

Sommaire

1. Introduction à l'intégration

- Définition de l'intégrale
- Lien entre dérivées et intégrales
- Notation de l'intégrale (notation de Riemann, intégrale indéfinie et définie)
- Les règles de base de l'intégration**
- L'intégrale de fonctions simples
- Propriétés fondamentales de l'intégrale (linéarité, additivité)
- Méthodes d'intégration par substitution
- Intégration par parties
- Techniques d'intégration**
- Intégration des fonctions rationnelles (division polynomiale, fraction partielle)
- Intégration des fonctions trigonométriques
- Intégration des racines carrées et des exponentielles
- Méthodes de substitution trigonométriques et hyperboliques
- Intégration par changement de variable
- Applications de l'intégration**
- Calcul de l'aire sous une courbe
- Calcul du volume de solides de révolution (méthodes des disques et des cylindres)
- Application aux problèmes de travail et d'énergie en physique
- Calcul des longueurs d'arc et des surfaces
- Intégrales impropres**
- Définitions des intégrales impropres
- Convergence et divergence des intégrales impropres
- Application aux fonctions asymptotiques
- Séries et intégrales**
- Séries de Taylor et séries de Fourier
- Intégration des séries
- Convergence des séries intégrées
- Utilisation des séries pour l'intégration
- Intégration en plusieurs variables**
- Intégrales doubles et triples
- Applications géométriques et physiques des intégrales multiples
- Changements de variables (coordonnées polaires, cylindriques, sphériques)
- Théorème de Fubini
- Théorèmes fondamentaux de l'intégration**
- Théorème fondamental du calcul intégral (relation entre dérivée et intégrale)
- Intégrales de contour et théorème de Cauchy
- Théorème de Green, Stokes et Gauss
- Méthodes numériques d'intégration**
- Méthodes de quadrature (méthode des trapèzes, méthode de Simpson)
- Méthodes de Monte Carlo pour les intégrales multiples
- Erreurs associées aux méthodes d'intégration numérique
- Applications avancées et sujets spéciaux**
- Calcul des centres de masse et moments d'inertie
- Applications en électromagnétisme et fluides
- Intégration dans des contextes de probabilités et statistiques **Conclusion et perspectives**
- Récapitulation des principales techniques d'intégration
- Applications dans divers domaines scientifiques et ingénierie
- Direction vers l'intégration dans des espaces plus complexes (fonctionnelles, etc.)