

Sommaire

1. Introduction

- Présentation des suites et séries numériques
- Importance des suites et séries dans les mathématiques appliquées

2. Suites numériques

- Définition et exemples de suites
- Limite d'une suite
- Convergence et divergence des suites
- Suites particulières : suites arithmétiques, géométriques, harmonique, etc.
- Critères de convergence des suites : critère de Cauchy, critère de monotonie, etc.
- Suites et théorèmes fondamentaux : théorème de Bolzano-Weierstrass, théorème des suites bornées
- Suites et applications (en analyse, physique, économie)

3. Séries numériques

- Définition et propriétés des séries
- Somme d'une série infinie
- Convergence des séries : critères de convergence (critère de comparaison, critère de Cauchy, critère de d'Alembert, critère de Raabe, etc.)
- Séries absolument convergentes et conditionnellement convergentes
- Séries géométriques, séries p , séries alternées
- Séries et séries de Fourier : présentation et liens avec les applications pratiques

4. Séries de fonctions

- Définition d'une série de fonctions
- Convergence uniforme d'une série de fonctions
- Critères de convergence uniforme : critère de Weierstrass, critère de Cauchy
- Séries de Taylor et séries de Maclaurin : définition, développement et exemples
- Séries de puissances : propriétés, convergence, rayon de convergence
- Séries de Fourier : applications en analyse de signal et en physique
- Séries et applications aux équations différentielles

5. Propriétés avancées des séries

- Séries et continuité : le théorème de Weierstrass
- Différentiation et intégration de séries de fonctions
- Convergence des séries en espace de Banach et Hilbert

6. Applications pratiques des suites et séries

- Séries en analyse numérique
- Séries et séries de Fourier en traitement du signal
- Séries dans les équations aux dérivées partielles
- Applications des suites et séries dans la modélisation physique

7. Exercices corrigés

- Problèmes d'application sur les suites et séries numériques
- Problèmes sur la convergence et la divergence des séries
- Séries de fonctions : exercices pratiques
- Exercices de démonstration sur les séries de Taylor et de Fourier

8. Annexes

- Rappels de prérequis en analyse
- Tables de séries courantes
- Bibliographie

9. Index des notations

10. Index des concepts et théorèmes