Sommaire :

Chapitre V : Intégration stochastique

Ce chapitre pose les bases techniques nécessaires pour manipuler les processus au sens de l'école de Strasbourg (la "Théorie générale des processus").

- **Définitions de base :** Processus mesurables, optionnels et prévisibles.
- **Temps d'arrêt :** Étude approfondie des tribus associées et des propriétés de continuité à droite.
- **Théorèmes de projection :** Projection optionnelle et prévisible d'un processus.
- **Mesures aléatoires :** Introduction à l'intégration par rapport à des mesures dépendant du hasard.

Chapitre VI : Martingales : Théorie discrète et bases continues

On entre ici dans le cœur du sujet avec l'étude des martingales, d'abord en temps discret pour construire l'intuition, puis en temps continu.

- **Théorèmes de convergence :** Convergence presque sûre et dans L^p.
- **Inégalités fondamentales :** Inégalités de Doob et inégalités de Burkholder-Davis-Gundy.
- **Arrêt optimal :** Théorème d'arrêt de Doob (Optional Sampling Theorem).
- **La décomposition de Doob :** Séparation d'une sous-martingale en une martingale et un processus croissant prévisible.

Chapitre VII : Martingales : Théorie de la variation quadratique

Ce chapitre est crucial pour le calcul stochastique moderne (calcul d'Itô).

- **Martingales de carré intégrable :** Étude de l'espace M^2.
- **Crochet droit et crochet oblique :** Définition des processus $\langle M, M \rangle$ (variation quadratique prévisible) et $[M, M]$ (variation quadratique brute).
- **Décomposition de Doob-Meyer :** Le résultat fondamental permettant de décomposer les surmartingales de la classe (D).
- **Espaces H^1 et BMO :** Introduction aux martingales à variation bornée et aux fonctions à oscillation moyenne bornée.

Chapitre VIII : Intégrales stochastiques et intégrales de Stieltjes