

# Sommaire

1. **Partie 1 : Introduction à l'algèbre linéaire**
2. **Qu'est-ce que l'algèbre linéaire ?**
  - a. Définitions et objectifs de l'algèbre linéaire
  - b. Applications de l'algèbre linéaire dans les sciences et l'ingénierie
  - c. Notions préalables : ensembles, relations et fonctions
3. **Partie 2 : Les vecteurs et les espaces vectoriels**
4. **Les vecteurs**
  - a. Définition et notation des vecteurs
  - b. Opérations sur les vecteurs : addition, multiplication par un scalaire
  - c. Propriétés des vecteurs : commutativité, associativité, etc.
5. **Espaces vectoriels**
  - a. Définition d'un espace vectoriel
  - b. Sous-espaces et sous-espaces vectoriels
  - c. Combinaison linéaire, indépendance linéaire
  - d. Base et dimension d'un espace vectoriel
  - e. Espaces vectoriels particuliers (espaces euclidiens, espaces de matrices)
6. **Partie 3 : Les matrices et les systèmes linéaires**
7. **Les matrices**
  - a. Définition et types de matrices (matrices carrées, diagonales, symétriques, etc.)
  - b. Opérations sur les matrices : addition, multiplication, transposition
  - c. Matrices inversibles et matrices singulières
  - d. Rangs et déterminants des matrices
8. **Systèmes d'équations linéaires**
  - a. Résolution d'un système linéaire : méthodes directes et itératives
  - b. Méthode de substitution et méthode de réduction
  - c. Système homogène et non homogène
  - d. Théorème de Rouché–Frobenius et conditions de solvabilité
9. **La méthode de Gauss et Gauss-Jordan**
  - a. Élimination de Gauss
  - b. Forme échelonnée et réduction de Gauss-Jordan
  - c. Applications à la résolution de systèmes linéaires
10. **Partie 4 : Déterminants**
11. **Définition et propriétés des déterminants**
  - a. Définition du déterminant d'une matrice carrée
  - b. Propriétés fondamentales des déterminants
  - c. Déterminants de matrices  $2 \times 2$ ,  $3 \times 3$  et de dimension supérieure
12. **Calcul des déterminants**
  - a. Méthode de développement par rapport à une ligne ou une colonne
  - b. Règles de Cramer pour la résolution de systèmes linéaires
  - c. Applications du déterminant à la géométrie et à l'inversibilité
13. **Partie 5 : Valeurs propres et vecteurs propres**
14. **Valeurs propres et vecteurs propres**
  - a. Définition des valeurs propres et des vecteurs propres
  - b. Calcul des valeurs propres : équation caractéristique
  - c. Diagonalisation d'une matrice : matrices diagonales et matrices similaires
  - d. Théorème de Cayley-Hamilton
15. **Applications des valeurs propres et des vecteurs propres**
  - a. Diagonalisation d'une matrice symétrique
  - b. Application à la résolution des systèmes dynamiques
  - c. Applications en mécanique, physique et économie
16. **Partie 6 : Applications de l'algèbre linéaire**
17. **Applications en géométrie**
  - a. Transformation linéaire et matrices de transformation
  - b. Rotation, homothétie, symétrie et projection
  - c. Applications dans les espaces euclidiens
18. **Applications en informatique**
  - a. Réduction de dimension et analyse de données (PCA)
  - b. Résolution de systèmes d'équations dans les graphes et les réseaux
  - c. Cryptographie et sécurité des données
19. **Applications dans l'ingénierie et les sciences**
  - a. Résolution de systèmes d'équations dans l'électromagnétisme et la mécanique
  - b. Modélisation des systèmes linéaires dans les circuits et réseaux

c. Utilisation dans l'analyse des structures et des vibrations

**20. Partie 7 : Problèmes résolus et exercices pratiques**

**21. Exercices sur les vecteurs et les espaces vectoriels**

- a. Exercices sur les opérations vectorielles
- b. Vérification de la linéarité et de l'indépendance linéaire
- c. Exemples de calcul de bases et de dimensions

**22. Exercices sur les matrices et la résolution de systèmes**

- a. Résolution de systèmes d'équations linéaires par la méthode de Gauss
- b. Calcul des matrices inverses et des déterminants
- c. Applications de la méthode de Cramer

**23. Exercices sur les valeurs et vecteurs propres**

- a. Calcul des valeurs propres et des vecteurs propres
- b. Diagonalisation de matrices et réduction de matrices

**24. Problèmes pratiques d'application**

- a. Problèmes d'application en géométrie, physique, informatique et économie
- b. Problèmes liés à l'optimisation et aux transformations linéaires

**25. Annexes**

26. Formulaire de calcul : règles pour les matrices, les déterminants, les valeurs et vecteurs propres

27. Solutions détaillées des exercices et problèmes

28. Références bibliographiques et suggestions de lectures complémentaires