

Sommaire

1. Fondements mathématiques

- Espaces probabilisables et mesures de probabilité.
- Analyse combinatoire et tribus de Borel.
- Probabilités conditionnelles et indépendance d'événements.

2. Variables aléatoires

- Définition et mesurabilité.
- Fonctions de répartition et densités.
- Transformations de variables aléatoires.

3. Intégration et Espérance

- Définition de l'espérance via l'intégrale de Lebesgue.
- Moments, inégalités fondamentales (Markov, Bienaymé-Tchebychev, Jensen).
- Espérance conditionnelle par rapport à une tribu.

4. Fonctions caractéristiques et fonctions génératrices

- Définition et propriétés de dualité.
- Lien avec la transformation de Fourier.
- Application au calcul des moments et à la somme de variables indépendantes.

5. Les grandes lois de distribution

- Lois discrètes (Binomiale, Poisson, Géométrique, Hypergéométrique).
- Lois absolument continues (Normale, Gamma, Bêta, Cauchy, χ^2).

6. Convergences aléatoires

- Convergence presque sûre ($\xrightarrow{\text{p.s.}}$).
- Convergence en probabilité (\xrightarrow{P}).
- Convergence en moyenne d'ordre p ($\xrightarrow{L^p}$).
- Convergence en loi (convergence étroite).

7. Théorèmes limites

- Loi faible et loi forte des grands nombres.
- Théorème Central Limite (TCL) et applications.
- Loi du logarithme itéré.

8. Introduction aux processus et chaînes de Markov

- Notions sur les marches aléatoires.
- Propriétés de Markov.