_1 correspond à une transition de θ_1 vers une valeur constante de 0.65.
- ◇ **Défaut Multiplicatif (f_2)** : Simule un défaut de gain affectant T_{co} . Ce défaut est représenté par un paramètre θ_2 qui multiplie la valeur de T_{co} . En régime nominal, $\theta_2 = 1$. Le défaut f_2 correspond à une transition de θ_2 vers une valeur constante de 1.0015.

Ces défauts sont considérés comme des paramètres constants mais inconnus après leur apparition. Pour les estimer via une approche de filtrage, nous augmentons le vecteur d'état du système avec ces paramètres :

$$X = [C \ T \ T_{co} \ \theta_1 \ \theta_2]^T.$$

Les dynamiques des paramètres de défaut sont modélisées comme des marches aléatoires lentes pour permettre leur estimation :

$$\dot{\theta}_1 = w_1, \quad (5.12)$$

$$\dot{\theta}_2 = w_2, \quad (5.13)$$

où w_1 et w_2 sont des bruits blancs gaussiens de faible variance, reflétant l'hypothèse que les défauts sont constants ou varient très lentement une fois établis. L'effet de ces défauts est incorporé dans le modèle, par exemple en considérant que la mesure de T_{co} ou son influence dans l'équation (5.11) est modifiée : $(T_{co} * \theta_2) + \theta_1$.

Les simulations sont conduites sur un horizon temporel de 1200 échantillons. Les défauts f_1 et f_2 sont injectés séparément (dans des simulations distinctes) à partir de l'échantillon 201, permettant d'observer la transition du régime nominal vers le régime défaillant. L'algorithme PFEKF est alors utilisé pour estimer l'ensemble du vecteur d'état augmenté, et plus particulièrement les paramètres de défaut θ_1 et θ_2 .

5.6.2 Résultats d'Estimation des Défauts et Discussion

Les performances de l'algorithme PFEKF pour l'estimation des paramètres de défaut θ_1 (associé à f_1) et θ_2 (associé à f_2) sont illustrées respectivement aux Figures 5.13 et 5.14.

- ◇ **Estimation du Défaut Additif (f_1)** : La Figure 5.13 montre l'évolution de l'estimation $\hat{\theta}_1$ fournie par le PFEKF. Avant l'instant du défaut (échantillon 201), l'estimation reste proche de la valeur nominale zéro. Après l'introduction du défaut, l'algorithme détecte rapidement le changement et l'estimation $\hat{\theta}_1$ converge vers la valeur réelle du défaut (0.65). La précision de cette estimation est quantifiée par une Racine de l'Erreur Quadratique Moyenne (RMSE) de 0.0217, calculée après la convergence.
- ◇ **Estimation du Défaut Multiplicatif (f_2)** : De manière similaire, la Figure 5.14 présente l'estimation $\hat{\theta}_2$ du paramètre de gain. L'algorithme identifie la déviation par rapport à la valeur nominale ($\theta_2 = 1$) après

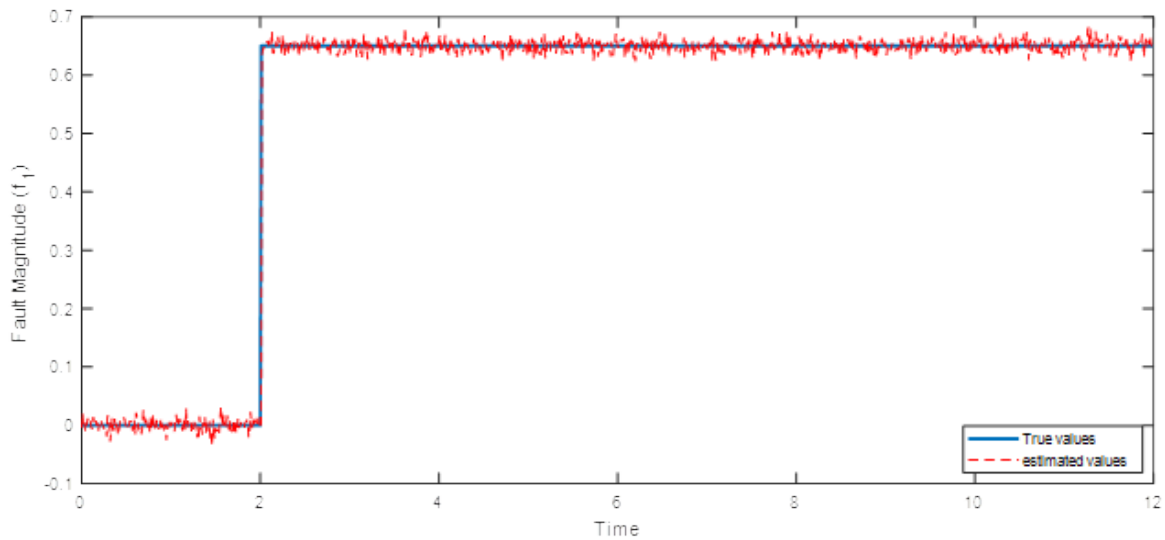


FIG. 5.13 : Estimation du paramètre de défaut additif θ_1 par PFEKF dans le CSTR. Défaut f_1 ($\theta_1 = 0.65$) injecté à l'échantillon 201.

l'échantillon 201 et converge vers la valeur défaillante (1.0015). La performance est particulièrement remarquable ici, avec une RMSE extrêmement faible de 1.143×10^{-4} .

