

# Sommaire

1. **Chapitre 1 : Introduction aux fonctions de plusieurs variables réelles**
2. **Notions fondamentales**
  - a. Définition d'une fonction de plusieurs variables réelles
  - b. Domaines de définition et images
  - c. Exemples géométriques et visuels (graphiques de fonctions à 2 ou 3 variables)
3. **Fonctions continues et discontinues**
  - a. Continuité d'une fonction de plusieurs variables
  - b. Propriétés de la continuité
  - c. Exemples et contre-exemples de fonctions continues et discontinues
4. **Limites et continuité**
  - a. Définition de la limite d'une fonction à plusieurs variables
  - b. Limites infinies et à l'infini
  - c. Convergence des suites et des fonctions
5. **Chapitre 2 : Dérivées partielles et différentiabilité**
6. **Dérivées partielles**
  - a. Définition des dérivées partielles d'une fonction de plusieurs variables
  - b. Règles de dérivation (somme, produit, chaîne, etc.)
  - c. Interprétation géométrique des dérivées partielles
  - d. Exemples de calculs de dérivées partielles
7. **Différentiabilité**
  - a. Définition de la différentiabilité pour une fonction de plusieurs variables
  - b. Conditions nécessaires et suffisantes pour la différentiabilité
  - c. Différentiabilité et continuité : distinction et lien
8. **Applications des dérivées partielles**
  - a. Calcul des dérivées d'ordre supérieur
  - b. Utilisation des dérivées partielles pour analyser la variation des fonctions
9. **Chapitre 3 : Théorèmes fondamentaux de l'analyse multivariée**
10. **Théorème de la fonction implicite**
  - a. Énoncé et démonstration du théorème de la fonction implicite
  - b. Applications géométriques et physiques
  - c. Exemples d'utilisation du théorème de la fonction implicite
11. **Théorème de la fonction inverse**
  - a. Conditions d'applicabilité du théorème
  - b. Interprétation géométrique et démonstration
  - c. Applications à la résolution d'équations
12. **Théorème de Clairaut (symétrie des dérivées croisées)**
  - a. Énoncé du théorème et applications
  - b. Exemples d'utilisation et vérification de la symétrie des dérivées croisées
13. **Théorème de Weierstrass**
  - a. Existence de maximum et minimum sur des ensembles compacts
  - b. Applications à la recherche des extrema
14. **Chapitre 4 : Extrema et optimisation**
15. **Conditions d'optimalité pour les fonctions de plusieurs variables**
  - a. Points critiques et conditions nécessaires
  - b. Le critère du second ordre
  - c. Tests d'optimalité : minimum, maximum et selle
16. **Optimisation sans contrainte**
  - a. Méthodes de recherche des extrema pour une fonction à plusieurs variables
  - b. Applications géométriques et physiques des conditions d'optimalité
17. **Optimisation avec contraintes**
  - a. Méthode des multiplicateurs de Lagrange
  - b. Applications pratiques de l'optimisation sous contraintes
18. **Chapitre 5 : Intégration dans  $\mathbb{R}^n$**
19. **Introduction à l'intégration multiple**
  - a. Intégrale double et triple
  - b. Changement de variables : coordonnées polaires, cylindriques, sphériques
  - c. Théorème de Fubini et applications
20. **Applications de l'intégration multiple**
  - a. Calcul des volumes et des aires dans  $\mathbb{R}^2$  et  $\mathbb{R}^3$
  - b. Applications en physique : calcul de centres de masse, moments d'inertie
21. **Intégrales curvilignes et de surface**
  - a. Introduction aux intégrales sur des courbes et des surfaces
  - b. Applications du théorème de Green, Stokes et Gauss
  - c. Interprétations géométriques et physiques

- 22. Chapitre 6 : Séries et suites de fonctions**
- 23. Séries de puissances et convergence**
  - a. Convergence des séries de puissances
  - b. Séries de Taylor multivariées
  - c. Applications aux approximations et développement des fonctions
- 24. Séries de Fourier multivariées**
  - a. Introduction aux séries de Fourier en plusieurs variables
  - b. Calcul des coefficients et convergence des séries de Fourier
- 25. Convergence uniforme des séries**
  - a. Définition et critères de convergence uniforme
  - b. Applications à l'approximation de fonctions
- 26. Chapitre 7 : Problèmes et exercices corrigés**
- 27. Exercices sur les dérivées partielles et différentiabilité**
  - a. Problèmes de calcul de dérivées partielles
  - b. Vérification de la différentiabilité et de la continuité
- 28. Exercices sur les théorèmes fondamentaux**
  - a. Problèmes d'application du théorème de la fonction implicite et de la fonction inverse
  - b. Recherche d'extrema à l'aide des conditions d'optimalité
- 29. Exercices sur l'intégration multiple et les applications**
  - a. Calcul de volumes et de moments à l'aide des intégrales multiples
  - b. Exercices sur les intégrales curvilignes et de surface
- 30. Chapitre 8 : Conclusion et perspectives**
- 31. Récapitulation des concepts clés de l'analyse multivariée**
- 32. Applications à la physique, à la géométrie et à l'économie**
- 33. Perspectives de recherche et extensions aux équations différentielles et aux systèmes dynamiques**