

Sommaire

1. Première leçon : Introduction et concepts de base

- Introduction à l'analyse fonctionnelle
- Espaces de Banach et espaces de Hilbert
- Normes, continuité et convergence
- Applications des espaces de Banach et Hilbert en physique et en ingénierie
- Exemples d'espaces fonctionnels courants (espaces L^p , espaces $C([a,b])$)

2. Deuxième leçon : Espaces de Banach

- Définition et propriétés des espaces de Banach
- Théorème de Banach-Steinhaus (le principe du petit voisinage)
- Théorème de Hahn-Banach et ses applications
- Applications de l'espace de Banach en analyse fonctionnelle
- Exemples et exercices corrigés

3. Troisième leçon : Espaces de Hilbert et théorèmes associés

- Introduction aux espaces de Hilbert
- Produit scalaire et norme induite
- Théorème de projection de Hilbert
- Base hilbertienne et séries de Fourier
- Applications en analyse et en traitement du signal
- Exercices corrigés sur les espaces de Hilbert

4. Quatrième leçon : Opérateurs linéaires et continuité

- Définition d'un opérateur linéaire
- Propriétés des opérateurs continus sur un espace de Banach
- Théorème de Baire et applications
- Opérateurs bornés et opérateurs de compacité
- Spectre d'un opérateur
- Exercices corrigés sur les opérateurs linéaires et continus

5. Cinquième leçon : Applications de l'analyse fonctionnelle

- Applications des espaces de Banach et de Hilbert dans les équations différentielles
- Applications dans la théorie des distributions et des équations aux dérivées partielles
- Approximations de solutions et méthodes numériques en analyse fonctionnelle
- Applications dans les systèmes dynamiques et la mécanique quantique
- Exercices avancés et corrigés