

# Table des matières

<b>Table des matières</b>	<b>1</b>
<b>Table des figures</b>	<b>5</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>7</b>
<b>1 Introduction à l'arithmétique flottante</b>	<b>11</b>
1.1 Les chiffres significatifs . . . . .	12
1.2 Représentation en virgule flottante . . . . .	12
1.3 Sources d'erreurs dans le calcul numérique . . . . .	14
1.4 Calcul d'erreur et notions de précision . . . . .	14
1.5 Incertitude des erreurs . . . . .	15
1.5.1 Règles des calculs classiques d'incertitude . . . . .	16
1.6 Troncature, arrondissement et chiffres significatifs d'un nombre . . . . .	19
1.6.1 Règles d'arrondissement . . . . .	19
<b>2 Résolution des équations non linéaires</b>	<b>21</b>
2.1 Méthode de dichotomie . . . . .	21
2.1.1 Algorithme de la méthode de dichotomie . . . . .	22
2.1.2 Convergence de la méthode de dichotomie . . . . .	24
2.2 Méthode de la fausse position . . . . .	25
2.3 Méthode de Newton-Raphson . . . . .	26
2.3.1 Algorithme de la méthode de Newton . . . . .	26
2.3.2 Convergence de la méthode de Newton . . . . .	26
2.3.2.1 Critère de convergence de la méthode de Newton-Raphson . . . . .	26
2.4 Méthode du point fixe . . . . .	27
2.4.1 Convergence de la méthode du point fixe . . . . .	28
<b>3 Résolution des systèmes linéaires</b>	<b>29</b>
3.1 Système linéaire . . . . .	29
3.2 Notation matricielle . . . . .	29
3.3 Rappels d'algèbre linéaire . . . . .	31
3.3.1 Quelques matrices particulières . . . . .	31
3.3.2 Déterminant . . . . .	32
3.3.3 Trace d'une matrice . . . . .	33
3.3.4 Rayon spectral et vecteurs propres . . . . .	33
3.3.5 Normes vectorielles et normes matricielles . . . . .	33
3.4 Résolution d'un système triangulaire . . . . .	34

3.4.1	Propriétés des matrices triangulaires . . . . .	35
3.5	Résolution d'un système à matrice diagonale . . . . .	36
3.6	Système échelonné réduit . . . . .	37
3.7	Terminologie . . . . .	37
3.8	Résolution par la méthode de Gauss . . . . .	38
3.8.1	Coût de la méthode d'élimination de Gauss . . . . .	43
3.8.2	Stratégie de résolution dans le cas des pivots nuls . . . . .	44
3.9	Dérivées de la méthode de Gauss : Méthodes directes . . . . .	56
3.9.1	Factorisation <i>LU</i> . . . . .	56
3.9.1.1	Coût et intérêt de la méthode de Factorisation <i>LU</i> . . . . .	63
3.9.2	Méthode de Crout . . . . .	63
3.9.3	Méthode de Cholesky . . . . .	67
<b>4</b>	<b>Résolution des systèmes linéaires- Méthodes itératives</b>	<b>71</b>
4.1	Principe . . . . .	71
4.2	Convergence de la méthode itérative . . . . .	72
4.3	Décomposition de la matrice <i>A</i> . . . . .	73
4.4	Méthode de Jacobi . . . . .	74
4.4.1	Convergence et critère d'arrêt de la méthode de Jacobi . . . . .	75
4.5	Méthode de Gauss-Seidel . . . . .	79
4.5.1	Convergence de la méthode de Gauss-Seidel . . . . .	80
<b>5</b>	<b>Interpolation polynomiale</b>	<b>85</b>
5.1	Principe de l'interpolation polynomiale . . . . .	86
5.2	Polynôme d'interpolation de Lagrange . . . . .	87
5.3	Méthode d'interpolation de Newton . . . . .	89
5.4	Étude de l'erreur d'interpolation . . . . .	94
5.5	Interpolation d'Hermite . . . . .	97
5.6	Approximation au sens de moindres carrés . . . . .	97
5.6.1	Approximation par des polynômes de degré <i>n</i> . . . . .	99
5.6.2	Droites de régression . . . . .	101
<b>6</b>	<b>Méthodes d'intégration numérique</b>	<b>107</b>
6.1	Les méthodes de Newton-Cotes simples . . . . .	109
6.1.1	Méthode des rectangles . . . . .	109
6.1.2	Méthode des Trapèzes . . . . .	112
6.1.3	Méthode de Simpson . . . . .	113
6.1.3.1	Méthodes d'ordre élevé . . . . .	114
6.2	Les méthodes de Newton-Cotes composites . . . . .	115
6.2.1	Méthode des rectangles . . . . .	115
6.2.2	Méthode des Trapèzes . . . . .	118
6.2.3	Méthode de Simpson . . . . .	119
6.3	Analyse de l'erreur dans les méthodes d'intégration . . . . .	123
6.4	Les méthodes de Gauss . . . . .	124
6.4.1	Méthode de Gauss-Legendre . . . . .	125

<b>7</b>	<b>Résolution des équations différentielles</b>	<b>131</b>
7.1	Solution générale d'une équation différentielle . . . . .	131
7.2	Problème de Cauchy . . . . .	131
7.3	Résolution explicite des équations différentielles . . . . .	132
7.3.1	Résolution des équations différentielles linéaires sans second membre de la forme $y'(t) = \lambda(t) y(t)$ . . . . .	132
7.3.2	Résolution des équations différentielles linéaires sans second membre de la forme $y'(t) + \lambda(t) y(t) = \gamma(t)$ . . . . .	136
7.4	Résolution numérique des équations différentielles . . . . .	141
7.4.1	Méthodes numériques à un pas . . . . .	142
7.4.1.1	Schéma d'Euler explicite et implicite . . . . .	142
7.4.1.2	Schéma du point milieu ou schéma de Lax-Wendroff . . . . .	143
7.4.1.3	Schéma d'Euler modifié . . . . .	144
7.4.1.4	Schéma de Cranck-Nicolson . . . . .	144
7.4.1.5	Schéma de Runge-kutta . . . . .	145
7.4.2	Étude des méthodes à un pas : Ordre, convergence, stabilité et consistance	146
7.4.2.1	Ordre de précision d'un schéma . . . . .	146
7.4.2.2	Convergence d'un schéma . . . . .	146
7.4.2.3	Stabilité et consistance d'un schéma . . . . .	147
7.4.3	Méthodes numériques multi-pas . . . . .	147
7.4.3.1	Schémas d'Adams-Bashforth . . . . .	147
7.4.3.2	Schémas d'Adams-Moulton . . . . .	148
7.4.3.3	Schémas prédicteur-correcteur . . . . .	149
7.5	Application 1 . . . . .	150
7.6	Application 2 . . . . .	161
<b>8</b>	<b>Recueil d'exercices</b>	<b>169</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>173</b>