

Table des Matières

I	Fondements	1
1	Introduction	3
1.1	L'hypothèse atomique	3
1.2	L'électron	7
1.3	Les ions	12
1.4	Modèles d'atome	15
1.5	Instabilité électrodynamique de l'atome classique	18
1.6	Exercices et problèmes	21
1.6.1	Détermination du rapport charge/masse de l'électron (méthode de Thomson et Kaufmann)	21
1.6.2	Détermination du nombre d'Avogadro \mathcal{N} à l'aide du mouvement Brownien	23
1.6.3	Les expériences de Kappler (1931)	25
1.6.4	Équilibre d'une atmosphère isotherme	25
1.6.5	Mesure précise de l'impulsion de particules par focalisation	26
1.6.6	Spectrographe de masse	27
1.6.7	Le spectromètre de Bainbridge	28
1.6.8	La force d'Abraham - Lorentz	29
1.6.9	Durée de vie de l'atome de Jean Perrin	31

2 La radioactivité	46
2.1 La radioactivité : découverte et premiers faits expérimentaux	46
2.2 Loi de décroissance radioactive	47
2.3 Exercices et problèmes	47
2.3.1 La radioactivité à l'hôpital	47
2.3.2 Loi de déclin radioactif	47
2.3.3 Mesure du nombre d'Avogadro	48
2.3.4 Chaînes radioactives	48
2.3.5 Longueur de parcours d'une particule α dans l'air	49
2.3.6 Résolution de l'équation (2.15) par la transformation de Laplace	50
3 Les expériences de Rutherford	53
3.1 Principes généraux des expériences	53
3.2 Généralités sur la collision élastique de deux particules élémentaires	55
3.2.1 Lois de conservation	55
3.2.2 Réduction du problème à deux corps en interaction centrale	59
3.3 Déviation d'une particule chargée par un noyau d'atome	62
3.4 Section efficace de collision	65
3.5 Section efficace différentielle pour la diffusion Rutherford	68
3.6 Exercices et problèmes	71
3.6.1 Ordres de grandeurs	71
3.6.2 Collision élastique de deux particules	71
3.6.3 Distance minimale d'approche pour la diffusion Rutherford	72
3.6.4 Section efficace de diffusion par un centre répulsif	73
3.6.5 Section efficace de capture par un centre attractif	74
3.6.6 Diffusion par un puits sphérique attractif	75
3.6.7 Passage du repère du centre de masse au repère du laboratoire pour la diffusion de deux particules en interaction centrale	77

4	Quantification de l'énergie : le rayonnement thermique	81
4.1	Le rayonnement thermique	81
4.1.1	Faits expérimentaux et nature physique du rayonnement thermique	82
4.1.2	Description phénoménologique du rayonnement thermique	89
4.1.3	Loi de Stefan (1879)	93
4.2	Loi de Planck (1900)	97
4.2.1	Retour sur la loi du déplacement de Wien	97
4.2.2	Formule de Rayleigh - Jeans (1900)	98
4.2.3	Loi de Planck	108
4.3	Exercices et problèmes	112
4.3.1	Température d'un astre	112
4.3.2	Température du filament d'une ampoule à incandescence	113
4.3.3	Refroidissement radiatif d'une sphère	113
4.3.4	Perte de masse du soleil par seconde	114
4.3.5	Pression de radiation solaire à la surface de la Terre	114
4.3.6	Pression de radiation sur une surface rugueuse	114
4.3.7	Variations sur la formule de Planck	115
5	Quantification de l'énergie : le photon	117
5.1	L'effet photo-électrique	117
5.1.1	Découverte et faits expérimentaux	118
5.1.2	L'interprétation d'Einstein (1905)	120
5.2	Le photon	127
5.2.1	Relation de dispersion du photon	127
5.2.2	Comparaison avec la description corpusculaire classique de la pression de radiation	129

