

Sommaire

1. Introduction

- Objectifs de l'analyse fondamentale
- Motivation pour l'étude des espaces métriques, normés et topologiques
- Rappel des concepts préliminaires (ensembles, fonctions, suites, limites)

2. Espaces métriques

- Définition et exemples d'espaces métriques
- Distance et propriétés fondamentales
- Suites et convergence
- Basiques sur les boules ouvertes et fermées
- Complétude des espaces métriques
- Exercices et exemples classiques

3. Espaces normés

- Définition d'un espace vectoriel normé
- Normes usuelles (1, 2, ∞) et exemples
- Distance induite par une norme
- Continuité, convergence et suites de Cauchy
- Sous-espaces normés et complétude (espaces de Banach)
- Opérations linéaires continues

4. Espaces topologiques

- Définition générale d'une topologie
- Ouverts, fermés, intérieurs, adhérences
- Voisinages et bases de topologies
- Continuité des fonctions dans un cadre topologique
- Compactification et connexité
- Relation entre topologie et métrique

5. Liens entre ces espaces

- Comment un espace normé induit un espace métrique
- Comment un espace métrique définit une topologie
- Propriétés préservées entre espaces (complétude, compacité, connexité)
- Applications dans l'analyse fonctionnelle

6. Applications fondamentales

- Théorème de point fixe (Banach)
- Séries et convergence dans les espaces normés
- Fonctionnelles continues et dualité
- Introduction aux espaces de fonctions et L_p

7. Annexes

- Rappels d'algèbre linéaire
- Notions d'ensembles et de logique
- Tables de normes et distances courantes
- Bibliographie et références classiques

