

Sommaire

1. **Introduction**
 - Objectifs du cours et de l'ouvrage
 - Importance des structures algébriques en mathématiques
 - Aperçu des chapitres et des concepts abordés
2. **Chapitre 1 : Groupes**
 - Définition d'un groupe
 - Propriétés des groupes : associativité, élément neutre, inverse
 - Groupes abéliens et non abéliens
 - Exemples de groupes : groupes symétriques, groupes de permutations, groupes cycliques
 - Sous-groupes et critères de normalité
 - Homomorphismes et isomorphismes de groupes
 - L'algèbre des groupes : produits directs et extensions
 - Théorème de Lagrange et applications
 - Théorème de Cauchy pour les groupes finis
 - Exercices et applications des groupes
3. **Chapitre 2 : Anneaux**
 - Définition d'un anneau
 - Propriétés des anneaux : commutativité, distributivité
 - Idéaux et quotients d'anneaux
 - Anneaux commutatifs et non commutatifs
 - Corps et anneaux intègres
 - Anneaux de polynômes et d'entiers
 - Homomorphismes d'anneaux et isomorphismes
 - Anneaux factoriels et euclidiens
 - Applications des anneaux dans les systèmes de nombres
 - Exercices corrigés sur les anneaux
4. **Chapitre 3 : Corps**
 - Définition d'un corps
 - Propriétés des corps : addition, multiplication, inverse
 - Corps finis et corps infinis
 - Corps de fractions et extensions de corps
 - Corps et géométrie algébrique
 - Corps de Galois et applications
 - Construction de corps finis et applications cryptographiques
 - Corps algébriques et extensions algébriques
 - Théorème de Lagrange pour les corps finis
 - Exercices pratiques sur les corps
5. **Chapitre 4 : Modules**
 - Définition d'un module
 - Propriétés des modules : axiomes et exemples
 - Modules sur des anneaux commutatifs
 - Sous-modules et quotient de modules
 - Homomorphismes de modules et isomorphismes
 - Théorie des modules libres
 - Modules projectifs et injectifs
 - Modules simples et composés
 - Les modules sur les anneaux non commutatifs
 - Applications des modules en géométrie et en topologie
 - Exercices sur les modules
6. **Chapitre 5 : Homomorphismes et structures linéaires**
 - Définitions et propriétés des homomorphismes
 - Applications linéaires et matrices
 - Homomorphismes de groupes et d'anneaux
 - Kernels et images des homomorphismes
 - Théorème de la structure des groupes finis
 - Théorème de la classification des corps finis
 - Applications en algèbre linéaire
7. **Chapitre 6 : Applications et théorèmes avancés**
 - Le théorème de Cayley et applications
 - Les théorèmes de Sylow
 - Théorème de Jordan-Hölder
 - Théorie des modules projectifs et injectifs
 - Extensions de Galois et leurs applications
 - Applications de la théorie des groupes et des anneaux en cryptographie et en géométrie

1. **Chapitre 7 : Introduction à la théorie des représentations**
 - a. Représentations de groupes
 - b. Représentations de corps et modules
 - c. Applications des représentations dans la physique et la combinatoire
2. **Annexes**
 - a. Rappels de bases en logique et en théorie des ensembles
 - b. Tables de calcul pour les groupes finis et les corps
 - c. Bibliographie et ressources supplémentaires
3. **Index des termes et théorèmes**
4. Index des définitions et théorèmes majeurs du cours
5. Index des exercices et exemples

