

# Table des matières

AVANT-PROPOS .....	v
INTRODUCTION .....	vii
TABLE DES MATIÈRES .....	ix
<b>1 Mécanique et méthodes numériques – Méthode des déplacements</b>	
1.1 Mécanique numérique .....	1
1.2 Méthode des éléments finis .....	2
1.3 Cadre de l'ouvrage .....	5
1.4 Méthode des déplacements (structures en barres et poutres) .....	7
1.5 Exercices .....	16
1.6 Lexique .....	19
1.7 Annexe – Convention graphique .....	19
<b>2 Méthode matricielle des déplacements (structures en barres et poutres)</b>	
2.1 Introduction .....	21
2.2 Découper et assembler .....	21
2.3 Matrice de rigidité et vecteur charge de l'élément .....	22
2.4 Rotation .....	25
2.5 Combinaison d'états indépendants .....	29
2.6 Condensation .....	29
2.7 Assemblage .....	32
2.8 Conclusions .....	38
2.9 Exercices .....	38
2.10 Lexique .....	42
2.11 Annexe – Quelques notations .....	43
<b>3 Vers la méthode des éléments finis</b>	
3.1 Introduction .....	45
3.2 Interprétation physique .....	45
3.3 Attributs d'un élément fini .....	48
3.4 Conditions aux limites .....	51
3.5 Nécessité d'une théorie .....	53
3.6 Forme différentielle ou forte des équations de la mécanique des solides et des poutres ..	54

3.7	Forme intégrale ou faible des équations d'équilibre de la mécanique des solides et des poutres .....	57
3.8	Exercices .....	59
3.9	Lexique .....	61
<b>4</b>	<b>Construire un élément fini – Choix des champs inconnus</b>	
4.1	Nouveautés .....	63
4.2	Modèles d'éléments finis .....	65
4.3	Méthode de Galerkin .....	67
4.4	Caractéristiques de la méthode de Galerkin .....	68
4.5	Choix du champ des déplacements (interpolation) .....	69
4.6	Exercices .....	74
4.7	Lexique .....	75
<b>5</b>	<b>Critères de convergence</b>	
5.1	Notion de convergence .....	77
5.2	Critères de convergence – Point de vue physique .....	79
5.3	Assouplissement des critères et <i>patch test</i> .....	81
5.4	Critères de convergence – Un rien plus mathématique .....	82
5.5	Applications .....	85
5.6	Exercices .....	91
5.7	Lexique .....	92
<b>6</b>	<b>Construire un élément fini – Caractéristiques de l'élément</b>	
6.1	Introduction .....	95
6.2	Formulation de l'élément fini .....	95
6.3	Contraintes .....	98
6.4	Application .....	101
6.5	Exercices .....	106
6.6	Lexique .....	108
<b>7</b>	<b>Elasticité et interpolation <math>C^0</math></b>	
7.1	Introduction .....	109
7.2	Interpolation 1D .....	109
7.3	Interpolation 2D .....	110
7.4	Interpolation 3D .....	116
7.5	Transformation isoparamétrique .....	117
7.6	Intégration numérique .....	122
7.7	Distorsion des éléments finis .....	127
7.8	Vecteur force consistant .....	128
7.9	Qualités d'un élément fini .....	130