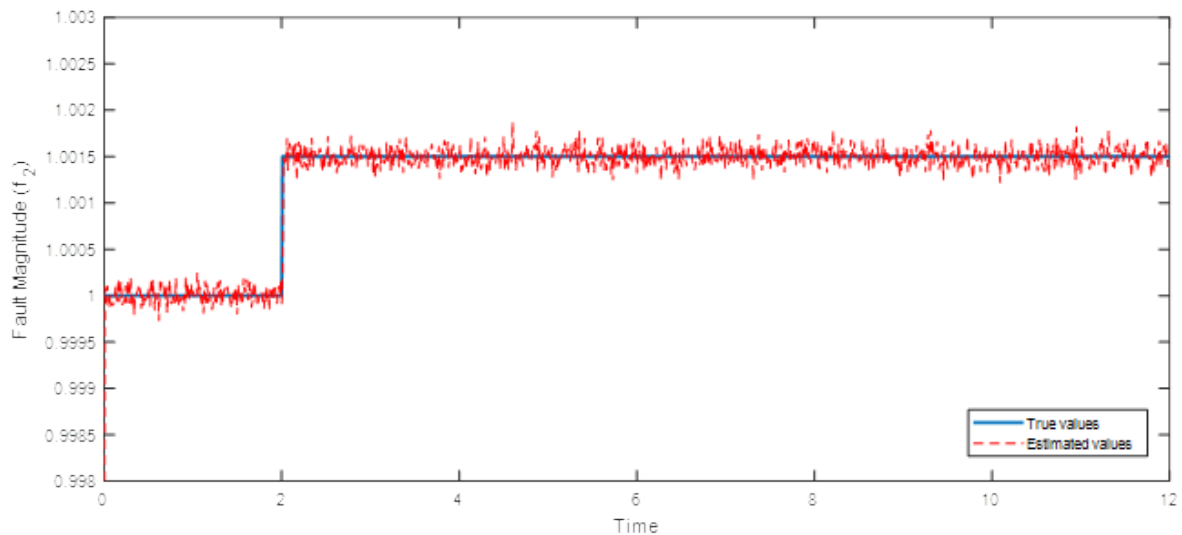


FIG. 5.14 : Estimation du paramètre de défaut multiplicatif θ_2 par PFEKF dans le CSTR. Défaut f_2 ($\theta_2 = 1.0015$) injecté à l'échantillon 201.

en conclusion, les résultats d'estimation sur le modèle CSTR confirment l'efficacité de l'algorithme PFEKF pour l'estimation quantitative de défauts variés affectant un système non linéaire complexe, renforçant ainsi la pertinence de son utilisation dans des applications industrielles.

5.7 Conclusion

Ce chapitre a rigoureusement évalué la méthodologie PFEKF proposée pour le diagnostic des systèmes non linéaires. Les simulations présentées ont systématiquement démontré l'efficacité et la robustesse de l'approche pour la détection, l'isolation et l'estimation de défauts.

Les résultats clés confirment :

- **La supériorité du PFEKF** sur des filtres alternatifs (IPF, PF standard), notamment en termes de robustesse aux bruits et de précision, grâce à sa densité de proposition informée par l'EKF.
- **L'avantage du seuillage adaptatif** pour un meilleur compromis détection/fausses alarmes.
- **La capacité d'isolation** réussie de différents types de défauts.
- **La haute précision de l'estimation quantitative** des défauts, validée sur des modèles applicatifs (robot, CSTR) et surpassant des méthodes de référence (AXKF).

Ensemble, ces validations sur divers scénarios et systèmes attestent que le PFEKF constitue une solution performante et polyvalente pour le diagnostic non linéaire. Bien que certaines limitations (complexité, défauts simultanés) ouvrent des perspectives, les preuves empiriques substantielles de ce chapitre soutiennent fermement les contributions de cette thèse et préparent la conclusion générale.

Conclusion Générale

L'amélioration continue de la sûreté de fonctionnement, de la fiabilité et de la maintenabilité des systèmes dynamiques complexes constitue un enjeu majeur dans de nombreux secteurs industriels et technologiques. Dans ce contexte, le diagnostic des défauts – incluant leur détection précoce, leur isolation précise et leur estimation quantitative – joue un rôle essentiel. Cependant, la nature intrinsèquement non linéaire de nombreux systèmes réels, couplée à la présence inévitable de bruits et d'incertitudes, rend cette tâche particulièrement ardue pour les approches de diagnostic traditionnelles. Cette thèse s'est attaquée à ces défis en proposant et en validant une méthodologie avancée de diagnostic basée sur les techniques de filtrage particulière, spécifiquement conçue pour les systèmes non linéaires et potentiellement soumis à des bruits non gaussiens. L'objectif principal de ce travail était de développer un cadre unifié et robuste pour la détection, l'isolation et l'estimation de défauts, capable de surmonter les limitations des méthodes existantes face aux non-linéarités fortes et aux incertitudes stochastiques complexes. Pour ce faire, nous avons proposé une approche centrée sur un filtre particulière utilisant une densité de proposition informée par le Filtre de Kalman Étendu (PFEKF). Ce choix méthodologique visait à combiner les avantages du filtrage particulière – sa capacité à traiter nativement les non-linéarités et les distributions non gaussiennes – avec l'efficacité de l'EKF pour guider le processus d'échantillonnage vers les zones de haute probabilité de l'espace d'état, améliorant ainsi la précision et la robustesse de l'estimation, y compris celle des paramètres liés aux défauts. Les contributions de cette thèse ont été validées à travers une série de simulations numériques approfondies et l'application à des modèles de systèmes pertinents. Les résultats présentés au Chapitre 5 ont permis de démontrer plusieurs avancées significatives :

1. **Robustesse accrue en détection** : Les simulations comparatives (Simulations 1 et 4) ont clairement établi la supériorité du PFEKF

par rapport à des approches alternatives comme l'IPF et le filtre particulaire standard, notamment en présence de bruits non gaussiens ou de fortes variances de bruit de processus. L'approche PFEKF a montré une capacité à maintenir des performances de détection fiables (faibles taux de fausses alarmes et de non-détections) dans des conditions où les autres méthodes échouaient.

