

## Sommaire :

### Partie I : Théorie de l'intégration

- **Chapitre 1 : Tribus et mesures**
    - Construction des tribus, mesure de Lebesgue sur  $\mathbb{R}$ .
  - **Chapitre 2 : Fonctions mesurables et intégration**
    - Construction de l'intégrale, théorèmes de convergence (Convergence monotone, Lemme de Fatou, Convergence dominée).
  - **Chapitre 3 : Espaces  $L^p$** 
    - Inégalités classiques (Hölder, Minkowski), complétude des espaces, réflexivité.
  - **Chapitre 4 : Produit de mesures et intégrales multiples**
    - Théorèmes de Fubini-Tonelli et Fubini-Lebesgue, changement de variables.
  - **Chapitre 5 : Convolution et transformée de Fourier**
    - Calcul intégral appliqué aux fonctions de la variable réelle.
- 

### Partie II : Fondements des probabilités

On passe ici du langage de l'analyse à celui de l'aléatoire.

- **Chapitre 6 : Variables aléatoires et lois**
    - Modélisation d'une expérience aléatoire, fonction de répartition, lois usuelles.
  - **Chapitre 7 : Indépendance**
    - Indépendance d'événements et de variables, lemme de Borel-Cantelli, loi du zéro-un de Kolmogorov.
  - **Chapitre 8 : Espérance et moments**
    - Calculs d'espérance, de variance et moments d'ordre supérieur.
- 

### Partie III : Théorèmes limites

Le cœur de la théorie asymptotique, expliquant comment le hasard se stabilise à grande échelle.

- **Chapitre 9 : Les différents types de convergence**
  - Convergence presque sûre, en probabilité, dans  $L^p$  et en loi.
- **Chapitre 10 : Lois des Grands Nombres**
  - Loi faible et Loi forte (LFGN).
- **Chapitre 11 : Convergence en loi et Fonctions caractéristiques**
  - Propriétés de la fonction caractéristique, lien avec la convergence étroite.
- **Chapitre 12 : Théorème Central Limite (TCL)**

### Partie IV : Compléments et Applications

- **Chapitre 13 : Vecteurs gaussiens**
  - Définition, matrice de covariance, théorème de Cochran.
- **Chapitre 14 : Espérance conditionnelle**
  - Définition rigoureuse (via Radon-Nikodym), propriétés et calculs pratiques.
- **Chapitre 15 : Simulation de variables aléatoires**
  - Algorithmes de génération (Inversion, Rejet, Box-Muller).