

Sommaire

Préface

- Introduction générale au sujet
- Objectifs du livre et approche pédagogique
- Conseils pour l'étude des fonctions de plusieurs variables

Partie 1 : Introduction aux Fonctions de Plusieurs Variables

1. **Notions Fondamentales sur les Fonctions de Plusieurs Variables**
 - Définition d'une fonction de plusieurs variables
 - Domaine, image et graphes des fonctions de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R}^m
 - Exemples classiques de fonctions de plusieurs variables (fonction linéaire, quadratique, etc.)
2. **Limites et Continuité dans les Espaces Multidimensionnels**
 - Limites de fonctions multivariées
 - Définition de la continuité et théorème de la continuité
 - Continuité sur des domaines ouverts et fermés
3. **Dérivation Partielle et Différentiabilité**
 - Dérivées partielles d'une fonction de plusieurs variables
 - Le gradient et les vecteurs dérivées
 - Différentiabilité et théorème des fonctions implicites
 - Application du théorème de Taylor aux fonctions multivariées

Partie 2 : Calcul Différentiel et Géométrie

4. **Optimisation de Fonctions Multivariées**
 - Critères de maximum et minimum locaux : méthode des dérivées partielles
 - Théorème de Fermat pour les points stationnaires
 - Méthode des multiplicateurs de Lagrange pour les contraintes
5. **Courbes et Surfaces dans \mathbb{R}^3**
 - Paramétrisation des courbes et surfaces
 - Calcul des dérivées de courbes et surfaces paramétrées
 - Applications géométriques aux courbes et surfaces minimales
6. **Applications du Gradient et du Laplacien**
 - Le rôle du gradient dans la géométrie différentielle
 - Le Laplacien et son interprétation géométrique
 - Applications aux équations aux dérivées partielles et en physique (champ électrique, etc.)

Partie 3 : Intégration Multidimensionnelle

7. **Intégration Double**
 - Définition de l'intégrale double et interprétation géométrique
 - Changement de variables en intégration double (transformation polaire, etc.)
 - Applications des intégrales doubles (aire sous une surface, volume de solides)
8. **Intégration Triple**
 - Définition de l'intégrale triple et applications géométriques
 - Changement de variables en intégration triple (coordonnées cylindriques et sphériques)
 - Applications aux volumes dans l'espace tridimensionnel
9. **Changement de Variables et Théorème de Jacobien**
 - Théorème du changement de variables en intégration multiple
 - Calcul du déterminant de Jacobien dans le cadre de la transformation des coordonnées
 - Applications pratiques aux intégrales multiples dans des domaines généraux

Partie 4 : Théorèmes de Stokes et d'Intégration sur les Courbes et Surfaces

10. **Le Théorème de Green**

- Formulation du théorème de Green pour les intégrales de ligne
- Applications aux flux et aux rotations dans le plan
- Démonstration du théorème et exemples pratiques

11. Le Théorème de Stokes

- Introduction et formulation générale du théorème de Stokes
- Intégrales de surface et relation avec les intégrales de ligne
- Applications du théorème de Stokes en physique (flux magnétique, etc.)

12. Le Théorème de Gauss (ou Divergence)

- Formulation du théorème de Gauss pour l'intégration sur des volumes
- Application à la loi de Gauss en électromagnétisme
- Démonstration et exemples d'application

Partie 5 : Applications et Exercices

13. Applications en Physique et en Géométrie

- Applications de l'intégration multiple en mécanique des fluides, électromagnétisme, etc.
- Problèmes de géométrie : volumes et surfaces, courbures
- Optimisation des fonctions dans un cadre multidimensionnel

14. Exercices Corrigés et Applications

- Exercices d'intégration double et triple
- Exercices d'optimisation multivariée
- Problèmes appliqués utilisant les théorèmes de Green, Stokes et Gauss

Annexes

- Tableaux des formules d'intégration et changement de variables
- Rappels de géométrie élémentaire et calcul vectoriel
- Bibliographie pour aller plus loin
- Index des concepts et des termes utilisés