2. **Efficacité du seuillage adaptatif** : L'étude comparative (Simulation 2) a mis en évidence les avantages d'une stratégie de seuillage adaptatif, dérivée des statistiques issues du PFEKF, par rapport aux seuils fixes traditionnels. Cette approche adaptative permet d'obtenir un meilleur compromis entre sensibilité et robustesse aux fausses alarmes. L'analyse de sensibilité paramétrique a également fourni des lignes directrices pour le réglage optimal de ces seuils.
3. **Capacité d'isolation démontrée** : La méthode PFEKF a prouvé son aptitude à isoler correctement différents types de défauts paramétriques au sein d'un même système (Simulation 3), une tâche où le filtre particulaire standard a montré de sévères limitations (Simulation 4). Cette capacité discriminative est essentielle pour un diagnostic précis et une prise de décision éclairée concernant la maintenance.
4. **Précision en estimation de défaut** : L'application de l'approche PFEKF à des tâches d'estimation quantitative de défauts sur des modèles de systèmes physiques (robot manipulateur flexible en Simulation 5, réacteur CSTR en Simulation 6) a révélé d'excellentes performances. L'algorithme a non seulement réussi à estimer avec précision l'amplitude de défauts variés (additifs, multiplicatifs), mais a également surpassé les performances de méthodes de référence comme l'AXKF, confirmant sa pertinence pour quantifier la sévérité des anomalies.
5. **Applicabilité et Polyvalence** : La validation réussie sur différents types de systèmes (benchmark académique, robotique, génie des procédés) et pour différentes facettes du diagnostic (détection, isolation, estimation) souligne la polyvalence et le potentiel d'application large de la méthodologie PFEKF proposée.

Ces contributions renforcent collectivement l'argument selon lequel l'intégration judicieuse d'informations locales (via l'EKF) au sein d'un cadre

global de filtrage particulière constitue une voie prometteuse pour le développement d'outils de diagnostic robustes et performants pour les systèmes non linéaires complexes.

Néanmoins, ce travail présente certaines limitations qui ouvrent des perspectives de recherche futures. La complexité calculatoire inhérente aux méthodes particulières, bien qu'atténuée par la proposition informée, peut rester un facteur limitant pour des applications temps réel extrêmement rapides. Des recherches sur des stratégies d'adaptation du nombre de particules ou des implémentations parallèles pourraient être explorées. De plus, bien que les défauts étudiés soient représentatifs, l'analyse de scénarios impliquant des défauts multiples et simultanés nécessiterait des développements méthodologiques supplémentaires au niveau de l'isolation et de l'estimation. La dépendance de la performance vis-à-vis de la qualité du modèle sous-jacent, commune à toutes les approches basées sur modèle, mériterait également une investigation plus poussée en termes de robustesse à l'incertitude paramétrique ou structurelle. Enfin, une validation expérimentale sur des bancs d'essais physiques constituerait une étape ultime et essentielle pour confirmer les performances observées en simulation. En conclusion, cette thèse a présenté une contribution significative au domaine du diagnostic des défauts pour les systèmes non linéaires, en développant et en validant rigoureusement une approche basée sur le filtre PFEKF. Les résultats obtenus démontrent de manière convaincante que cette méthodologie offre une solution robuste, précise et polyvalente pour aborder les défis de la détection, de l'isolation et de l'estimation de défauts dans des contextes applicatifs exigeants. Les travaux réalisés ouvrent des perspectives prometteuses tant sur le plan théorique, pour l'amélioration continue des algorithmes de filtrage non linéaire appliqués au diagnostic, que sur le plan pratique. En particulier, dans le cadre de l'Industrie 4.0, l'intégration du PFEKF avec des plateformes d'Internet des Objets Industriel (IIoT) pourrait permettre la collecte et le traitement en temps réel de données massives issues de capteurs distribués, alimentant ainsi des jumeaux numériques pour un diagnostic affiné et une prognostication de la durée de vie restante (Remaining Useful Life - RUL). De plus, l'hybridation de notre approche avec des techniques d'apprentissage automatique (Machine Learning), notamment pour l'optimisation dynamique des paramètres du filtre ou pour la reconnaissance de signatures de défauts complexes, pourrait conduire à des systèmes de diagnostic auto-apprenants et adaptatifs,

capables d'évoluer avec le vieillissement des équipements et les variations des conditions opératoires. Ces avancées contribueraient directement au déploiement de stratégies de maintenance conditionnelle avancée et de systèmes cyber-physiques plus autonomes, résilients et efficaces, répondant ainsi aux exigences accrues de performance et de disponibilité des infrastructures industrielles modernes.

