

# Tables des matières

## 1. Résultats divers

1. Conventions et notations
2. Relations d'ordre
3. Corps des fractions
4. Caractéristique d'un anneau
5. Corps premiers
6. Théorème de d'Alembert
7. Fonction d'Euler
8. Fonction de Möbius
9. Pseudo-anneaux
10. Matrices et endomorphismes
11. Exercices

## 2. Polynômes

1. Notations
2. Degré
3. Valuation
4. Divisions
5. Propriétés arithmétiques
6. Diviseurs, multiples
7. Polynômes irréductibles
8. Substitutions
9. Zéros des polynômes
10. Dérivations et formule de Taylor
11. Corps algébriquement clos
12. Polynômes réels
13. Coefficients et racines
14. Critères d'irréductibilité
15. Résultant et discriminant
16. Exercices

## 3. Rappels sur les groupes

1. Notations
2. Quotients
3. Groupes résolubles
4. Groupes symétriques
5. Signature et groupe alterné
6. Groupe symétrique et résolubilité
7. Opérations de groupes
8. Applications aux groupes
9. Sous-groupes de Sylow
10. Exercices

## **4. Extensions**

1. Généralités
2. Extensions algébriques
3. Bases de transcendance
4. Théorème de Lüroth
5. Norme et trace
6. Exercices

## **5. Extensions de décomposition**

1. Homomorphismes et groupe de Galois
2. Corps de rupture
3. Clôture algébrique
4. Extensions composées
5. Extensions de décomposition
6. Exercices

## **6. Corps finis**

1. Racines de l'unité
2. Commutativité des corps finis
3. Propriétés des corps finis
4. Polynômes irréductibles
5. Quelques constructions explicites
6. Exercices

## **7. Séparabilité**

1. Polynômes séparables
2. Corps parfaits
3. Extensions séparables
4. Séparabilité et homomorphismes
5. Théorème de l'élément primitif
6. Degré séparable
7. Extensions radicielles
8. Fermeture séparable
9. Clôture séparable
10. Exercices

## **8. Extensions normales**

1. Éléments conjugués
2. Extensions normales
3. Clôture normale
4. Séparabilité et extensions normales
5. Exercices

## **9. Théorie de Galois**

1. Extensions galoisiennes
2. Correspondance de Galois
3. Inégalités entre indices et degrés
4. Sous-extensions galoisiennes
5. Un exemple
6. Extensions abéliennes
7. Extensions cycliques
8. Applications
9. Exercices

## **10. Résolubilité par radicaux**

1. Opération du groupe de Galois
2. Groupes de Galois résolubles
3. Extensions radicales
4. Équations résolubles par radicaux
5. Exemples
6. Exercices

## **11. Constructions à la règle et au compas**

1. Nombres de Fermat
2. Deux nombres transcendants
3. Points constructibles
4. Corps et points constructibles
5. Impossibilités classiques
6. Polygones réguliers
7. Exercices

## **12. Corps ordonnés**

1. Anneaux ordonnés
2. Corps ordonnés
3. Carrés et corps ordonnés
4. Extensions et corps ordonnés
5. Extensions algébriques
6. Corps ordonnés maximaux
7. Exercices

## **13. Nombres réels**

1. Suites convergentes et suites de Cauchy
2. Corps des nombres réels
3. Propriétés topologiques
4. Propriétés algébriques
5. Applications continues
6. Une représentation des réels

7. Une caractérisation des réels
8. Exercices

## **14. Polynômes à plusieurs indéterminées**

1. Généralités
2. Substitutions
3. Dérivations
4. Polynômes symétriques
5. Sommes de puissances
6. Fractions rationnelles symétriques
7. Une extension galoisienne
8. Exercices

## **15. Compléments de théorie de Galois**

1. Théorème de la base normale
2. Permutations paires
3. Extensions composées
4. Interprétation du groupe de Galois
5. Exercices

## **16. Extensions transcendantes**

1. Extensions linéairement disjointes
2. Extensions algébriquement disjointes
3. Extensions séparables
4. Dérivations
5. Extensions et dérivations
6. Exercices

## **17. Entiers sur un anneau**

1. Anneaux de fractions
2. Dépendance intégrale
3. Anneaux intégralement clos
4. Relèvement des idéaux premiers
5. Prolongement des homomorphismes
6. Théorème des zéros
7. Réductions et groupes de Galois
8. Exercices

## **18. Corps différentiels**

1. Anneaux et corps différentiels
2. Quelques résultats
3. Extensions élémentaires
4. Application
5. Extensions de Picard-Vessiot

6. Groupe de Galois différentiel
7. Exercices