

# Sommaire

1. **Introduction aux équations différentielles**
2. Définition et importance des équations différentielles
3. Applications dans les sciences, l'ingénierie et l'économie
4. Types d'équations différentielles : ordinaires et partielles
5. Méthodes de résolution : analytiques, numériques, et approximatives
6. **Équations différentielles ordinaires (EDO)**
7. **Notions de base**
  - a. Définition d'une équation différentielle ordinaire
  - b. Ordre et degré d'une EDO
  - c. Conditions initiales et solutions particulières
8. **Méthodes de résolution des EDO du premier ordre**
  - a. Méthode de séparation des variables
  - b. Méthode des équations exactes
  - c. Méthode de l'intégration par facteur d'intégration
  - d. Équations linéaires du premier ordre
  - e. Équations différentielles séparables et homogènes
9. **Équations différentielles linéaires**
  - a. Définition des équations linéaires et du principe de superposition
  - b. Résolution des équations linéaires du premier et second ordre
  - c. Méthode des coefficients indéterminés
  - d. Solutions particulières des équations non homogènes
10. **Systèmes d'équations différentielles**
  - a. Systèmes d'EDO linéaires et non linéaires
  - b. Méthode de la matrice exponentielle pour les systèmes linéaires
  - c. Théorème de Cauchy-Lipschitz (théorème d'existence et d'unicité)
  - d. Méthodes de résolution des systèmes autonomes
11. **Applications des EDO dans les sciences**
12. **Modélisation des phénomènes physiques**
  - a. Modèles de croissance et décroissance exponentielle
  - b. Modèles de population (logistique, modèles de Lotka-Volterra)
  - c. Modélisation de la température et du transfert thermique
13. **Applications en mécanique et dynamique**
  - a. Lois du mouvement et équations du mouvement de particules
  - b. Vibrations et oscillations (mouvement harmonique simple)
  - c. Modèles de circuits électriques (loi de Kirchhoff)
14. **Applications en économie et en biologie**
  - a. Modélisation économique : théories de la croissance et de l'équilibre
  - b. Modélisation de la propagation des épidémies
  - c. Modèles d'interactions biologiques et écologiques
15. **Équations différentielles du second ordre**
16. **Équations linéaires du second ordre**
  - a. Solutions générales des équations homogènes à coefficients constants
  - b. Solutions particulières des équations non homogènes
17. **Méthodes de résolution des équations linéaires du second ordre**
  - a. Méthode des solutions fondamentales
  - b. Résolution par transformation de Laplace
  - c. Applications aux équations de la mécanique (oscillateurs, ressorts)
18. **Équations de Cauchy-Euler et transformation de variables**
  - a. Solutions des équations d'Euler-Cauchy
  - b. Résolution par changement de variables et de bases
19. **Équations aux dérivées partielles (EDP)**
20. **Introduction aux EDP**
  - a. Définition et classification des équations aux dérivées partielles
  - b. Classification des EDP : parabolique, hyperbolique, elliptique
21. **Méthodes de résolution des EDP**
  - a. Méthode de séparation des variables
  - b. Méthode de Fourier et transformation de Fourier
  - c. Méthode de Laplace
22. **Équation de la chaleur**
  - a. Modélisation de la diffusion thermique
  - b. Résolution de l'équation de la chaleur en une et plusieurs dimensions
23. **Équation des ondes**
  - a. Modélisation de la propagation des ondes
  - b. Résolution de l'équation des ondes
24. **Équation de Poisson et applications à la physique**
  - a. Résolution de l'équation de Poisson dans différents cadres
  - b. Applications en électrostatique et en gravitation
25. **Méthodes numériques pour les équations différentielles**
26. **Introduction à la résolution numérique des EDO et EDP**
  - a. Approximation des solutions
  - b. Méthodes des différences finies, des éléments finis, et des volumes finis

27. **Méthodes d'Euler et de Runge-Kutta**
  - a. Méthode d'Euler explicite et implicite
  - b. Méthode de Runge-Kutta d'ordre 4
  - c. Comparaison de l'efficacité des méthodes numériques
28. **Stabilité et erreur dans les méthodes numériques**
  - a. Analyse de la stabilité des méthodes d'intégration
  - b. Calcul de l'erreur numérique
29. **Méthodes pour les EDP**
  - a. Méthode de séparation des variables dans le cadre numérique
  - b. Approches aux différences finies pour les EDP
30. **Propriétés qualitatives des solutions**
31. **Existence et unicité des solutions**
  - a. Théorème de Cauchy-Lipschitz
  - b. Conditions d'existence et d'unicité
32. **Stabilité des solutions**
  - a. Stabilité locale et globale des solutions
  - b. Méthode de Lyapunov pour l'étude de la stabilité
33. **Comportement asymptotique des solutions**
  - a. Analyse du comportement à long terme des solutions
  - b. Théorie des attracteurs et des systèmes dynamiques
34. **Applications avancées des EDO et EDP**
35. **Mécanique des fluides et modélisation des écoulements**
  - a. Équations de Navier-Stokes
  - b. Modélisation des écoulements turbulents et laminaire
36. **Équations de Maxwell et électromagnétisme**
  - a. Modélisation des champs électriques et magnétiques
  - b. Résolution des équations de Maxwell dans des milieux variés
37. **Applications en biologie, économie et ingénierie**
  - a. Modélisation des systèmes biologiques (réactions chimiques, diffusion)
  - b. Modèles économiques dynamiques avec des équations différentielles
38. **Théories avancées des équations différentielles**
39. **Théorie des systèmes dynamiques**
  - a. Étude des systèmes chaotiques
  - b. Théorème de Poincaré-Bendixson et chaos déterministe
40. **Topologie des espaces de Banach et théorie des solutions faibles**
  - a. Espaces de Banach et espaces de Hilbert dans les EDP
  - b. Théorèmes de solution faible et solution forte pour les EDP
41. **Conclusion**
42. Résumé des concepts clés
43. Perspectives futures de la recherche en équations différentielles
44. Applications modernes dans les sciences et la technologie
45. **Annexes :**
46. **Tableaux de dérivées et solutions usuelles**
47. **Méthodes de calcul symbolique et numériques**
48. **Exercices pratiques et solutions détaillées**
49. **Références et bibliographie pour approfondir**