

Exercices de mathématiques pour l'agrégation – Analyse 3

Antoine Chambert-Loir & Stéphane Fermigier (1996)

SOMMAIRE

1. Analyse fonctionnelle

- Espaces vectoriels normés
- Espaces de Banach et complétude
- Applications linéaires continues
- Dualité des espaces normés
- Théorèmes fondamentaux (Hahn-Banach, Banach-Steinhaus, etc.)

2. Topologie des espaces normés

- Normes et distances
- Compacité
- Connexité
- Convergence dans les espaces fonctionnels

3. Géométrie des espaces normés

- Convexité
- Projection sur un convexe fermé
- Espaces de Hilbert
- Orthogonalité

4. Théorie spectrale

- Valeurs propres et spectre
- Opérateurs compacts
- Résolvante
- Théorèmes spectraux en dimension infinie

5. Opérateurs dans les espaces de Hilbert

- Opérateurs bornés
- Opérateurs auto-adjoints
- Opérateurs normaux
- Décomposition spectrale

6. Équations différentielles

- Existence et unicité des solutions
- Théorème de Cauchy-Lipschitz
- Stabilité des solutions
- Systèmes différentiels

7. Équations différentielles du second ordre

- Oscillateurs
- Méthodes de résolution
- Étude qualitative des solutions

8. Géométrie différentielle

- Courbes
- Surfaces
- Notions de base de calcul différentiel

9. Calcul différentiel

- Dérivées en dimension finie
- Théorème des accroissements finis
- Difféomorphismes
- Inversion locale