

Sommaire pertinent

1. Notions fondamentales

- Ensembles et applications
- Relations binaires et équivalences
- Raisonnements mathématiques (récurrence, contraposée, absurde)
- Structures algébriques de base

2. Arithmétique et entiers

- Division euclidienne
- PGCD et algorithme d'Euclide
- Théorème de Bézout
- Nombres premiers
- Congruences
- Applications en cryptographie élémentaire

3. Polynômes

- Polynômes à une variable
- Division euclidienne
- Racines et factorisation
- Polynômes irréductibles
- Relations coefficients-racines
- Polynômes sur $\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}$

4. Algèbre linéaire I : espaces vectoriels

- Espaces vectoriels et sous-espaces
- Combinaisons linéaires
- Familles libres, génératrices
- Bases et dimension
- Sommes directes

5. Algèbre linéaire II : applications linéaires

- Applications linéaires
- Noyau et image
- Rang et théorème du rang
- Endomorphismes
- Isomorphismes

6. Matrices

- Opérations sur les matrices
- Matrices inversibles
- Rang d'une matrice
- Matrices de changement de base
- Calcul matriciel avancé

7. Déterminants

- Définition et propriétés
- Calculs de déterminants

- Déterminants et inversibilité
- Applications aux systèmes linéaires

8. Systèmes linéaires

- Méthode du pivot de Gauss
- Compatibilité des systèmes
- Discussion du nombre de solutions
- Interprétation géométrique

9. Valeurs propres et diagonalisation

- Valeurs propres et vecteurs propres
- Polynôme caractéristique
- Diagonalisation des matrices
- Endomorphismes diagonalisables
- Applications

10. Espaces euclidiens

- Produit scalaire
- Norme et orthogonalité
- Bases orthonormées
- Procédé de Gram-Schmidt

11. Endomorphismes spéciaux

- Endomorphismes symétriques
- Matrices orthogonales
- Théorème spectral (initiation)
- Réduction des endomorphismes

12. Algèbre abstraite (initiation)

- Groupes : définition et exemples
- Sous-groupes et morphismes
- Groupes cycliques
- Introduction aux anneaux et corps

13. Exercices et problèmes corrigés

- Exercices d'application
- Problèmes classiques de licence
- Sujets d'examen corrigés
- Méthodes détaillées de résolution

Synthèse des domaines couverts

- Arithmétique et nombres
- Polynômes
- Algèbre linéaire complète
- Matrices et systèmes
- Diagonalisation
- Espaces euclidiens
- Introduction à l'algèbre abstraite