Annexe A

Algorithmes supplémentaires

Voici quelques algorithmes du chapitre 3:

Pseudocode

Algorithm 1 Filtre particulaire standard (Bootstrap)

Require : N (nombre de particules), $y_{1:T}$ (observations)

Ensure : $\{\tilde{x}_t^{(i)}\}_{i=1}^N$ (particules estimées)

```
1: Initialisation :
2: for  $i = 1$  à  $N$  do
3:    $x_0^{(i)} \sim p(x_0)$ 
4:    $w_0^{(i)} \leftarrow 1/N$ 
5: end for
6: for  $t = 1$  à  $T$  do
7:   Propagation :
8:   for  $i = 1$  à  $N$  do
9:      $x_t^{(i)} \sim p(x_t | x_{t-1}^{(i)})$ 
10:  end for
11:  Mise à jour des poids :
12:  for  $i = 1$  à  $N$  do
13:     $\tilde{w}_t^{(i)} \leftarrow w_{t-1}^{(i)} \cdot p(y_t | x_t^{(i)})$ 
14:  end for
15:  Normalisation :
16:   $w_t^{(i)} \leftarrow \tilde{w}_t^{(i)} / \sum_{j=1}^N \tilde{w}_t^{(j)}$ 
17:  Rééchantillonnage (si  $N_{\text{eff}} < N/2$ ) :
18:  if Condition déclenchée then
19:    Générer  $\{\tilde{x}_t^{(i)}\}_{i=1}^N$  via rééchantillonnage systématique/multinomial
20:    Réinitialiser  $w_t^{(i)} \leftarrow 1/N$ 
21:  end if
22:  Estimation :
23:   $\hat{x}_k = \sum_{i=1}^N w_k^{(i)} \tilde{x}_k^{(i)}$ 
24: end for
```

Algorithm 2 Rééchantillonnage Systématique

Require : Ensemble de particules $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ avec poids $\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$

Ensure : Nouvel ensemble de particules rééchantillonnées

```

1: Normaliser les poids :
2: for  $i = 1$  à  $N$  do
3:    $w_i \leftarrow \frac{w_i}{\sum_{k=1}^N w_k}$ 
4: end for
5: Calculer la somme cumulée  $C$  :
6:  $C[1] \leftarrow w_1$ 
7: for  $i = 2$  à  $N$  do
8:    $C[i] \leftarrow C[i - 1] + w_i$ 
9: end for
10: Tirer  $u \sim \mathcal{U}[0, 1/N]$ 
11: for  $j = 1$  à  $N$  do
12:    $u_j \leftarrow u + (j - 1)/N$ 
13:   Trouver le plus petit indice  $i$  tel que  $C[i - 1] \leq u_j < C[i]$ 
14:    $x_{\text{resampled}}[j] \leftarrow x[i]$ 
15: end for
16: return  $x_{\text{resampled}}$ 

```

Algorithm 3 Rééchantillonnage Multinomial

Require : Ensemble de particules $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ avec poids $\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$

Ensure : Nouvel ensemble de particules rééchantillonnées

```

1: Normaliser les poids (identique à l'Algorithme 1)
2: Calculer la somme cumulée  $C$  (identique à l'Algorithme 1)
3: for  $j = 1$  à  $N$  do
4:   Tirer  $u \sim \mathcal{U}[0, 1]$ 
5:   Trouver le plus petit indice  $i$  tel que  $C[i] \geq u$ 
6:    $x_{\text{resampled}}[j] \leftarrow x[i]$ 
7: end for
8: return  $x_{\text{resampled}}$ 

```

Algorithm 4 Rééchantillonnage Stratifié

Require : Ensemble de particules $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ avec poids $\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$

Ensure : Nouvel ensemble de particules rééchantillonnées

```

1: Normaliser les poids (identique à l'Algorithme 1)
2: Calculer la somme cumulée  $C$  (identique à l'Algorithme 1)
3: for  $j = 1$  à  $N$  do
4:    $u_j \sim \mathcal{U}[(j - 1)/N, j/N]$ 
5:   Trouver le plus petit indice  $i$  tel que  $C[i] \geq u_j$ 
6:    $x_{\text{resampled}}[j] \leftarrow x[i]$ 
7: end for
8: return  $x_{\text{resampled}}$ 

```

Algorithm 5 Rééchantillonnage Résiduel

Require : Ensemble de particules $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ avec poids $\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$

Ensure : Nouvel ensemble de particules rééchantillonnées

- 1: Normaliser les poids (identique à l'Algorithme 1)
 - 2: Calculer le nombre de copies entières :
 - 3: **for** $i = 1$ à N **do**
 - 4: $n_i \leftarrow \lfloor N \cdot w_i \rfloor$
 - 5: **end for**
 - 6: $R \leftarrow N - \sum_{i=1}^N n_i$
 - 7: Répliquer chaque particule x_i n_i fois
 - 8: Calculer les poids résiduels :
 - 9: **for** $i = 1$ à N **do**
 - 10: $r_i \leftarrow N \cdot w_i - n_i$
 - 11: **end for**
 - 12: Normaliser $\{r_i\}$ pour obtenir une distribution
 - 13: Tirer R particules supplémentaires via rééchantillonnage multinomial
 - 14: **return** l'ensemble complet
-

Algorithm 6 Rééchantillonnage à Variance Minimale

Require : Ensemble de particules $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ avec poids $\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$

