

Sommaire

1. **Introduction à la géométrie différentielle**
 - Définitions de base : géométrie, différentiabilité, variété
 - Historique et importance de la géométrie différentielle
 - Applications en physique, informatique, et autres domaines
2. **Variétés différentielles**
 - Définition d'une variété différentielle
 - Exemples de variétés : Riemanniennes, topologiques
 - Cartes, atlas et charts
 - Structure différentielle et applications locales
3. **Courbes dans les variétés**
 - Définition d'une courbe dans une variété
 - Tangente et espace tangent
 - Paramétrisation des courbes
 - Courbes géodésiques et propriétés de courbure
4. **Surfaces dans les variétés**
 - Définition d'une surface
 - Coordonnées locales et coordonnées globales
 - Géométrie des surfaces : courbure, métrique induite
 - Applications de la géométrie des surfaces (exemples classiques : sphères, plans, cylindres)
5. **Métriques et courbure**
 - Introduction aux métriques riemanniennes
 - La notion de courbure : courbure scalaire, courbure de Gauss
 - Formules fondamentales (formules de Gauss et de Codazzi)
 - Courbure dans les espaces non-euclidiens
6. **Géodésiques et connexité**
 - Définition des géodésiques : courbes minimales
 - Équation des géodésiques et applications
 - Propriétés des géodésiques dans des variétés courbes
7. **Applications de la géométrie différentielle**
 - Relativité générale et géométrie de l'espace-temps
 - Modélisation de surfaces en informatique graphique
 - Topologie des variétés et classification des surfaces
8. **Propriétés globales des variétés**
 - Topologie des variétés : connexité, compacité, orientabilité
 - Théorème de Gauss-Bonnet
 - Théorie des classes de Stiefel-Whitney et de Pontrjagin
9. **Conclusion**
 - Récapitulatif des notions fondamentales
 - Perspectives de recherche et applications futures
 - Liens avec d'autres branches des mathématiques, comme la topologie algébrique et l'analyse complexe
10. **Bibliographie**
 - Références classiques et contemporaines en géométrie différentielle
 - Ouvrages complémentaires pour approfondir les sujets