5.3	L'effet Compton	131
5.3.1	Diffusion des rayons X par les atomes	131
5.3.2	Les expériences de Compton et leur interprétation (1921-1923)	133
5.4	Exercices et problèmes	140
5.4.1	Ordres de grandeurs	140
5.4.2	Effet photo-électrique	141
5.4.3	Mesure précise de la constante de Planck (Millikan)	141
5.4.4	Histoire de photo-électron	142
5.4.5	Effet photo-électrique par irradiation thermique	142
5.4.6	Impossibilité d'absorption d'un photon par un électron libre	143
5.4.7	Réflexion d'un <i>flash</i> de lumière sur un miroir pendulaire	143
5.4.8	Diffusion Compton en phase gazeuse	143
5.4.9	Distribution angulaire des électrons Compton	144
5.4.10	Irradiation d'une cible par un rayonnement très dur	144
5.4.11	Masse gravitationnelle du photon	145
5.4.12	Effet Čerenkov	145
5.4.13	L'effet Compton inverse	147
6	Structure atomique, raies spectrales, théorie de Bohr	149
6.1	Spectre de raies	149
6.1.1	Spectres atomiques	149
6.1.2	Élargissement des raies spectrales	152
6.1.3	Formule de Balmer et généralisation de Ritz	156
6.2	Le modèle de Bohr (1913)	158
6.2.1	Difficultés du modèle planétaire et proposition de Bohr	158
6.2.2	Orbites stationnaires de Bohr	160

6.3	Quantification de l'énergie : confirmations	167
6.3.1	Le phénomène de résonance optique	168
6.3.2	Les expériences de Lenard	172
6.3.3	Les expériences de Franck et Hertz (1914)	174
6.4	Exercices et problèmes	177
6.4.1	Ordres de grandeur	177
6.4.2	Transformées de Fourier usuelles	177
6.4.3	Théorème du Viriel	177
6.4.4	Effet photo-électrique sur une vapeur atomique	178
6.4.5	Diffusion de la lumière par l'atome classique (modèle de Thomson)	178
6.4.6	Largeurs Doppler et naturelle	180
6.4.7	Mesure de la durée de vie d'un état excité à l'aide d'un jet atomique	181
6.4.8	Évolution des populations d'une vapeur atomique excitée à la résonance	183
6.4.9	Identification d'une raie spectrale	184
6.4.10	Effet Doppler et recul d'un atome en absorption	184
6.4.11	Séries spectroscopiques de l'hydrogène selon Bohr	185
6.4.12	Séparation des raies de deux isotopes	185
6.4.13	Coïncidences spectrales	185
6.4.14	Étude énergétique d'un atome hydrogénoïde	185
6.4.15	Le positronium	186
6.4.16	Quelques propriétés du modèle de Bohr	186

7 L'Ancienne Théorie des Quanta	187
7.1 Rudiments de Mécanique analytique	188
7.1.1 Principe de moindre action (PMA) et équations de Lagrange . . .	188
7.1.2 Équations de Hamilton	198
7.1.3 Équation de Hamilton - Jacobi	202
7.1.4 Crochets de Poisson	208
7.2 La règle de Planck pour l'oscillateur harmonique	209
7.3 Les règles de quantification de Bohr - Wilson - Sommerfeld	212
7.3.1 Généralisation de la règle de Bohr	212
7.3.2 Application à l'atome d'hydrogène	213
7.3.3 Corrections relativistes	218
7.4 Exercices et problèmes	222
7.4.1 Particule chargée dans un champ électromagnétique	222
7.4.2 Invariance en forme de l'énergie cinétique pour des coordonnées cartésiennes	223
7.4.3 Équivalence entre équation différentielle et principe variationnel . .	223
7.4.4 Oscillateur harmonique traité en Mécanique analytique	224
7.4.5 Oscillateur harmonique dans un champ constant et homogène . . .	224
7.4.6 Crochets de Poisson	225
7.4.7 Action d'une particule chargée uniformément accélérée par un champ électrique constant \vec{E}	225
7.4.8 Action d'un oscillateur harmonique	225
7.4.9 L'atome d'hydrogène selon Bohr - Wilson - Sommerfeld	226
7.4.10 Quantification d'une particule dans un segment de \mathbb{R}	228
7.4.11 Quantification d'une particule dans une boîte carrée	229
7.4.12 Quantification d'un modèle atomique	229
7.4.13 Corrections relativistes : le doublet H_α	231

8	Structure du noyau atomique	233
8.1	Charge du noyau	233
8.2	Rayon du noyau	238
8.3	Composition du noyau	245
8.4	Énergie de liaison du noyau	247
8.4.1	Défaut de masse	247
8.4.2	Formule de Weizsäcker et le modèle de la goutte liquide	249
8.5	Transitions nucléaires	252
8.6	Exercices et problèmes	253
8.6.1	Puissance X émise par <i>Bremsstrahlung</i>	253
8.6.2	Émission d'un photon par un noyau	254
8.6.3	Facteur de forme d'un noyau	254
8.6.4	Désintégration du bismuth	255
8.6.5	Barrière coulombienne pour deux noyaux de deutérium	255
II	Élaboration de la Mécanique quantique et premières applications	257
9	L'avènement de la Mécanique quantique	259
9.1	Problèmes de l'Ancienne Théorie des Quanta	260
9.2	La Mécanique des Matrices	261
9.3	Les ondes de matière (de Broglie, 1923)	273
9.4	L'équation de Schrödinger	279
9.5	Vitesse de groupe	291
9.6	Diffraction des particules matérielles	295
9.7	Limite classique	296
9.7.1	Longueur d'onde pour un objet macroscopique	297