Ensure : Nouvel ensemble de particules rééchantillonnées

- 1: Normaliser les poids (identique à l'Algorithme 1)
 - 2: Calculer le vecteur cumulatif C (identique à l'Algorithme 1)
 - 3: Générer des points de coupure optimaux $\{u_j\}$
 - 4: **for** $j = 1$ à N **do**
 - 5: Trouver le plus petit indice i tel que $C[i] \geq u_j$
 - 6: $x_{\text{resampled}}[j] \leftarrow x[i]$
 - 7: **end for**
 - 8: **return** $x_{\text{resampled}}$
-

Algorithm 7 PFEKF-CUSUM

Require : Nombre de particules N , seuil CUSUM h , observations séquentielles $\{y_t\}_{t=1}^T$

Ensure : Alerte de détection du défaut (si $g_t > h$)

```

1: Initialisation :
2: Générer  $\{x_0^{(i)}\}_{i=1}^N \sim p(x_0)$  ▷ échantillonnage initial
3: for  $i = 1$  to  $N$  do
4:   for  $k \in \{0, 1\}$  do ▷  $\theta_0$  nominal,  $\theta_1$  défaillant
5:      $P_0^{(i,k)} \leftarrow P_{\text{init}}$  ▷ covariance initiale
6:      $w_0^{(i,k)} \leftarrow 1/(2N)$  ▷ poids uniforme
7:   end for
8: end for
9:  $g_0 \leftarrow 0$  ▷ statistique CUSUM
10: for  $t = 1$  to  $T$  do
11:   (PFEKF) Prédiction via EKF :
12:   for  $i = 1$  to  $N$  do
13:     for  $k \in \{0, 1\}$  do
14:        $\hat{x}_t^{(i,k)} \leftarrow f(x_{t-1}^{(i)}, \theta_k)$  ▷ modèle dynamique
15:        $F_t^{(i,k)} \leftarrow \frac{\partial f}{\partial x}(x_{t-1}^{(i)}, \theta_k)$  ▷ jacobienne
16:        $P_t^{(i,k)} \leftarrow F_t^{(i,k)} P_{t-1}^{(i,k)} (F_t^{(i,k)})^T + Q_t$  ▷ covariance prédictive
17:     end for
18:   end for
19:   (PFEKF) Correction via PF :
20:   for  $i = 1$  to  $N$  do
21:     for  $k \in \{0, 1\}$  do
22:        $H_t^{(i,k)} \leftarrow \frac{\partial h}{\partial x}(\hat{x}_t^{(i,k)}, \theta_k)$  ▷ jacobienne observation
23:        $\tilde{w}_t^{(i,k)} \leftarrow w_{t-1}^{(i,k)} \times \mathcal{N}(y_t; h(\hat{x}_t^{(i,k)}, \theta_k), H_t^{(i,k)} P_t^{(i,k)} (H_t^{(i,k)})^T + R_t)$  ▷ mise à jour
24:     end for
25:   end for
26:   Normaliser  $\{\tilde{w}_t^{(i,k)}\}$  ▷  $\sum_{i,k} \tilde{w} = 1$ 
27:    $\{x_t^{(i)}, w_t^{(i,k)}, P_t^{(i,k)}\} \leftarrow$  résampling si nécessaire ▷ rééchantillonnage pour éviter la
   dégénérescence
28:   (CUSUM) Calcul du Log-Likelihood Ratio :
29:    $s_t \leftarrow \ln\left(\frac{\sum_{i=1}^N w_t^{(i,1)}}{\sum_{i=1}^N w_t^{(i,0)}}\right)$  ▷ LLR entre hypothèses
30:   (CUSUM) Mise à jour de la statistique :
31:    $g_t \leftarrow \max\{0, g_{t-1} + s_t\}$  ▷ accumulation CUSUM
32:   if  $g_t > h$  then
33:     alerte ▷ détection d'un défaut
34:     break
35:   end if
36: end for

```

Bibliographie

- [1] H. K. Khalil and J. W. Grizzle, *Nonlinear systems*, vol. 3. Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 2002.
- [2] S. Sastry, *Nonlinear systems*. Interdisciplinary applied mathematics, New York, NY : Springer, Dec. 2010.
- [3] R. Isermann, *Fault-diagnosis systems : an introduction from fault detection to fault tolerance*. Springer Science & Business Media, 2005.
- [4] A. Varga, “Solving fault diagnosis problems,” *Studies in Systems, Decision and Control, 1st ed.; Springer International Publishing : Berlin, Germany*, vol. 84, pp. 8–9, 2017.
- [5] E. G. Nobrega, M. O. Abdalla, and K. M. Grigoriadis, “Robust fault estimation of uncertain systems using an lmi-based approach,” *International Journal of Robust and Nonlinear Control : IFAC-Affiliated Journal*, vol. 18, no. 18, pp. 1657–1680, 2008.
- [6] G. Welch, G. Bishop, *et al.*, “An introduction to the kalman filter,” 1995.
- [7] L. Fusini, T. I. Fossen, and T. A. Johansen, “Nonlinear camera-and gnss-aided ins for fixed-wing uav using the exogenous kalman filter,” *Sensing and Control for Autonomous Vehicles : Applications to Land, Water and Air Vehicles*, pp. 25–50, 2017.
- [8] E. A. Garcia and P. M. Frank, “Deterministic nonlinear observer-based approaches to fault diagnosis : A survey,” *control engineering practice*, vol. 5, no. 5, pp. 663–670, 1997.
- [9] S. J. Julier and J. K. Uhlmann, “Unscented filtering and nonlinear estimation,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 92, no. 3, pp. 401–422, 2004.

