

Sommaire

Introduction

- Objectifs du livre
- Notions de base et prérequis : topologie, analyse réelle et complexe, intégration
- Comment utiliser ce livre : théorie et exemples

Partie I : Mesures

1. **Rappels sur les mesures**
 - Définition d'une mesure
 - Mesures positives et finies
 - σ -additivité et propriétés fondamentales
2. **Mesures de Radon**
 - Définition et exemples
 - Propriétés topologiques et régularité
 - Intégration par rapport à une mesure de Radon
 - Mesures signées et variation totale
3. **Intégration et convergence**
 - Théorèmes de convergence monotone et dominée
 - Intégrales de fonctions à valeurs complexes
 - Changement de variable et transformations linéaires

Partie II : Distributions

1. **Définitions et concepts de base**
 - Espace des fonctions test (C^∞ avec support compact)
 - Distributions comme fonctionnelles linéaires continues
 - Opérations de base : dérivation, multiplication par fonctions
2. **Exemples de distributions**
 - Dirac, dérivées de Dirac
 - Fonction de Heaviside
 - Distributions régulières (associées à des fonctions intégrables)
3. **Support et singularité**
 - Définition du support d'une distribution
 - Distributions à support ponctuel
 - Singularités et comportement local

Partie III : Convolutions et transformations

1. **Convolution de fonctions et distributions**
 - Convolution classique
 - Convolution avec une distribution
 - Propriétés : commutativité, associativité, identité
2. **Transformée de Fourier**
 - Définition pour fonctions intégrables
 - Transformée de Fourier de distributions
 - Transformées de dérivées et convolutions
 - Applications : résolution d'équations différentielles, filtrage
3. **Distributions périodiques**
 - Séries de Dirac périodiques
 - Transformée de Fourier pour distributions périodiques
 - Applications : analyse harmonique, signal périodique

Partie IV : Applications et exemples

1. **Exemples concrets**
 - Distributions associées à des fonctions classiques
 - Calculs de convolutions et transformées
 - Distributions périodiques dans les signaux
2. **Techniques avancées**
 - Résolution d'équations aux dérivées partielles
 - Filtrage et traitement du signal
 - Extension aux mesures vectorielles et distributions sur $\mathbb{R}^n$
3. **Exercices et illustrations**
 - Exercices guidés pour chaque section
 - Résolution détaillée et explications
 - Astuces pour manipuler les distributions et les convolutions