

Sommaire

1. Préliminaires algébriques

- Groupes
- Sous-groupes et groupes quotients
- Anneaux et idéaux
- Corps et morphismes

2. Polynômes

- Polynômes sur un corps
- Racines et multiplicité
- Polynômes irréductibles
- Corps de décomposition
- Polynômes séparables

3. Extensions de corps

- Extensions algébriques et transcendantes
- Degré d'une extension
- Corps engendrés par des éléments algébriques
- Extensions simples
- Clôture algébrique

4. Automorphismes de corps

- Automorphismes et invariants
- Groupe des automorphismes d'une extension
- Corps fixes
- Exemples fondamentaux

5. Extensions galoisiennes

- Extensions normales
- Extensions séparables
- Caractérisation des extensions de Galois
- Groupe de Galois

6. Théorème fondamental de la théorie de Galois

- Correspondance entre sous-groupes et sous-corps
- Inversion des inclusions
- Sous-extensions normales
- Extensions intermédiaires

7. Calcul des groupes de Galois

- Polynômes de petit degré
- Groupes de Galois des polynômes quadratiques, cubiques et quartiques
- Corps finis
- Exemples détaillés

8. Résolution des équations algébriques

- Résolution des équations du second degré
- Méthodes pour les équations cubiques et quartiques
- Groupes résolubles
- Théorème d'Abel-Ruffini

9. Corps finis

- Construction des corps finis
- Groupe de Galois des corps finis
- Automorphisme de Frobenius
- Applications

10. Compléments et applications

- Constructions à la règle et au compas
- Duplication du cube
- Trisection de l'angle
- Cyclotomie
- Équations binomiales

Exercices et problèmes

- Exercices d'application
- Calculs de groupes de Galois
- Études d'extensions remarquables
- Problèmes de synthèse corrigés