- [10] N. J. Gordon, D. J. Salmond, and A. F. Smith, “Novel approach to nonlinear/non-gaussian bayesian state estimation,” *IEE proceedings F (radar and signal processing)*, vol. 140, no. 2, pp. 107–113, 1993.
- [11] M. S. Arulampalam, S. Maskell, N. Gordon, and T. Clapp, “A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-gaussian bayesian tracking,” *IEEE Transactions on signal processing*, vol. 50, no. 2, pp. 174–188, 2002.
- [12] A. Doucet, “Monte carlo methods for bayesian estimation of hidden markov models,” *Application to Radiation Signals, PhD. Thesis, Univ. Paris-Sud, Orsay*, 1997.
- [13] G. Kitagawa, “Monte carlo filter and smoother for non-gaussian nonlinear state space models,” *Journal of Computational and Graphical Statistics*, vol. 5, no. 1, pp. 1–25, 1996.
- [14] N. Chopin and O. Papaspiliopoulos, *An introduction to sequential Monte Carlo*. Springer series in statistics, Cham, Switzerland : Springer Nature, Oct. 2020.
- [15] A. Doucet, *On sequential simulation-based methods for Bayesian filtering*. Department of Engineering, University of Cambridge, 1998.
- [16] A. Doucet, N. De Freitas, N. J. Gordon, *et al.*, *Sequential Monte Carlo methods in practice*, vol. 1. Springer, 2001.
- [17] A. Doucet and A. M. Johansen, “A tutorial on particle filtering and smoothing : Fifteen years later,” 2008.
- [18] C. Musso, N. Oudjane, and F. Le Gland, “Improving regularised particle filters,” in *Sequential Monte Carlo methods in practice*, pp. 247–271, Springer, 2001.
- [19] C. Andrieu, N. De Freitas, and A. Doucet, “Sequential MCMC for bayesian model selection,” *Proceedings of the IEEE Signal Processing Workshop on Higher-Order Statistics. SPW-HOS '99*, pp. 130–134, 1999.
- [20] C. Andrieu, A. Doucet, and E. Punskeya, “Sequential monte carlo methods for optimal filtering,” *Sequential Monte Carlo methods in practice*, pp. 79–95, 2001.

-
- [21] F. Zafari, I. Papapanagiotou, and T. J. Hacker, “A novel bayesian filtering based algorithm for rssi-based indoor localization,” *IEEE International Conference on Communications (ICC)*, pp. 1–7, 2018.
- [22] A. Levy, S. Gannot, and E. A. Habets, “Multiple-hypothesis extended particle filter for acoustic source localization in reverberant environments,” *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, vol. 19, no. 6, pp. 1540–1555, 2010.
- [23] Y. Lu, H. R. Karimi, B. Li, and C.-C. Chen, “Event-triggered resilient joint mobile robot localization and sensor fault estimation,” *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 34, no. 16, pp. 10971–10989, 2024.
- [24] W. Liu, C. Sun, S. Huang, and S. Yi, “Robust fault estimation and fault-tolerant control for a class of fuzzy singularly perturbed systems with state time delay based on learning observer,” *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 38, no. 12, pp. 3865–3882, 2024.
- [25] G. Verdier, *Détection Statistique de Rupture de Modèle dans les Systèmes Dynamiques-Application à la Supervision de Procédés de Dépollution Biologique*. PhD thesis, Université Montpellier II-Sciences et Techniques du Languedoc, 2007.
- [26] E. S. Page, “Continuous inspection schemes,” *Biometrika*, vol. 41, no. 1/2, pp. 100–115, 1954.
- [27] M. Mansouri, H. Nounou, M. F. Harkat, and M. Nounou, “Enhanced fault detection of an air quality monitoring network,” in *2017 IEEE Workshop on Environmental, Energy, and Structural Monitoring Systems (EESMS)*, pp. 1–6, 2017.
- [28] I. V. Nikiforov, “A lower bound for the detection/isolation delay in a class of sequential tests,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 49, no. 11, pp. 3037–3047, 2003.
- [29] M. Basseville, I. V. Nikiforov, *et al.*, *Detection of abrupt changes : theory and application*, vol. 104. Prentice hall Englewood Cliffs, 1993.

- [30] A. Hasan, M. Tahavori, and H. S. Midtiby, “Model-based fault diagnosis algorithms for robotic systems,” *IEEE Access*, vol. 11, pp. 2250–2258, 2023.
- [31] J. Pekař and V. Havlena, “Control of cstr using model predictive controller based on mixture distribution,” *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 37, no. 13, pp. 793–798, 2004. 6th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems 2004 (NOLCOS 2004), Stuttgart, Germany, 1-3 September, 2004.
- [32] M. J. Grimble and P. Majecki, “Introduction to nonlinear systems modelling and control,” *Nonlinear Industrial Control Systems : Optimal Polynomial Systems and State-Space Approach*, pp. 3–63, 2020.
- [33] V. Nguyen, *Dynamics and control of non-smooth systems with applications to supercavitating vehicles*. University of Maryland, College Park, 2011.
- [34] F. Giri and E.-W. Bai, *Block-oriented nonlinear system identification*, vol. 1. Springer, 2010.
- [35] B. K. Shivamoggi, *Nonlinear dynamics and chaotic phenomena : An introduction*, vol. 103. Springer, 2014.
- [36] T. L. Lai, “Sequential multiple hypothesis testing and efficient fault detection-isolation in stochastic systems,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 46, no. 2, pp. 595–608, 2000.
- [37] M. T. H. Kaib, A. Kouadri, M. F. Harkat, A. Bensmail, and M. Mansouri, “Improving kernel pca-based algorithm for fault detection in nonlinear industrial process through fractal dimension,” *Process Safety and Environmental Protection*, vol. 179, pp. 525–536, 2023.
- [38] V. Venkatasubramanian, R. Rengaswamy, K. Yin, and S. N. Kavuri, “A review of process fault detection and diagnosis : Part i : Quantitative model-based methods,” *Computers & Chemical Engineering*, vol. 27, no. 3, pp. 293–311, 2003.
- [39] K. Attouri, M. Mansouri, and A. Kouadri, “Adaptive polykan-based autoencoder for fault detection and classification in wind and solar power systems,” *Ain Shams Engineering Journal*, vol. 17, no. 1, p. 103884, 2026.

