

Table des matières

Avant-propos	15
Introduction	19
Chapitre 1. Formulation vectorielle des équations d'équilibre	23
1.1. Modélisation d'un système mécanique	23
1.1.1. Définition d'un système matériel	23
1.1.2. L'espace dans lequel le système se meut.....	24
1.1.3. Repérage.....	25
1.1.3.1. Degrés de liberté, coordonnées et déplacements généralisés	25
1.1.3.2. Changements de repères	26
1.1.3.3. Changements de référentiels	27
1.1.4. Liaisons.....	28
1.1.4.1. Liaisons holonomes.....	29
1.1.4.2. Liaisons non holonomes	31
1.1.4.3. Exemple : roue rigide en contact avec le sol	32
1.1.5. Lois de comportement mécanique	36
1.1.6. Efforts de liaison	39
1.2. Principes premiers de la mécanique newtonienne	40
1.2.1. Les trois principes fondamentaux de la mécanique newtonienne	40
1.2.1.1. Principe d'inertie	40
1.2.1.2. Loi du mouvement (principe fondamental de la dynamique) ...	41
1.2.1.3. Principe d'action et de réaction	41
1.2.2. Principe de l'équilibre dynamique (principe de d'Alembert)	43
1.2.3. Equations du mouvement en termes de moments.....	45
1.2.3.1. Moment d'une force et moment cinétique	45
1.2.3.2. Applications à quelques systèmes simples.....	48
1.2.4. Remarque sur la formulation vectorielle de l'équilibre mécanique....	53
Chapitre 2. Principe des travaux virtuels et équations de Lagrange	55
2.1. Introduction	55

2.2. Energie mécanique et son échange.....	56
2.2.1. Travail et forces généralisées	57
2.2.1.1. Travail d'une force	57
2.2.1.2. Déplacements et forces généralisées.....	57
2.2.2. Travail des efforts inertiels : énergie cinétique.....	58
2.2.2.1. Mouvement de translation dans un référentiel inertielle.....	58
2.2.2.2. Corps rigide en rotation dans un référentiel inertielle.....	59
2.2.2.3. Changements de référentiels	61
2.2.2.4. Propriétés des matrices hermitiennes	64
2.2.3. Travail des forces dérivant d'un potentiel.....	66
2.2.3.1. Energie potentielle.....	66
2.2.3.2. Déplacements et forces généralisées.....	67
2.2.4. Energie mécanique et son échange avec l'extérieur.....	69
2.2.4.1. Systèmes conservatifs	69
2.2.4.2. Systèmes non conservatifs	70
2.2.5. Travail des efforts de liaison : liaisons parfaites	71
2.3. Travaux virtuels et équations de Lagrange	71
2.3.1. Principe des travaux virtuels	71
2.3.2. Equations de Lagrange	73
2.3.3. Fonction de Lagrange (lagrangien)	76
2.3.4. Formulations lagrangiennes et newtoniennes	77
2.4. Exemple d'application : bâtiment sur fondations élastiques	78
2.4.1. Déplacements généralisés	79
2.4.2. Energie potentielle du système	80
2.4.3. Forces généralisées de chargement externe et résolution du problème.....	80
2.4.4. Réponse à une charge répartie.....	81
2.4.5. Elasticité répartie des fondations et raideurs généralisées	82
2.4.6. Matrices de raideur et de masse pour un déplacement quelconque....	85
Chapitre 3. Principe de Hamilton et équations de Lagrange	89
3.1. Introduction	89
3.2. Eléments de calcul variationnel	91
3.2.1. Stationnarité et extremum d'une fonction	91
3.2.2. Stabilité statique	94
3.2.2.1. Critères de stabilité	94
3.2.2.2. Instabilité statique d'un système de pendules inversés et couplés	95
3.2.2.3. Flambage et bifurcation d'un système de deux barres articulées .	96
3.2.3. Stationnarité d'une intégrale	102
3.3. Formulation variationnelle des équations de Lagrange	108
3.3.1. Principe des travaux virtuels et principe de Hamilton.....	108
3.3.2. Forme générale des équations d'Euler-Lagrange	109
3.3.3. Mouvements libres des systèmes conservatifs	110
3.3.4. Mouvements forcés des systèmes conservatifs.....	113
3.3.5. Systèmes non conservatifs	115