9.7.2	Limite classique de la fonction d'onde	299
9.8	Exercices et problèmes	304
9.8.1	Horizon de Planck	304
9.8.2	Conséquences de l'incertitude sur les conditions initiales sur la prédiction d'un mouvement classique	304
9.8.3	Particule confinée sur un segment	306
9.8.4	Analyse de Fourier du problème de Kepler	306
9.8.5	Sur la Mécanique des Matrices	309
9.8.6	Propriétés ondulatoires des particules matérielles	311
9.8.7	Diffraction de neutrons par un cristal d'atomes unidimensionnel . .	313
9.8.8	Équation de conservation	314
9.8.9	Propagateur dans un milieu non dispersif	314
9.8.10	Sur la nécessité de la réalité de la valeur propre E dans l'équation (9.70)	314
10	Fonction d'onde	315
10.1	Fentes d'Young	316
10.2	Interprétation probabiliste de la fonction d'onde et conséquences	326
10.2.1	L'interprétation de Born	326
10.2.2	Calcul des valeurs moyennes	331
10.2.3	Le déterminisme quantique	339
10.3	Principe d'incertitude de Heisenberg	345
10.3.1	Principe d'incertitude spatial	345
10.3.2	Principe d'incertitude temporel	349
10.4	Exercices et problèmes	351
10.4.1	Expériences d'Young	351
10.4.2	Interprétation probabiliste de la fonction d'onde	352

10.4.3	Forme locale de la conservation de l'énergie en Mécanique quantique	353
10.4.4	Opérateur associé à une grandeur classique	354
10.4.5	Particule chargée dans un champ électrique constant	354
10.4.6	Relations d'incertitude	355
10.4.7	Le microscope de Heisenberg	356
10.4.8	D'autres inégalités	356
10.4.9	Une expérience mentale	357
11	Magnétisme atomique	359
11.1	Magnétisme classique	360
11.1.1	Moment magnétique	360
11.1.2	Précession de Larmor	365
11.1.3	Paramagnétisme classique	367
11.1.4	Expériences de Einstein - de Haas et de Barnett	370
11.2	Expérience de Stern et Gerlach	372
11.3	Exercices et problèmes	380
11.3.1	Les fonctions de Brillouin B_J	380
11.3.2	L'électron est-il une petite bille qui tourne sur elle-même ?	381
11.3.3	L'expérience de Stern et Gerlach	381
12	Postulats et structure formelle de la Mécanique quantique	385
12.1	Énoncé des postulats	385
12.1.1	Notion d'état	385
12.1.2	Notion d'observable	390
12.1.3	Résultats possibles de la mesure d'une grandeur physique	394
12.1.4	La réduction du paquet d'ondes	399

12.1.5	Évolution des systèmes dans le temps	404
12.2	Les bases du formalisme de la Mécanique quantique	405
12.2.1	Changement de base	405
12.2.2	Produit scalaire	411
12.2.3	Généralisations	418
12.3	Exercices et problèmes	426
12.3.1	Atome de moment cinétique $\frac{\hbar}{2}$	426
12.3.2	Sur le fondamental de l'oscillateur harmonique	427
12.3.3	Oscillateur harmonique subitement perturbé	428
12.3.4	Mesures sur un moment cinétique $\frac{\hbar}{2}$	428
12.3.5	Mesures successives d'observables	429
12.3.6	Mesures de la position et de l'énergie d'un oscillateur harmonique	431
12.3.7	Mesure de la position et de l'impulsion d'une particule libre	432
12.3.8	Formalisme de Dirac	432
12.3.9	Règle de somme	434
12.3.10	La vitesse moyenne est nulle dans tout état...	434
13	Opérateurs	435
13.1	Propriété fondamentale des observables : hermiticité	436
13.2	Valeur moyenne d'une observable : utilisation de sa base propre	440
13.3	Représentation des opérateurs hermitiques et des opérateurs unitaires	443
13.4	Retour sur la notation de Dirac	447
13.5	Opérateurs commutant entre eux	449
13.6	Combinaisons d'opérateurs	452
13.7	Représentation- \vec{r}	456
13.8	Représentation- \vec{p}	463