-
- [40] M. T. H. Kaib, A. Kouadri, M. F. Harkat, A. Bensmail, and M. Mansouri, "Data size reduction approach for nonlinear process monitoring refinement using kernel pca technique," *Expert Systems with Applications*, vol. 274, p. 126975, 2025.
- [41] L. Rouani, M. F. Harkat, A. Kouadri, and S. Mekhilef, "Shading fault detection in a grid-connected pv system using vertices principal component analysis," *Renewable Energy*, vol. 164, pp. 1527–1539, 2021.
- [42] J. S. De Cursi and A. Koscianski, "Physically constrained neural network models for simulation," *Adv. Innov. Syst. Comput. Sci. Softw. Eng*, pp. 567–572, 2007.
- [43] F. Gustafsson, "Particle filter theory and practice with positioning applications," *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, vol. 25, no. 7, pp. 53–82, 2010.
- [44] V. I. Utkin, *Sliding modes in control and optimization*. Springer Science & Business Media, 2013.
- [45] N. De Freitas, "Rao-blackwellised particle filtering for fault diagnosis," *IEEE Aerospace Conference*, vol. 4, pp. 4–4, 2002.
- [46] R. Karlsson and N. Bergman, "Auxiliary particle filters for tracking a maneuvering target," *Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No. 00CH37187)*, vol. 4, pp. 3891–3895, 2000.
- [47] C. Musso and N. Oudjane, "Recent particle filter applied to terrain navigation," *Proceedings of the Third International Conference on Information Fusion*, vol. 2, pp. WEB5–26, 2000.
- [48] E. Punsakaya, C. Andrieu, A. Doucet, and W. J. Fitzgerald, "Particle filters for demodulation of m-ary modulated signals in noisy fading communication channels," *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Proceedings (Cat. No. 00CH37100)*, vol. 5, pp. 2797–2800, 2000.
- [49] S. Wang, H. Huang, D. Shi, X. An, K. Zhang, and Y. Shi, "Hybrid propagation modeling based clutch fault diagnosis of multi-mode electromechanical transmission system using particle filter," *Measurement*, vol. 243, p. 116385, 2025.

- [50] M. Hedayati and A. Rahimi, “A hybrid framework for real-time satellite fault diagnosis using markov jump-adjusted models and 1d sliding window residual networks,” *Acta Astronautica*, vol. 228, pp. 1066–1087, 2025.
- [51] B. Lei, J. Yang, K. Xue, and B. Tian, “A multi-modal particle filtering method for fault detection and diagnosis of digital instrumentation and control systems,” *14th International Conference on Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering (QR2MSE 2024)*, vol. 2024, pp. 1124–1131, 2024.
- [52] A. Balaji, D. Dumas, O. Pierard, C. Sbarufatti, and F. Cadini, “Particle filter-based prognostics for composite curing process,” *Polymer Composites*, vol. 45, no. 14, pp. 12913–12931, 2024.
- [53] J. Cha, S. Ko, and S.-Y. Park, “Particle-filter-based fault diagnosis for the startup process of an open-cycle liquid-propellant rocket engine,” *Sensors*, vol. 24, no. 9, p. 2798, 2024.
- [54] A. Allam, M. Mangold, and P. Zhang, “Fault diagnosis of pem fuel cells : An assessment of two bayes’ filters,” *IFAC-PapersOnLine*, vol. 58, no. 4, pp. 473–478, 2024.
- [55] J. Zhang, S. X. Ding, D. Zhang, and L. Li, “Distributed fault detection for large-scale interconnected systems,” *IET Control Theory & Applications*, vol. 18, no. 17, pp. 2347–2357, 2024.
- [56] C. Hajiyev and H. E. Soken, “Adaptive kalman filter with the filter gain correction applied to uav flight dynamics,” *17th Mediterranean Conference on Control and Automation*, pp. 892–897, 2009.
- [57] M. N. Rosenbluth and A. W. Rosenbluth, “Monte carlo calculation of the average extension of molecular chains,” *J. Chem. Phys.*, vol. 23, pp. 356–359, Feb. 1955.
- [58] J. E. Handschin and D. Q. Mayne, “Monte carlo techniques to estimate the conditional expectation in multi-stage non-linear filtering,” *International Journal of Control*, vol. 9, no. 5, pp. 547–559, 1969.
- [59] M. K. Pitt and N. Shephard, “Filtering via simulation : Auxiliary particle filters,” *Journal of the American Statistical Association*, vol. 94, no. 446, pp. 590–599, 1999.