Chapitre 4. Systèmes contraints par des liaisons et multiplicateurs de Lagrange	117
4.1. Introduction	117
4.2. Liaisons et multiplicateurs de Lagrange	118
4.2.1. Stationnarité d'une fonction liée	118
4.2.2. Liaisons non holonomes, de type différentielles	121
4.2.3. Equations de Lagrange d'un système lié	121
4.3. Mouvements imposés et changements de référentiels	129
4.3.1. Déplacements imposés vus comme des liaisons rhéonomes	129
4.3.2. Mouvements imposés et changements de référentiels	132
 Chapitre 5. Oscillateurs autonomes	 139
5.1. L'oscillateur linéaire (harmonique)	139
5.1.1. Notion d'oscillateur mécanique	139
5.1.2. Vibrations libres d'un oscillateur conservatif	141
5.1.2.1. Lois horaires	141
5.1.2.2. Portrait de phase	143
5.1.2.3. Analyse modale	145
5.1.3. Vibrations libres d'un oscillateur non conservatif	146
5.1.3.1. Lois horaires	146
5.1.3.2. Portrait de phase	150
5.1.3.3. Analyse modale	151
5.1.4. Instabilité de flambage (raideur négative)	152
5.2. Oscillateurs non linéaires	152
5.2.1. Oscillateurs conservatifs	153
5.2.2. Oscillateurs amortis	162
5.2.3. Oscillateurs entretenus	165
5.3. Schémas d'intégration numérique des équations du mouvement	166
5.3.1. Schéma explicite aux différences centrées du deuxième ordre	167
5.3.1.1. Processus itératif	167
5.3.1.2. Initialisation de l'algorithme	168
5.3.1.3. Pas de temps critique de stabilité	169
5.3.1.4. Précision de l'algorithme	171
5.3.2. Application à quelques problèmes vibratoires	172
5.3.2.1. Oscillateur paramétrique	172
5.3.2.2. Oscillateur à chocs	174
5.3.3. Algorithme implicite de Newmark	180
 Chapitre 6. Systèmes à plusieurs degrés de liberté : modes propres vibratoires	 183
6.1. Introduction	183
6.2. Equations vibratoires d'un système conservatif	184
6.2.1. Linéarisation des équations du mouvement	184
6.2.2. Remarques préliminaires sur la résolution du problème statique	185

6.3. Analyse modale d'un système mécanique linéaire, conservatif	186
6.3.1. Couplage et découplage des degrés de liberté	187
6.3.2. Modes propres vibratoires	189
6.3.2.1. Principe du calcul des modes propres	189
6.3.2.2. Propriétés fondamentales des modes propres des systèmes conservatifs	189
6.3.2.3. Modes propres de quelques systèmes simples	193
6.4. Diverses extensions du concept de modes propres vibratoires	201
6.4.1. Modes libres de corps rigides	201
6.4.2. Modes propres de systèmes liés ($N > ND$)	201
6.4.3. Systèmes précontraints et modes de flambage	204
6.4.4. Systèmes tournants et modes couplés par effet gyroscopique	210
6.4.4.1. Modes vibratoires d'une masse liée seulement à une roue tournante	211
6.4.4.2. Volant d'inertie monté sur ressorts (gyroscope sur ressorts) ...	216
Chapitre 7. Vibrations forcées : réponses à des transitoires	221
7.1. Introduction	221
7.2. Excitations déterministes transitoires	222
7.2.1. Fonctions localement intégrables et distributions régulières	222
7.2.2. Signal d'excitation transitoire	223
7.2.3. Excitations impulsives : distribution singulière de Dirac	225
7.2.4. Excitations à support infini et à énergie finie	226
7.3. Réponse d'un oscillateur par transformation de Laplace	227
7.3.1. Définition de la transformée de Laplace et de son inverse	227
7.3.2. Fonction de transfert de l'oscillateur harmonique	228
7.3.3. Excitations équivalentes aux conditions initiales	229
7.3.3.1. Vitesse initiale et chargement impulsif	230
7.3.3.2. Déplacement initial et relâchement d'une précontrainte	230
7.3.4. Loi horaire de la réponse à un transitoire	231
7.3.4.1. Réponse à un créneau rectangulaire	232
7.3.4.2. Réponse à un créneau dont le temps de montée n'est pas nul	236
7.3.4.3. Réponse forcée à un sinus tronqué	238
7.4. Réponse impulsive et fonction de Green	243
7.4.1. Définition de la fonction de Green d'un oscillateur linéaire	243
7.4.2. Fonction de Green et réponses forcées	244
7.5. Réponse des systèmes linéaires à plusieurs degrés de liberté	245
7.5.1. Matrice et fonctions de transfert d'un système conservatif	245
7.5.2. Découplage par projection sur base modale	247
7.5.2.1. Principe du découplage	247
7.5.2.2. Développement en série modale des fonctions de transfert et de Green	248
7.5.3. Amortissements visqueux	254
7.5.3.1. Modèle des amortissements visqueux proportionnels (hypothèse de Basile)	255

