

# Sommaire

- 1. Partie 1 : Introduction à l'algèbre moderne**
- 2. Qu'est-ce que l'algèbre moderne ?**
  - a. Histoire et évolution de l'algèbre
  - b. Notions fondamentales en algèbre
- 3. Structures algébriques de base**
  - a. Ensembles, opérations et relations
  - b. Notion de groupe, anneau, corps
- 4. Partie 2 : Les ensembles et les opérations**
- 5. Ensembles et leurs propriétés**
  - a. Types d'ensembles (finis, infinis, etc.)
  - b. Opérations sur les ensembles (union, intersection, différence)
  - c. Applications et relations entre ensembles
- 6. Les relations et les fonctions**
  - a. Définitions de relation et fonction
  - b. Fonction bijective, injective, surjective
  - c. Compositions et inverses de fonctions
- 7. Partie 3 : Les structures algébriques fondamentales**
- 8. Les groupes**
  - a. Définition et propriétés des groupes
  - b. Groupes abéliens et non abéliens
  - c. Sous-groupes, ordres des éléments
- 9. Les anneaux**
  - a. Définition et propriétés des anneaux
  - b. Anneaux commutatifs et non commutatifs
  - c. Idéaux et quotient d'anneaux
- 10. Les corps**
  - a. Définition et propriétés des corps
  - b. Corps commutatifs et non commutatifs
  - c. Extensions de corps et sous-corps
- 11. Modules et espaces vectoriels**
  - a. Définition et propriétés des modules
  - b. Espaces vectoriels : bases, dimension, sous-espaces
  - c. Applications linéaires et matrices
- 12. Partie 4 : Les polynômes et les équations**
- 13. Les polynômes**
  - a. Définition et propriétés des polynômes
  - b. Opérations sur les polynômes (addition, multiplication, division)
  - c. Théorème du reste et de la division euclidienne
- 14. Équations polynomiales**
  - a. Résolution d'équations polynomiales du premier et du second degré
  - b. Méthodes de résolution des équations du troisième et du quatrième degré
  - c. Théorème fondamental de l'algèbre
- 15. Racines et facteurs des polynômes**
  - a. Méthode de la recherche de racines
  - b. Factorisation des polynômes
  - c. Racines complexes et théorème de Gauss
- 16. Partie 5 : Les matrices et déterminants**
- 17. Les matrices**

- a. Définitions et types de matrices
  - b. Opérations sur les matrices (addition, multiplication, transposition)
  - c. Matrices inversibles et rang d'une matrice
- 18. Les déterminants**
- a. Définition et propriétés des déterminants
  - b. Calcul du déterminant d'une matrice
  - c. Applications des déterminants (résolution de systèmes linéaires)
- 19. Les systèmes d'équations linéaires**
- a. Systèmes d'équations linéaires : définition et résolution
  - b. Méthodes de résolution : substitution, matrice inverse, méthode de Cramer
- 20. Partie 6 : Théorie des groupes et des anneaux**
- 21. Groupes finis et infinis**
- a. Ordre d'un groupe et de ses éléments
  - b. Groupes symétriques, groupes cycliques, groupes abéliens
  - c. Théorèmes de Lagrange et applications
- 22. Anneaux et idéaux**
- a. Idéaux et quotients d'anneaux
  - b. Anneaux intègres et anneaux de polynômes
  - c. Critères de divisibilité et théorème des éléments primitifs
- 23. Partie 7 : Applications avancées de l'algèbre moderne**
- 24. Applications des groupes et anneaux**
- a. Applications en cryptographie
  - b. Applications en géométrie et théorie des codes
- 25. Applications des espaces vectoriels**
- a. Applications dans les systèmes dynamiques
  - b. Algèbre linéaire numérique et computationnelle
- 26. Partie 8 : Exercices résolus**
- 27. Exercices d'algèbre de base**
- a. Résolution de systèmes d'équations linéaires
  - b. Résolution d'équations polynomiales
  - c. Exercices sur les propriétés des groupes, anneaux et corps
- 28. Exercices sur les matrices et déterminants**
- a. Résolution de systèmes à l'aide des matrices
  - b. Calculs de déterminants et inverses de matrices
- 29. Exercices avancés**
- a. Exercices sur les structures algébriques avancées
  - b. Applications complexes des théories de groupes et d'anneaux
- 30. Problèmes d'application**
- a. Problèmes pratiques en cryptographie, théorie des codes et géométrie
- 31. Annexes**
- 32. Formulaire d'algèbre : tables des déterminants, matrices inverses
  - 33. Solutions détaillées des exercices
  - 34. Index des notations et des théorèmes