

Sommaire

1. Introduction

- Présentation générale de l'algèbre générale
- Objectifs du livre et méthode de travail
- Conseils pour réussir en M.P. et Math.-Sup.
- Structure du livre et organisation des chapitres

2. Partie I : Structures algébriques de base

- **Chapitre 1 : Ensembles et opérations**
 - Définition d'un ensemble et des opérations élémentaires
 - Propriétés des ensembles : commutativité, associativité, identité, inversibilité
- **Chapitre 2 : Groupes**
 - Définition d'un groupe et exemples classiques
 - Sous-groupes, groupes abéliens
 - Théorème de Lagrange et applications
- **Chapitre 3 : Anneaux**
 - Définition d'un anneau et exemples
 - Propriétés des anneaux : addition et multiplication
 - Anneaux commutatifs et unités
- **Chapitre 4 : Corps**
 - Définition d'un corps et propriétés fondamentales
 - Corps finis, corps de fractions
 - Corps de nombres, applications aux polynômes

3. Partie II : Polygones et systèmes d'équations

- **Chapitre 1 : Polynômes**
 - Opérations sur les polynômes
 - Divisibilité des polynômes : théorème de division
 - Racines et facteurs des polynômes
- **Chapitre 2 : Systèmes d'équations linéaires**
 - Résolution de systèmes linéaires
 - Matrices associées aux systèmes
 - Méthode de Gauss et systèmes compatibles
- **Chapitre 3 : Espaces vectoriels**
 - Définition d'un espace vectoriel
 - Base et dimension d'un espace vectoriel
 - Applications linéaires et matrices

4. Partie III : Théorie des matrices

- **Chapitre 1 : Matrices et opérations**
 - Multiplication, addition et inversion des matrices
 - Matrices carrées, identité, inverses
- **Chapitre 2 : Déterminants**
 - Définition et propriétés des déterminants
 - Calcul des déterminants 2×2 et 3×3
 - Théorème de Laplace et applications
- **Chapitre 3 : Diagonalisation des matrices**
 - Diagonalisation et valeur propre
 - Autovecteurs et applications
 - Théorème de Cayley-Hamilton

5. Partie IV : Théorie de la représentation des groupes

- **Chapitre 1 : Représentations de groupes**
 - Notion de représentation d'un groupe
 - Représentation irréductible
 - Classification des représentations
- **Chapitre 2 : Applications des représentations**
 - Applications en physique et en chimie
 - Groupes de symétrie et applications géométriques
- 6. **Partie V : Extensions et compléments**
 - **Chapitre 1 : Extensions de corps**
 - Extension d'un corps : définition et exemples
 - Corps finis et leur construction
 - Applications à la géométrie algébrique
 - **Chapitre 2 : Théorie des idéaux**
 - Définition d'idéal et propriétés
 - Idéaux premiers et maximaux
 - Applications à la factorisation dans les anneaux
- 7. **Partie VI : Exercices et problèmes corrigés**
 - **Chapitre 1 : Exercices sur les groupes et les anneaux**
 - Problèmes de définition et démonstration
 - Exercices sur les applications linéaires et les matrices
 - **Chapitre 2 : Exercices sur les polynômes et systèmes d'équations**
 - Résolution de systèmes complexes
 - Exercices de factorisation et racines des polynômes
 - **Chapitre 3 : Exercices avancés et concours**
 - Problèmes issus des concours d'entrée aux grandes écoles
 - Exercices avec corrections détaillées et astuces méthodologiques
- 8. **Conclusion**
 - Récapitulatif des principaux résultats de l'algèbre générale
 - Perspectives pour les cours suivants en mathématiques (algèbre avancée, analyse, etc.)
 - Conseils pour la préparation aux concours et examens
- 9. **Annexes**
 - Formules utiles et tableaux récapitulatifs
 - Liste des propriétés clés des structures algébriques
 - Bibliographie et ressources supplémentaires pour approfondir les connaissances