

Sommaire :

I. Processus de Markov : Compléments et Dualité

Cette section achève l'étude des processus de Markov en se concentrant sur les relations entre deux processus "miroirs".

- **Chapitre XVII : Noyaux et fonctions excessives**
 - Propriétés analytiques des noyaux de transition.
 - Étude approfondie des fonctions L -excessives et des cônes de potentiels.
 - **Chapitre XVIII : Processus de Markov en dualité**
 - Hypothèses de dualité entre deux semi-groupes.
 - Théorie de la mesure de référence et densités de transition.
 - **Chapitre XIX : Retournement du temps**
 - Construction du processus retourné.
 - Lien entre le retournement du temps et la théorie du potentiel (capacités).
-

II. Théorie du Potentiel Fine

On passe ici d'une vue globale à une analyse locale et topologique des trajectoires.

- **Chapitre XX : Topologie fine et balayage**
 - La topologie la moins fine rendant continues les fonctions excessives.
 - Opérations de balayage sur les mesures et les potentiels.
 - **Chapitre XXI : Frontières de Martin et de Ray-Knight**
 - Compactification des espaces d'états.
 - Représentation intégrale des fonctions harmoniques et excessives sur la frontière.
-

III. Compléments de Calcul Stochastique

C'est le cœur technique pour les chercheurs en mathématiques financières et probabilités avancées.

- **Chapitre XXII : Semi-martingales et Intégrales Stochastiques**
 - Définition axiomatique des semi-martingales comme intégrateurs.
 - Topologies sur l'espace des semi-martingales (la topologie de Émery).
 - Décomposition de Doob-Meyer et décomposition canonique.
- **Chapitre XXIII : Équations Différentielles Stochastiques (EDS)**
 - Existence et unicité des solutions sous conditions de Lipschitz.
 - Stabilité des solutions par rapport aux paramètres (théorèmes de convergence).
 - Le flot associé à une EDS.
- **Chapitre XXIV : Changements de probabilité et Grossissement de filtrations**
 - Théorème de Girsanov dans le cadre général des semi-martingales.

- Grossissement initial et progressif de filtrations (comment l'ajout d'information transforme une martingale en semi-martingale).
-

IV. Annexes Techniques (Souvent incluses ou liées)

- **Compléments sur les processus à sauts :** Mesures aléatoires et compensateurs.
- **Calcul sur l'espace de Fock :** Introduction aux liens avec la physique mathématique et les opérateurs de création/annihilation.