

Sommaire – Théorie des modèles (Logique mathématique T2)

1. Introduction à la théorie des modèles

- Motivation et rôle dans la logique mathématique
- Différence entre syntaxe et sémantique
- Notion de vérité dans un univers mathématique
- Langages formels et interprétation

2. Structures et langages du premier ordre

- Langages du premier ordre (symboles, relations, fonctions)
- Structures (univers, interprétation des symboles)
- Sous-structures et morphismes
- Isomorphismes et équivalence structurelle

3. Sémantique de la logique du premier ordre

- Interprétation des termes et des formules
- Satisfaction d'une formule dans une structure
- Vérité dans un modèle
- Variables libres et liées
- Substitution et évaluation

4. Modèles et théories

- Définition d'un modèle
- Théorie (ensemble de formules)
- Modèles d'une théorie
- Consistance (non-contradiction)
- Complétude et cohérence

5. Conséquence logique et satisfaction

- Relation de conséquence logique ($\models$)
- Satisfiabilité d'un ensemble de formules
- Validité d'une formule
- Théorème de correction (soundness)

6. Outils fondamentaux de la théorie des modèles

- Théorème de compacité
- Théorème de Löwenheim-Skolem
- Applications des modèles non standard
- Extensions élémentaires

7. Élimination des quantificateurs

- Principe et objectif
- Méthodes d'élimination
- Applications (structures arithmétiques, corps algébriquement clos, etc.)

8. Formes normales et transformations

- Forme prénexe
- Forme de Skolem
- Forme clausale
- Utilité pour la démonstration automatique

9. Applications de la théorie des modèles

- Résolution de problèmes de satisfiabilité

- Logique en informatique théorique
- Bases de la preuve automatique
- Connexion avec la calculabilité

10. (Optionnel) Introduction à la théorie de la démonstration

- Différence avec la théorie des modèles
- Systèmes de preuve
- Résolution et unification