

# TABLE DES MATIÈRES

<b>1</b>	<b>REPRÉSENTATIONS IRRÉDUCTIBLES DES GROUPES FINIS ET DES GROUPES CONTINUS</b>	<b>1</b>
1.1	Un exemple : le groupe de symétrie du triangle équilatéral . . . . .	1
1.1.1	Action du groupe dans un espace invariant. Représentations . . . . .	3
1.1.2	Espaces et représentations irréductibles . . . . .	5
1.1.3	Représentations équivalentes ayant des espaces-supports de natures différentes . . . . .	6
1.1.4	Représentations complexes . . . . .	9
1.2	Représentation des groupes finis . . . . .	10
1.2.1	Espaces et représentations irréductibles . . . . .	10
1.2.2	Classification des représentations irréductibles . . . . .	12
1.2.3	Relations d'orthogonalité . . . . .	13
1.2.4	Décomposition d'un espace réductible $\mathcal{E}$ en espaces irréductibles . . . . .	13
1.3	Groupes de Lie. $SO(3)$ et $SU(2)$ . . . . .	14
1.3.1	Rotations à deux dimensions. Groupe $SO(2)$ . . . . .	14
1.3.2	Rotations à trois dimensions. Groupe $SO(3)$ . . . . .	17
1.3.3	Groupes $SU(2)$ et $SO(3)$ . . . . .	20
1.3.4	Représentations irréductibles de $SU(2)$ et de $SO(3)$ . . . . .	22
1.3.5	Généralisation. Groupes de Lie . . . . .	24
1.4	Produits de groupes et de représentations . . . . .	25
1.4.1	Représentations du produit direct de deux groupes . . . . .	26
1.4.2	Représentation d'un sous-groupe . . . . .	26
1.4.3	Représentation d'un groupe produit dans un même espace vectoriel . . . . .	26
1.4.4	Produit tensoriel de deux représentations d'un groupe $G$ . . . . .	27
1.4.5	Décomposition du produit tensoriel des représentations $D^{(j)}$ . Coefficients de Clebsch-Gordan . . . . .	27
Exercices	. . . . .	28
<b>2</b>	<b>SYMÉTRIE ET PHYSIQUE QUANTIQUE</b>	<b>31</b>
2.1	Relation qualitative entre symétrie et physique quantique : deux exemples simples	31
2.1.1	Origine géométrique des dégénérescences : les états $s$ et $p$ d'un électron dans un champ central . . . . .	31
2.1.2	Classification des états quantiques : l'oscillateur harmonique linéaire . . . . .	34
2.2	Transformations géométriques dans l'espace des états . . . . .	37
2.2.1	Introduction . . . . .	37
2.2.2	Transformation des états . . . . .	38
2.2.3	Détermination des opérateurs $\hat{U}$ à partir des observables de base . . . . .	41

