

# Sommaire

## 1. Chapitre IX : Intégration sur les espaces topologiques séparés

### 2. *Introduction à l'intégration sur les espaces topologiques*

3. Définitions et propriétés de base des espaces topologiques séparés
4. Rappels sur l'intégration de Lebesgue dans des contextes classiques
5. Motivation pour l'intégration dans des espaces topologiques plus généraux

### 6. *Espaces mesurables et $\sigma$ -algèbres sur un espace topologique*

7. Construction de la  $\sigma$ -algèbre associée à un espace topologique séparé
8. Mesurabilité des ensembles et des fonctions dans ce cadre
9. Les notions d'ensemble mesurable et de mesure sur des espaces topologiques

### 10. *Intégration de fonctions sur les espaces topologiques séparés*

11. Définition de l'intégrale sur un espace topologique séparé
12. Convergence des suites de fonctions et théorèmes de convergence (théorème de Fatou, théorème de la convergence dominée)
13. L'intégrale de Lebesgue et sa généralisation dans ce cadre

### 14. *Propriétés de l'intégrale sur les espaces topologiques séparés*

15. Linéarité et monotonie de l'intégrale
16. Intégration par parties dans un cadre topologique
17. Relation avec les fonctions continues et les fonctions mesurables
18. Propriétés de la convergence presque partout et intégration

### 19. *Théorèmes de convergence dans le contexte des espaces topologiques*

20. Théorème de convergence dominée
21. Théorème de convergence monotone
22. Intégrabilité et limites dans des espaces séparés

### 23. *Applications de l'intégration dans des espaces topologiques séparés*

24. Applications à la théorie des probabilités
25. Applications aux fonctions continues et aux espaces vectoriels mesurables
26. Intégration de formes différentielles sur des variétés topologiques séparées

### 27. *Intégration sur des espaces de Banach et de Hilbert*

28. Étude spécifique de l'intégration sur les espaces de Banach
29. Intégration dans des espaces de Hilbert, et applications à la théorie de l'intégration fonctionnelle
30. Intégrabilité et convergence dans les espaces de Banach topologiques

### 31. *Résultats généraux et théorèmes principaux*

32. Théorème de Fubini pour l'intégration dans des espaces topologiques séparés
33. Théorèmes sur l'échange de limites et d'intégrales dans des contextes topologiques
34. Propriétés de l'intégrale extérieure et de l'intégrale intérieure

### 35. *Conclusion et perspectives*

36. Résumé des résultats importants sur l'intégration dans des espaces topologiques séparés
37. Relation avec d'autres théories de l'intégration
38. Ouvertures possibles pour des extensions dans d'autres types d'espaces topologiques