

Sommaire

1. Introduction à la récursivité

- Notion intuitive de calcul effectif
- Algorithmes et calculabilité
- Différence entre définition explicite et définition récursive

2. Fonctions récursives

- Fonctions de base (initiales)
- Composition de fonctions
- Schéma de récursion primitive
- Fonctions récursives générales

3. Récursivité primitive

- Définition formelle
- Exemples classiques (addition, multiplication, factorielle)
- Limites de la récursivité primitive

4. Fonctions μ -récursives (récursion générale)

- Opérateur de minimisation (μ -opérateur)
- Passage à la récursivité générale
- Comparaison avec les machines de Turing

5. Machines et calculabilité

- Machine de Turing et équivalence avec les fonctions récursives
- Thèse de Church-Turing
- Notion de calcul effectif

6. Ensembles récursifs et récursivement énumérables

- Définition des ensembles récursifs
- Ensembles récursivement énumérables (r.e.)
- Problèmes de décision

7. Indécidabilité

- Problème de l'arrêt
- Problème de correspondance de Post (PCP)
- Exemples de problèmes indécidables

8. Constructibilité

- Notion d'objet constructible
- Relations entre constructibilité et calculabilité
- Fonctions et objets effectivement construits

9. Hiérarchie et limites de la calculabilité (souvent optionnel)

- Hiérarchie arithmétique (selon le niveau du cours)
- Limites fondamentales de la récursivité

10. Exercices et applications

- Codage des fonctions récursives
- Preuves par récurrence sur les définitions récursives
- Réduction de problèmes à l'indécidabilité