7.10	Exercices .....	131
7.11	Lexique .....	133
7.12	Annexe – Formulation d'un élément fini isoparamétrique .....	133
<b>8</b>	<b>Structures</b>	
8.1	Structures et éléments finis .....	137
8.2	Déformations et contraintes en structures .....	137
8.3	Caractéristiques des éléments finis de structure .....	140
8.4	Structures minces (continuité $C^1$ ) .....	141
8.5	Théories des structures minces .....	142
8.6	Structures d'épaisseur modérée (continuité $C^0$ ) .....	146
8.7	Théories des structures d'épaisseur modérée .....	148
8.8	Lexique .....	152
<b>9</b>	<b>Éléments finis des structures</b>	
9.1	Introduction .....	153
9.2	Poutre de Bernoulli (cas plan) .....	153
9.3	Poutre de Timoshenko (cas plan) .....	156
9.4	Plaque de Kirchhoff .....	159
9.5	Plaque de Mindlin .....	167
9.6	Éléments de plaque fiables .....	169
9.7	Élément de plaque-membrane et élément de coque .....	172
9.8	Exercices .....	176
9.9	Lexique .....	178
<b>10</b>	<b>Méthode des déplacements et assemblage</b>	
10.1	Introduction .....	179
10.2	Transformation de coordonnées .....	180
10.3	Localisation .....	182
10.4	Assemblage et résolution .....	183
10.5	Bielles et ressorts d'appui .....	187
10.6	Exercices .....	188
10.7	Lexique .....	190
<b>11</b>	<b>Convergence et erreur</b>	
11.1	Introduction .....	191
11.2	Energie de déformation et convergence du modèle déplacement conforme .....	191
11.3	Convergence énergétique des autres modèles .....	195
11.4	Erreur de discrétisation et taux de convergence .....	196
11.5	Mesure de l'erreur .....	198
11.6	Estimation d'erreur a priori .....	199

11.7	Estimation d'erreur a posteriori .....	200
11.8	Superconvergence .....	201
11.9	Utilisation de l'erreur et adaptation du maillage .....	203
11.10	Lexique .....	206
<b>12</b>	<b>Modélisation et discrétisation</b>	
12.1	Introduction .....	207
12.2	Modélisation du comportement de la structure .....	208
12.3	Discrétisation de la structure modélisée .....	210
12.4	Responsabilité de l'ingénieur .....	214
12.5	Application .....	214
12.6	Exercices .....	217
<b>13</b>	<b>Valeur de la méthode des éléments finis</b>	
13.1	Puissance de la méthode des éléments finis .....	219
13.2	Avantages et inconvénients de la méthode des éléments finis .....	224
13.3	Examen critique de la méthode des éléments finis .....	225
<b>14</b>	<b>Annexe – Calcul matriciel</b>	
14.1	Introduction .....	229
14.2	Définitions, notations et conventions .....	229
14.3	Opérations sur les matrices .....	231
14.4	Déterminant, rang et trace d'une matrice carrée .....	233
14.5	Inverse d'une matrice carrée .....	234
14.6	Décomposition des matrices en sous-matrices .....	237
14.7	Dérivation et intégration d'une matrice .....	238
14.8	Norme d'un vecteur .....	239
14.9	Résolution d'un système d'équations linéaires .....	239
14.10	Transformations .....	244
14.11	Valeurs propres et vecteurs propres .....	246
<b>15</b>	<b>Annexe – Matrices de rigidité et vecteurs charges des barres et poutres prismatiques</b>	
15.1	Introduction .....	253
15.2	Structure spatiale – Poutre à 12 degrés de liberté – Axes locaux $(x, y, z)$ .....	254
15.3	Structure plane chargée dans son plan – Poutre à 6 degrés de liberté .....	255
15.4	Structure plane chargée dans son plan – Poutre à 5 degrés de liberté (avec nœud articulation) .....	256
15.5	Poutre continue (cas plan ; sans déplacement axial) .....	257
15.6	Structure plane chargée perpendiculairement à son plan (grille de poutres) Poutre à 6 degrés de liberté .....	258
15.7	Barre d'un treillis spatial .....	259

15.8	Barre d'un treillis plan .....	260
15.9	Structure plane chargée dans son plan – Vecteurs charges pour une poutre à 6 degrés de liberté – Axes locaux $(x, y)$ .....	260
15.10	Structure plane chargée dans son plan – Vecteurs charges pour une poutre à 5 degrés de liberté (avec nœud articulé) – Axes locaux $(x, y)$ .....	263
<b>16</b>	<b>Annexe – Intégration numérique</b>	
16.1	Introduction .....	267
16.2	Principe de l'intégration numérique .....	267
16.3	Formules d'intégration numérique .....	268
16.4	Quelques règles d'utilisation .....	272
16.5	Intégration numérique sur les domaines bidimensionnels et tridimensionnels .....	272
	SOLUTION DES EXERCICES .....	277
	BIBLIOGRAPHIE .....	287
	INDEX .....	289
	NOTATIONS .....	293
	ABRÉVIATIONS ET SYMBOLES .....	297