-
- [60] N. Kantas, A. Doucet, S. S. Singh, J. Maciejowski, and N. Chopin, “On particle methods for parameter estimation in state-space models,” 2015.
- [61] M. West, “Approximating posterior distributions by mixtures,” *Journal of the Royal Statistical Society : Series B (Methodological)*, vol. 55, no. 2, pp. 409–422, 1993.
- [62] A. Doucet, S. Godsill, and C. Andrieu, “On sequential monte carlo sampling methods for bayesian filtering,” *Statistics and computing*, vol. 10, pp. 197–208, 2000.
- [63] E. Wang, X. Li, and T. Pang, “Research on particle filter algorithm based on neural network,” *Proceedings of the International Conference on Logistics, Engineering, Management and Computer Science*, pp. 1084–1088, 2014/05.
- [64] S. Yin and X. Zhu, “Intelligent particle filter and its application to fault detection of nonlinear system,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 62, no. 6, pp. 3852–3861, 2015.
- [65] J. S. Liu and R. Chen, “Sequential monte carlo methods for dynamic systems,” *Journal of the American statistical association*, vol. 93, no. 443, pp. 1032–1044, 1998.
- [66] A. Kong, J. S. Liu, and W. H. W. and, “Sequential imputations and bayesian missing data problems,” *Journal of the American Statistical Association*, vol. 89, no. 425, pp. 278–288, 1994.
- [67] E. R. Beadle and P. M. Djuric, “A fast-weighted bayesian bootstrap filter for nonlinear model state estimation,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 33, no. 1, pp. 338–343, 1997.
- [68] D. Avitzour, “Stochastic simulation bayesian approach to multitarget tracking,” *IEE Proceedings-Radar, Sonar and Navigation*, vol. 142, no. 2, pp. 41–44, 1995.
- [69] A. Doucet, N. J. Gordon, and V. Krishnamurthy, “Particle filters for state estimation of jump markov linear systems,” *IEEE Transactions on signal processing*, vol. 49, no. 3, pp. 613–624, 2001.

- [70] R. DB, “Using the sir algorithm to simulate posterior distributions,” *Bayesian statistics 3. Proceedings of the third Valencia international meeting*, pp. 395–402, 1988.
- [71] J. Hernández-González and J. Cerquides, “A robust solution to variational importance sampling of minimum variance,” *Entropy*, vol. 22, no. 12, p. 1405, 2020.
- [72] S. Geman and D. Geman, “Stochastic relaxation, gibbs distributions, and the bayesian restoration of images,” *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, no. 6, pp. 721–741, 1984.
- [73] M. Vihola, J. Helske, and J. Franks, “Importance sampling type estimators based on approximate marginal markov chain monte carlo,” *Scandinavian Journal of Statistics*, vol. 47, no. 4, pp. 1339–1376, 2020.
- [74] P. J. Green and D. I. Hastie, “Reversible jump mcmc,” *Genetics*, vol. 155, no. 3, pp. 1391–1403, 2009.
- [75] A. Wigren, L. Murray, and F. Lindsten, “Improving the particle filter in high dimensions using conjugate artificial process noise,” *IFAC-PapersOnLine*, vol. 51, no. 15, pp. 670–675, 2018.
- [76] R. Sharma, S. Banerjee, D. Vats, and P. Rai, “Variational rejection particle filtering,” *arXiv preprint arXiv :2103.15343*, 2021.
- [77] J. Kudlicka, L. M. Murray, T. B. Schön, and F. Lindsten, “Particle filter with rejection control and unbiased estimator of the marginal likelihood,” *ICASSP 2020 - 2020 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, 2020.
- [78] X. Chai, Y. Li, and L. Qiao, “Terrain-assisted navigation of long-range auv based on intelligent particle filter,” in *2022 13th Asian Control Conference (ASCC)*, pp. 991–996, 2022.
- [79] H. Yu and S. Yin, “A fault detection strategy based on intelligent particle filter for nonlinear systems,” *41st Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, pp. 002974–002979, 2015.
- [80] G. Siamantas, T. Stouraitis, and A. Tzes, “Intelligent particle-filter based robot localization,” *19th Mediterranean Conference on Control & Automation (MED)*, pp. 333–338, 2011.

-
- [81] G. Lorden, “Procedures for reacting to a change in distribution,” *The annals of mathematical statistics*, pp. 1897–1908, 1971.
- [82] G. V. Moustakides, “Optimal stopping times for detecting changes in distributions,” *the Annals of Statistics*, vol. 14, no. 4, pp. 1379–1387, 1986.
- [83] A. Wald, “Limit distribution of the maximum and minimum of successive cumulative sums of random variables,” vol. 53, pp. 142–153, 1947.
- [84] G. Verdier, N. Hilgert, and J.-P. Vila, “Optimality of cusum rule approximations in change-point detection problems : application to non-linear state–space systems,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 54, no. 11, pp. 5102–5112, 2008.
- [85] . M. Gómez, L. Navarro-Hilfiker, and R. Wiśniewski, “Model-based detection of data-injection cyber-attacks on wind turbine controllers,” *10th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT)*, pp. 1780–1785, 2024.
- [86] I. Guedaouria, N. Doghmane, and M.-F. Harkat, “PFEKF filter-based fault detection and isolation in non-linear systems,” *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2025.
- [87] I. V. Nikiforov, “A generalized change detection problem,” *IEEE Transactions on Information theory*, vol. 41, no. 1, pp. 171–187, 1995.
- [88] K. E. S. Pilario and Y. Cao, “Canonical variate dissimilarity analysis for process incipient fault detection,” *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, vol. 14, no. 12, pp. 5308–5315, 2018.