

Table des matières

Préface	7
Introduction	9
Remerciements	11
I Langages formels	13
1 Langages rationnels	15
1.1 Premières définitions	15
1.2 Opérations rationnelles	17
1.3 Combinatoire des mots	18
1.3.1 Périodicités	18
1.3.2 Mots infinis	23
1.3.3 Motifs inévitables	23
1.3.4 Codes	27
1.4 Un peu d'ordre	30
1.4.1 Quasi-ordres sur les mots	33
1.4.2 Ordres sur les mots	34
1.4.3 Quasi-ordres sur les arbres	34
1.5 Langages rationnels	38
1.5.1 Expressions rationnelles	38
1.5.2 Automates	39
1.6 Automates déterministes	46
1.7 Automate minimal	49
1.7.1 Quotients	49
1.7.2 Congruence de Nerode	52
1.7.3 Calcul de l'automate minimal	54
1.8 Propriétés de clôture	57
1.8.1 Opérations booléennes	58
1.8.2 Morphisme et morphisme inverse	58
1.9 Lemme de l'étoile et ses variantes	61
1.10 Hauteur d'étoile	65
1.11 Reconnaissance par morphisme	66
1.12 Langages sans étoile	73
1.13 Compléments	79
1.13.1 Conjecture de Černý	79
1.13.2 Rationnels d'un monoïde quelconque	80

2	Langages algébriques	84
2.1	Grammaires algébriques	84
2.1.1	Définitions et exemples	84
2.1.2	Grammaires réduites	87
2.1.3	Grammaires propres	88
2.1.4	Forme normale quadratique	90
2.2	Systèmes d'équations	91
2.2.1	Substitutions	91
2.2.2	Système d'équations associé à une grammaire	92
2.2.3	Existence d'une solution pour $\mathcal{S}(G)$	93
2.2.4	Unicité des solutions propres	94
2.2.5	Théorème de Parikh	95
2.2.6	Systèmes d'équations en commutatifs	95
2.2.7	Solutions rationnelles des systèmes commutatifs	96
2.3	Arbres de dérivation	98
2.3.1	Ambiguïté	99
2.3.2	Lemme d'itération	100
2.3.3	Applications du lemme d'itération	103
2.3.4	Ambiguïté inhérente	105
2.4	Propriétés de clôture	106
2.4.1	Opérations rationnelles	106
2.4.2	Substitution algébrique	106
2.4.3	Intersection avec un rationnel	107
2.4.4	Morphisme inverse	109
2.4.5	Théorème de Chomsky et Schützenberger	110
2.5	Forme normale de Greibach	112
2.6	Automates à pile	114
2.6.1	Définitions et exemples	114
2.6.2	Différents modes d'acceptation	116
2.6.3	Équivalence avec les grammaires	119
2.6.4	Automates à pile déterministes	123
2.7	Compléments	126
2.7.1	Réécriture	126
2.7.2	Contenus de pile	128
2.7.3	Groupe libre	130

II Calculabilité et complexité

133

3	Calculabilité	135
3.1	Préliminaires	135
3.1.1	Graphes	135
3.1.2	Logique	137
3.2	Introduction	138
3.2.1	Notion de problème	138
3.2.2	Notion de codage	138
3.2.3	Machines de Turing	140
3.2.4	Graphe des configurations	143
3.2.5	Normalisation	146
3.2.6	Variantes	148
3.3	Langages récursivement énumérables	151

3.4	Langages décidables	158
3.5	Problème de correspondance de Post	163
3.5.1	Présentation	163
3.5.2	Indécidabilité	164
3.5.3	Application aux grammaires algébriques	166
3.6	Théorème de récursion	168
3.7	Machines linéairement bornées	171
3.7.1	Définition	171
3.7.2	Grammaires contextuelles	171
3.7.3	Décidabilité	174
3.7.4	Complémentation	174
3.8	Décidabilité de théories logiques	177
3.9	Fonctions récursives	180
3.9.1	Fonctions primitives récursives	180
3.9.2	Fonctions récursives	184
3.9.3	Équivalence avec les machines de Turing	185
3.9.4	Thèse de Church	186
3.10	Compléments	187
3.10.1	Écritures des entiers dans une base	187
3.10.2	Machines de Turing sans écriture sur l'entrée	189
4	Complexité	193
4.1	Introduction	193
4.1.1	Objectifs	193
4.1.2	Définition des complexités	193
4.2	Complexité en temps	194
4.2.1	Théorème d'accélération	195
4.2.2	Changements de modèles	195
4.2.3	Classes de complexité en temps	196
4.2.4	NP-complétude	201
4.2.5	NP-complétude de SAT et 3SAT	203
4.2.6	Exemples de problèmes NP-complets	206
4.3	Complexité en espace	218
4.3.1	Changement de modèle	218
4.3.2	Classes de complexité en espace	221
4.3.3	Complexités en temps et en espace	221
4.3.4	Exemples de problèmes dans PSPACE	222
4.3.5	PSPACE-complétude	223
4.3.6	Espace logarithmique	225
4.3.7	NL-complétude	230
4.4	Théorèmes de hiérarchie	233
4.5	Machines alternantes	234
4.5.1	Définitions et exemples	234
4.5.2	Complémentation	236
4.5.3	Automates alternants	237
4.5.4	Classes de complexité	240
4.6	Compléments	242
	Bibliographie	251
	Index	253