

1. Rappels d'algèbre linéaire

- Espaces vectoriels et sous-espaces
- Bases, dimension et changement de base
- Applications linéaires et endomorphismes
- Matrices et représentation matricielle

2. Endomorphismes d'un espace vectoriel

- Définition et exemples
- Noyau et image, rang et dimension
- Endomorphismes injectifs, surjectifs, bijectifs
- Polynôme minimal et polynôme caractéristique
- Diagonalisation et valeurs propres
- Endomorphismes nilpotents et triangulables

3. Formes bilinéaires

- Définitions et exemples
- Matrice associée à une forme bilinéaire
- Symétrie, antisymétrie et non dégénérescence
- Changement de base et invariants
- Classification des formes bilinéaires sur $\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}$

4. Formes quadratiques

- Définition et lien avec les formes bilinéaires symétriques
- Matrice d'une forme quadratique
- Réduction d'une forme quadratique (diagonalisation)
- Signature d'une forme quadratique
- Applications géométriques et physiques

5. Endomorphismes et formes bilinéaires

- Endomorphismes symétriques et antisymétriques
- Matrices orthogonales et transformations préservant une forme bilinéaire
- Endomorphismes autoadjoints et diagonalisation orthogonale
- Formes quadratiques invariantes

6. Applications et problèmes corrigés

- Exercices classiques d'algèbre linéaire avancée
- Étude de matrices particulières (orthogonales, symétriques, nilpotentes)
- Applications aux espaces euclidiens
- Problèmes de synthèse avec solutions détaillées