

Sommaire :

Première Partie : Modélisation Probabiliste

1. Espaces Probabilisés

- Notions de tribus et de mesures de probabilité.
- Probabilités conditionnelles et indépendance.
- Théorème de Bayes.

2. Variables Aléatoires Réelles (V.A.R.)

- Variables discrètes (Lois de Bernoulli, Binomiale, Poisson).
- Variables à densité (Lois Normale, Exponentielle, Gamma, Bêta).
- Fonctions de répartition et transformation de variables.

3. Moments et Caractéristiques

- Espérance mathématique, variance et écart-type.
- Inégalités fondamentales (Markov, Bienaymé-Tchebychev).
- Fonction d'analyse : Fonction caractéristique et fonction génératrice.

4. Vecteurs Aléatoires

- Lois jointes, marginales et conditionnelles.
- Matrice de covariance et corrélation.
- Le cas spécifique du **Vecteur Gaussien**.

5. Convergences et Théorèmes Limites

- Les différents modes de convergence (presque sûre, en probabilité, en loi).
- **Loi Forte des Grands Nombres (LFGN)**.
- **Théorème Central Limite (TCL)** et ses applications.

Seconde Partie : Statistique Inférentielle

6. Échantillonnage et Statistique Descriptive

- Modèle statistique : $(\mathcal{X}, \mathcal{F}, \{P_\theta, \theta \in \Theta\})$.
- Moyenne et variance empiriques.
- Statistiques d'ordre.

7. Théorie de l'Estimation Ponctuelle

- Propriétés d'un estimateur : Biais, convergence, risque quadratique.
- **Information de Fisher** et borne de Cramér-Rao.

- Méthodes de construction : **Maximum de Vraisemblance** et méthode des moments.

8. Estimation par Intervalle de Confiance

- Définition et niveau de confiance ($1-\alpha$).
- Méthode de la variable pivotale.
- Intervalles de confiance pour les paramètres d'une loi normale (moyenne et variance).

9. Théorie des Tests d'Hypothèses

- Construction d'un test : Hypothèse nulle H_0 et alternative H_1 .
- Risques d'erreur (1ère et 2ème espèce) et puissance du test.
- Lemme de Neyman-Pearson pour les tests simples.
- Tests de comparaison (Test de Student pour les moyennes, Test de Fisher pour les variances).

10. Tests d'Adéquation et d'Indépendance

- **Test du χ^2 de Pearson** (Khi-deux).
- Tests de normalité et tests non-paramétriques.

Troisième Partie : Annales et Corrigés

L'intérêt majeur de l'ouvrage de Garel réside dans cette section :

- **Résumés de cours** synthétiques pour une révision rapide.
- **Problèmes d'examens** originaux et corrigés détaillés.
- **Conseils méthodologiques** pour aborder la modélisation de problèmes concrets.