7.5.3.2. Amortissements visqueux quelconques	256
7.6. Intégration des équations par l'algorithme implicite de Newmark	259
Chapitre 8. Analyse spectrale des signaux temporels, déterministes.	265
8.1. Introduction	265
8.2. Principes de base de l'analyse spectrale	268
8.2.1. Décomposition d'une fonction périodique en série de Fourier	268
8.2.2. La transformée de Fourier	276
8.2.2.1. Définitions	276
8.2.2.2. Transformée de Fourier et transformée de Laplace	277
8.2.2.3. Théorème du produit (Plancherel-Parseval)	277
8.2.2.4. Transformée de Fourier au sens des distributions et séries de Fourier	278
8.2.3. Contenu spectral des signaux temporels	279
8.2.3.1. Densité spectrale d'énergie d'un signal transitoire	279
8.2.3.2. Densité spectrale de puissance des fonctions périodiques	282
8.2.3.3. Spectres mutuels (ou croisés)	285
8.2.3.4. Spectres et fonctions de corrélation	286
8.2.3.5. Coefficients de corrélation	287
8.2.3.6. Fonctions et coefficients de corrélation des signaux périodiques	289
8.2.3.7. Approximation d'une fonction par une série de Fourier tronquée	290
8.3. Aspects numériques liés à la discrétisation des signaux	291
8.3.1. Echantillonnage d'un signal temporel	291
8.3.2. Théorème de l'échantillonnage (théorème de Shannon)	292
8.3.3. Transformée de Fourier du signal original et du signal tronqué	296
8.3.4. Discrétisation de la transformée de Fourier	297
8.3.4.1. Transformée de Fourier tronquée discrète et série de Fourier ...	297
8.3.4.2. Définition et propriétés de la transformée de Fourier discrète ...	298
8.3.4.3. Exemple d'application	299
Chapitre 9. Analyse spectrale des vibrations forcées	303
9.1. Introduction	303
9.2. Oscillateur linéaire	304
9.2.1. Spectres d'excitation et de réponse	304
9.2.2. Propriétés spectrales des fonctions de transfert	304
9.2.2.1. Allure de la fonction de transfert en déplacement	304
9.2.2.2. Domaines spectraux de réponse d'un oscillateur	307
9.3. Systèmes linéaires à plusieurs degrés de liberté	311
9.3.1. Spectres d'excitation et de réponse	311
9.3.2. Particularités intéressantes des fonctions de transfert	312
9.3.3. Principe de mesure d'une fonction de transfert	315
9.3.4. Spectre de réponse à l'excitation de plusieurs degrés de liberté	316
9.3.5. Atténuateur de vibration par couplage antirésonant	317
9.3.6. Amortisseur de suspension automobile	320

9.4. Vibrations forcées de l'oscillateur de Duffing	323
9.4.1. Solutions périodiques et résonances non linéaires	324
9.4.1.1. Méthode de Ritz Galerkin	324
9.4.1.2. Relation pulsation amplitude vibratoire	324
9.4.1.3. Courbe de résonance non linéaire	327
9.4.1.4. Effet d'hystérésis	328
9.4.2. Simulations numériques et vibrations chaotiques.....	328
9.4.2.1. Mouvements périodiques	329
9.4.2.2. Mouvements chaotiques	331
Annexes	335
A1. Formules usuelles de calcul vectoriel	335
A2. Angles d'Euler.....	336
A3. Matrices hermitiennes et symétriques	339
A4. Algorithme de Crout et décomposition de Choleski	342
A5. Notions élémentaires sur les distributions.....	345
A6. Transformée de Laplace.....	350
A7. Calcul des modes propres par une méthode d'itération inverse.....	354
Bibliographie	357
Index	359