

Sommaire

1. **Introduction à la topologie**
 - Qu'est-ce que la topologie ?
 - Historique et développement de la topologie
 - Les grandes branches de la topologie : topologie générale, topologie algébrique, topologie différentielle
 - Objectifs et applications de la topologie
2. **Chapitre 1 : Espaces topologiques**
 - Définition d'un espace topologique
 - Ensembles ouverts et fermés
 - Topologies classiques : topologie discrète, topologie de la droite réelle, topologie de Zariski
 - Bases et sous-bases d'une topologie
 - Espaces topologiques générés par une base
 - Exemples d'espaces topologiques
 - Applications continues et leur relation avec les espaces topologiques
3. **Chapitre 2 : Convergence et continuité**
 - Convergence des suites et des filtres
 - Propriétés de la convergence dans un espace topologique
 - Définition et exemples de fonctions continues
 - Propriétés des fonctions continues
 - Théorème de la compacité et théorème de Heine-Borel
 - Convergence dans les espaces métriques vs espaces topologiques généraux
4. **Chapitre 3 : Compacité et connexité**
 - Définition de la compacité
 - Propriétés des espaces compacts
 - Le théorème de Tychonoff : compacité et produit de topologies
 - Connexité d'un espace topologique
 - Espaces connexes et séparables
 - Caractérisation de la connexité par les ensembles ouverts
 - Espaces parfaits et connexité pathologique
5. **Chapitre 4 : Espaces métriques**
 - Définition d'un espace métrique
 - Convergence et continuité dans les espaces métriques
 - Topologie induite par une métrique
 - Compacité dans les espaces métriques : théorème de Bolzano-Weierstrass
 - Espaces complets et propriétés des espaces de Banach
 - Convergence uniforme et théorème de Cauchy
6. **Chapitre 5 : Espaces séparés et conditions de séparation**
 - Espaces T_0 , T_1 , T_2 (Hausdorff)
 - Propriétés des espaces séparés
 - Le théorème de Urysohn : espaces normaux et condition de séparation
 - Espaces de Hausdorff et continuité
 - Espaces métriques et conditions de séparation
7. **Chapitre 6 : Homéomorphismes et topologie des surfaces**
 - Définition et propriétés des homéomorphismes
 - Caractérisation des espaces topologiques par les homéomorphismes
 - Topologie des surfaces : sphère, tore, plans
 - Classification des surfaces : surfaces orientables et non orientables
 - Applications de la topologie dans la géométrie des surfaces
8. **Chapitre 7 : Topologie algébrique**
 - Introduction à la topologie algébrique
 - Groupes fondamentaux : définition et exemples
 - Espaces contractiles et invariants topologiques
 - Homotopie et homologie
 - Théorème de Brouwer et applications
 - Applications de la topologie algébrique dans l'étude des espaces de dimensions infinies
9. **Chapitre 8 : Applications de la topologie**
 - Applications de la topologie en géométrie différentielle
 - Applications aux équations différentielles et systèmes dynamiques
 - La topologie dans les espaces fonctionnels et les espaces de Banach
 - Topologie et analyse : théorèmes de la fonction implicite et de la fonction inverse
 - Topologie et physique : applications en théorie des champs, en mécanique quantique
10. **Chapitre 9 : Théorèmes classiques de topologie**
 - Le théorème de Banach-Tarski
 - Le théorème de Baire
 - Le théorème de la projection
 - Le théorème de Tychonoff
 - Le théorème de la compacité dans les espaces métriques
 - Théorème de l'extrémum
11. **Annexes**
 - Rappels de théorie des ensembles
 - Tableaux de topologies classiques
 - Théorèmes et résultats fondamentaux de topologie
12. **Index des notations et des théorèmes**
 - Index des concepts et définitions clés
 - Index des théorèmes et résultats majeurs du cours

