

Sommaire

1.Introduction

- Objectifs et utilité de la théorie des groupes
 - Applications en mathématiques, physique et informatique
 - Organisation du document : cours, exercices, problèmes corrigés
2. **Rappels de notions fondamentales**
- Ensembles et opérations
 - Relations et fonctions
 - Notions de base sur les structures algébriques
3. **Définition et exemples de groupes**
- Définition formelle d'un groupe
 - Groupes abéliens et non abéliens
 - Exemples classiques : $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}^*, \mathrm{GL}_n(\mathbb{R}), \mathrm{S}_n, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}^*, \mathrm{GL}_n(\mathbb{R}), \mathrm{S}_n$
 - Exercices simples de vérification des propriétés
4. **Sous-groupes et morphismes**
- Sous-groupes : définition et exemples
 - Morphismes de groupes : noyau et image
 - Exercices sur la reconnaissance de sous-groupes et morphismes
5. **Opérations et constructions**
- Produit direct de groupes
 - Groupes factoriels et quotients
 - Théorème de Lagrange et applications
 - Exercices et problèmes corrigés
6. **Groupes finis et théorie des ordres**
- Ordre d'un élément et d'un groupe
 - Cyclicité et générateurs
 - Théorèmes de Sylow (si niveau avancé)
 - Exercices et problèmes pratiques
7. **Groupes de permutations**
- Définition et notations
 - Cycles et transpositions
 - Groupes symétriques et alternés
 - Exercices corrigés : calculs et manipulations
8. **Applications et problèmes classiques**
- Résolution de problèmes combinatoires via les groupes
 - Isomorphismes et classification des petits groupes
 - Exercices thématiques avec solutions détaillées
9. **Problèmes corrigés avancés**
- Énoncés complexes intégrant plusieurs notions
 - Méthodologie de résolution étape par étape
 - Commentaires et astuces
10. **Conclusion et perspectives**
- Récapitulatif des notions clés
 - Importance de la théorie des groupes dans les mathématiques modernes
 - Directions pour approfondir (algèbre abstraite, géométrie, physique)
11. **Bibliographie et ressources**
- Livres et articles de référence
 - Exercices complémentaires et ressources en ligne

