

Sommaire :

Partie 1 : Fondements et Outils de Base

- **Chapitre 1 : Rappels de combinatoire et de calcul des probabilités**
 - Espaces finis, dénombrement.
 - Indépendance et conditionnement élémentaire.
- **Chapitre 2 : Variables aléatoires réelles (Cas général)**
 - Fonctions de répartition, densités et lois discrètes.
 - Transformations de variables aléatoires.
- **Chapitre 3 : Espérance et moments**
 - Calculs d'espérances, de variances et de moments d'ordre supérieur.
 - Inégalités classiques (Markov, Tchebychev, Jensen).

Partie 2 : Vecteurs Aléatoires et Conditionnement

- **Chapitre 4 : Vecteurs aléatoires**
 - Lois conjointes et lois marginales.
 - Calcul de lois de sommes, de produits et de quotients de variables.
- **Chapitre 5 : Espérance conditionnelle**
 - Définition par rapport à une tribu (approche théorique).
 - Propriétés et calcul pratique de l'espérance conditionnelle.
- **Chapitre 6 : Vecteurs gaussiens**
 - Caractérisation et propriétés.
 - Théorème de Cochran et applications en statistiques.

Partie 3 : Convergences et Théorèmes Limites

- **Chapitre 7 : Convergences de suites aléatoires**
 - Convergence presque sûre, en probabilité, dans L^p et en loi.
 - Lien entre les différents modes de convergence.
- **Chapitre 8 : Lois des grands nombres et Théorème Central Limite**
 - Fonctions caractéristiques et fonctions génératrices.
 - Comportement asymptotique des sommes de variables indépendantes.

Partie 4 : Introduction aux Processus (Niveau Maîtrise/M1)

- **Chapitre 9 : Chaînes de Markov à temps discret**
 - Matrices de transition, classification des états.
 - Comportement de longue durée et mesures stationnaires.
- **Chapitre 10 : Martingales à temps discret**
 - Définition et exemples classiques.
 - Théorèmes d'arrêt et de convergence des martingales.

Partie 5 : Problèmes de Synthèse

- **Exercices récapitulatifs** : Mélangeant plusieurs notions (ex: statistiques d'ordre, processus de branchement, files d'attente).