13.9 Exercices et problèmes	466
13.9.1 Relations diverses de l'algèbre des opérateurs	466
13.9.2 Trace d'un opérateur	467
13.9.3 Opérateur fonction d'une variable	468
13.9.4 Opérateur unitaire dérivable	468
13.9.5 Série entière d'opérateurs	469
13.9.6 Exponentielle du gradient	469
13.9.7 Équation de Dyson	469
13.9.8 Identité de Glauber	470
13.9.9 Composantes hermitiques d'un opérateur linéaire	470
13.9.10 Projecteurs	471
13.9.11 Résolvante	471
14 Évolution temporelle d'un système quantique	473
14.1 Description de l'évolution dans le temps	473
14.1.1 La description de Schrödinger	476
14.1.2 La description de Heisenberg	484
14.1.3 Le théorème d'Ehrenfest	491
14.2 Propagateur	493
14.3 La formulation de Feynman	499
14.4 Exemples de paquets d'ondes	502
14.5 Séparation espace – temps et états stationnaires	505
14.6 Exercices et problèmes	508
14.6.1 Perturbation de Dirac	508
14.6.2 Mesure de la position et de l'impulsion d'une particule libre (suite)	508
14.6.3 Particule dans un champ constant	509

14.6.4 Oscillateur harmonique chargé soumis soudainement à un champ électrique	510
14.6.5 Intrication de deux systèmes	511
14.6.6 Évolution d'un système à trois niveaux	512
14.6.7 Évolution d'un paquet d'ondes gaussien	513
14.6.8 Mouvement uniformément accéléré	514
14.6.9 Exemple de factorisation du propagateur	516
14.6.10 La molécule d'ammoniac	516
14.6.11 Allongement du temps de retour avec la densification des états . .	518
14.6.12 Quelques résultats pour l'opérateur d'évolution avec un Hamiltonien dépendant du temps	520
15 Potentiels à une dimension constants par morceaux	521
15.1 Propriétés générales des problèmes à une dimension	523
15.2 La quantification comme conséquence des conditions imposées à Ψ	532
15.2.1 États liés	533
15.2.2 États non-liés	535
15.3 Le puits carré	537
15.3.1 Le puits fini	538
15.3.2 Le puits infini	559
15.4 La marche de potentiel	563
15.5 La barrière de potentiel	567
15.6 Exercices et problèmes	570
15.6.1 Diffusion par un puits de potentiel	570
15.6.2 Puits infiniment profond : valeurs moyennes dans un état non stationnaire	571
15.6.3 Expansion soudaine d'un puits infiniment profond	572
15.6.4 Puits infiniment profond en représentation- p	573

15.6.5	Puits de Dirac	573
15.6.6	Puits en représentation- p	575
15.6.7	Puits de Dirac comme limite du puits carré	576
15.6.8	Influence d'un mur infranchissable sur les états d'un potentiel de Dirac	577
15.6.9	Enrichissement isotopique par réflexion sur une barrière de potentiel	579
15.6.10	Puits infini avec une barrière centrale de Dirac	580
15.6.11	Effet-tunnel dans un double puits à la Dirac	581
15.6.12	Effet tunnel dans un double puits carré	582
15.6.13	Puits asymétrique	583
15.6.14	Impureté localisée dans une barrière	584
15.6.15	Pénétration de neutrons dans un milieu magnétique	585
15.6.16	Anti-marche de potentiel	586
15.6.17	Coefficients de réflexion et de transmission d'une double barrière	586
15.6.18	Électron dans un puits excité par un champ électrique impulsional	588
16	L'oscillateur harmonique	589
16.1	L'importance de l'oscillateur harmonique	590
16.2	Résolution de l'équation aux valeurs propres	594
16.3	Quantification canonique, opérateurs de création et d'annihilation	611
16.4	Le propagateur de l'oscillateur harmonique	618
16.5	États cohérents	623
16.6	Exercices et problèmes	628
16.6.1	Relation de fermeture	628
16.6.2	Quand le ressort casse...	629
16.6.3	Mesures de position et d'énergie sur un oscillateur harmonique	629

16.6.4	Dynamique d'un oscillateur	629
16.6.5	Oscillateur confiné sur \mathbb{R}_+	630
16.6.6	Expansion ou compression soudaine d'un oscillateur	631
16.6.7	Oscillateur harmonique forcé	632
16.6.8	Intégration de l'exponentielle d'une forme quadratique	633
16.6.9	À propos des états cohérents	633
 Bibliographie		635
 Index		643