

SOMMAIRE

1. Suites et séries

- I. Suites numériques
- Exercices
- II. Séries numériques
- III. Produits infinis
- IV. Suites de fonctions
- V. Séries de fonctions
- VI. Produits infinis de suites de fonctions
- Exercices

2. Espaces métriques

- I. Définitions
- II. Espaces métriques complets
 - Définition et exemples
 - Propriétés
 - Théorème des fermés emboîtés
 - Théorème des parties enchaînées
 - Application au théorème de Cauchy-Lipschitz
 - Théorème de Baire
 - Fonctions de première classe de Baire
 - Théorème de Banach-Steinhaus
- III. Espaces métriques compacts
 - Définition et exemples
 - Applications continues sur un espace métrique compact
 - Propriété de Borel-Lebesgue
 - Ensembles équicontinus
 - Théorème d'Ascoli
 - Théorème de Cauchy-Arzelà
- IV. Connexité
- V. Activités
- Exercices
- Solutions

3. Fonctions polynomiales

- I. Approximation des fonctions continues par des fonctions polynômes
- II. Meilleure approximation
- III. Fonctions polynômes prenant des valeurs entières
- IV. Fonctions polynômes positives sur un intervalle
- V. Interpolation de Lagrange
- VI. Interpolation polynomiale par morceaux
- VII. Polynômes orthogonaux
- Exercices

4. Fonctions de référence

- I. Fonctions monotones
- II. Fonctions dérivables
- III. La fonction exponentielle
- IV. Fonctions convexes

5. Séries entières, fonctions analytiques

- I. Compléments sur les séries entières
- II. Fonctions analytiques
- III. Exemples de fonctions analytiques
 - Fonctions complètement convexes
 - Fonctions absolument monotones
 - Fonctions totalement monotones
 - Fonctions complètement monotones
 - Fonctions de Grüss ; G-fonctions
- IV. Fonctions analytiques d'une variable complexe

6. Fonctions quasi-analytiques

- I. Propriétés élémentaires des suites de A
- II. Exemples
- III. Classe quasi-analytique
 - Condition nécessaire de quasi-analyticité
 - Condition suffisante de quasi-analyticité
 - Formule de Bang
 - Condition nécessaire et suffisante de quasi-analyticité
 - Théorème de Denjoy-Carleman

7. Intégration

- I. Primitives de fonctions continues
- II. Intégrale de Riemann
- III. Primitives et intégrales
- IV. Intégrale de Lebesgue
- V. Intégration numérique
- VI. Intégrale de Lebesgue dans l'espace $\mathbb{R}^m$
- Exercices
- Activités

8. Fonctions à variation bornée

- I. Exemples et structure algébrique
- II. Fonctions à variation bornée et restriction
- III. Caractérisation des fonctions réelles
- IV. Propriétés topologiques
- V. Théorème de Jordan
- Lemme de Hardy-Landau
- VI. Fonctions à variation bornée et dérivation

9. Convolution sur la droite

- I. Définitions, propriétés générales
- II. Convolution des fonctions
- III. Régularisation
- IV. Convolution des fonctions périodiques
- Exercices

10. Séries de Fourier

- I. Introduction aux séries de Fourier
- II. Coefficients de Fourier
- III. Convergence des séries de Fourier
- IV. À propos des opérateurs de Fourier
- V. L'algèbre A
- Exercices
- Applications et exercices sur les séries de Fourier

11. Fonctions presque-périodiques

- I. Définition et caractérisations
- II. Moyenne d'une fonction presque-périodique
- III. Propriétés de la forme linéaire M
- IV. Coefficients de Fourier-Bohr
- V. Fonction de corrélation. Produit de convolution
- VI. Transformation de Fourier-Bohr
- Exercices

12. Transformation de Fourier

- I. Propriétés élémentaires
- II. La cotransformation de Fourier
- III. Espace de Schwartz
- Exercices
- Spectre de F
- Formule de Poisson
- Noyau de Fejér
- Injectivité de la transformée de Fourier

Index