2.2.4	Correspondance entre $\mathcal{G}$ et $\mathbf{G}$ . . . . .	44
2.3	Opérateurs de symétrie d'un système physique . . . . .	45
2.3.1	Groupe de symétrie d'un système physique . . . . .	46
2.3.2	Invariance par $\mathbf{G}$ des espaces propres de $\hat{H}$ . . . . .	46
2.3.3	Irréductibilité de $\mathcal{E}_n$ . Principe de Wigner . . . . .	47
2.3.4	Groupes de symétrie non-abéliens et dégénérescence . . . . .	48
2.4	Symétries et constantes du mouvement . . . . .	48
	Exercices et problèmes . . . . .	51
<b>3</b>	<b>SYMÉTRIES APPROXIMATIVES</b>	
3.1	Symétries approximatives et hiérarchie des interactions . . . . .	63
3.1.1	Introduction . . . . .	63
3.1.2	Hiérarchie des interactions et des symétries . . . . .	64
3.1.3	Rappel des résultats de la théorie des perturbations . . . . .	65
3.2	Calcul de la levée de dégénérescence . . . . .	66
3.2.1	Détermination qualitative de la levée de dégénérescence . . . . .	66
3.2.2	Méthode pratique de calcul de la levée de dégénérescence . . . . .	67
3.2.3	Espaces irréductibles et diagonalisation de la matrice de perturbation . . . . .	67
3.3	Corrections de perturbation d'ordre supérieur . . . . .	69
	Exercices et problèmes . . . . .	71
<b>4</b>	<b>APPLICATIONS À LA PHYSIQUE ATOMIQUE</b>	
4.1	Introduction . . . . .	73
4.2	Invariance et états propres du hamiltonien complet . . . . .	75
4.2.1	Symétrie de $\hat{H}$ . . . . .	75
4.2.2	Représentations irréductibles du groupe de symétrie . . . . .	76
4.2.3	Application du principe de Wigner . . . . .	76
4.3	Invariance du hamiltonien approximatif d'électrons indépendants. Configurations . . . . .	77
4.3.1	Groupe de symétrie de $\hat{H}_0$ . . . . .	78
4.3.2	Groupe $\mathbf{G}_0$ agissant sur les états quantiques . . . . .	79
4.3.3	Représentations irréductibles de $\mathbf{G}_0$ . Configurations . . . . .	79
4.4	Principe de Pauli. Termes spectraux . . . . .	80
4.4.1	Le groupe $\mathcal{S}_N$ . . . . .	81
4.4.2	Principe de Pauli . . . . .	81
4.4.3	Détermination de l'espace $\mathcal{E}_{\mathcal{P}}$ des états propres antisymétriques de $\hat{H}_0$ . . . . .	82
4.4.4	Invariance par rotation globale des états orbitaux et de spin. Termes spectraux . . . . .	83
4.4.5	Effet de la répulsion entre électrons . . . . .	85
4.5	Théorème de Wigner Eckart. Règles de sélection . . . . .	85
4.5.1	Opérateurs vectoriels . . . . .	86
4.5.2	Opérateurs tensoriels irréductibles . . . . .	86
4.5.3	Théorème de Wigner-Eckart . . . . .	87
4.5.4	Règles de sélection dans l'atome . . . . .	88
4.6	Interaction spin-orbite . . . . .	88
4.6.1	Nature de l'interaction . . . . .	88

4.6.2	Symétrie résultant de l'interaction spin-orbite . . . . .	88
4.6.3	Levée de dégénérescence induite par l'interaction . . . . .	88
	Exercices et problèmes . . . . .	90
<b>5</b>	<b>LA SYMÉTRIE CACHÉE DE L'ATOME D'HYDROGÈNE</b>	<b>101</b>
5.1	Introduction . . . . .	101
5.2	Caractère incomplet de l'invariance par rotation . . . . .	102
5.3	Symétrie cachée de l'atome d'hydrogène . . . . .	103
5.3.1	Vecteur de Lenz-Pauli en mécanique classique . . . . .	103
5.3.2	Vecteur de Lenz-Pauli en mécanique quantique . . . . .	104
5.3.3	Découplage des constantes du mouvement . . . . .	105
5.3.4	Symétrie et dégénérescence de l'atome d'hydrogène . . . . .	106
	Exercices et problèmes . . . . .	107
<b>6</b>	<b>L'ISOSPIN</b>	<b>111</b>
6.1	Le rôle des symétries en physique subatomique . . . . .	111
6.2	Le nucléon et la notion d'isospin . . . . .	112
6.2.1	Proton et neutron, deux états du nucléon . . . . .	112
6.2.2	Groupe des rotations d'isospin et représentations . . . . .	114
6.2.3	Description dynamique des états de deux nucléons . . . . .	115
6.3	Isospin des noyaux . . . . .	117
6.3.1	Spectre des noyaux . . . . .	117
6.3.2	Levée de dégénérescence induite par l'interaction coulombienne . . . . .	120
6.3.3	Règles de sélection . . . . .	121
6.3.4	Réactions nucléaires . . . . .	122
6.4	Le méson $\pi$ . Un triplet d'isospin . . . . .	123
	Exercices et problèmes . . . . .	124
<b>7</b>	<b>CLASSIFICATION SU(3) DES HADRONS</b>	<b>133</b>
7.1	Nouvelles particules. Nouveaux nombres quantiques . . . . .	133
7.1.1	Charge baryonique. Etrangeté . . . . .	133
7.1.2	Classification des particules . . . . .	135
7.2	Le groupe SU(3) et ses représentations . . . . .	136
7.3	La classification SU(3) des hadrons . . . . .	142
7.3.1	Particules sous-tendant l'octet . . . . .	142
7.3.2	Levée de dégénérescence . . . . .	143
7.4	Le modèle des quarks . . . . .	145
	Exercices . . . . .	148
	<b>SOLUTION DES EXERCICES ET PROBLÈMES</b>	<b>151</b>
	<b>BIBLIOGRAPHIE</b>	<b>185</b>
	<b>INDEX</b>	<b>187</b>