

Sommaire

1. **Introduction à l'algèbre**
 - Présentation générale du programme et de l'importance de l'algèbre en MP/MP*
 - Structure des chapitres et approche pédagogique
2. **Rappels sur les ensembles et les relations**
 - Ensembles et applications
 - Relations binaires et fonctions
 - Relations d'ordre et classes d'équivalence
3. **Les groupes**
 - Définition d'un groupe
 - Propriétés des groupes
 - Sous-groupes et théorème de Lagrange
 - Groupes abéliens et non-abéliens
 - Applications des groupes en géométrie et en physique
4. **Les anneaux**
 - Définition et propriétés des anneaux
 - Anneaux commutatifs et non commutatifs
 - Anneaux de polynômes
 - Idéaux et quotient d'un anneau
 - Applications des anneaux en algèbre linéaire
5. **Les corps**
 - Corps et extensions de corps
 - Propriétés fondamentales des corps
 - Corps finis
 - Corps de fractions et corps de nombres
 - Application des corps à la résolution d'équations algébriques
6. **Matrices et systèmes linéaires**
 - Matrices et déterminants
 - Résolution de systèmes linéaires
 - Rangs de matrices
 - Théorème de Rouché-Frobenius et applications
 - Inversibilité et matrices particulières (orthogonales, symétriques)
7. **Polynômes**
 - Polynômes et division euclidienne
 - Racines d'un polynôme : théorème de d'Alembert et de Gauss
 - Théorème de Galois
 - Applications en géométrie et arithmétique
8. **Espaces vectoriels et bases**
 - Espaces vectoriels et sous-espaces
 - Dimension et bases
 - Applications linéaires
 - Diagonalisation et matrices de passage
 - Endomorphismes et automorphismes
9. **Applications de l'algèbre**
 - Applications géométriques : transformations linéaires, matrices de rotations
 - Applications à la physique : symétrie, invariance
 - Applications à la cryptographie : théorie des groupes et des corps finis
10. **Exercices corrigés**
 - Exercices d'application sur chaque chapitre
 - Solutions détaillées et explications des méthodes de résolution
 - Problèmes typiques des concours (agreg, ENS, Polytechnique)
11. **Annexes**
 - Tables utiles : propriétés des groupes, anneaux et corps
 - Notations importantes
 - Méthodes de calcul pour les exercices
12. **Conclusion et perspectives**
 - Récapitulatif des points clés de l'algèbre en 2e année
 - Liens avec d'autres branches des mathématiques (topologie, géométrie algébrique)
 - Préparation aux concours et applications en physique/mathématiques appliquées