

MATRICES ET OPÉRATEURS DE TOEPLITZ

Nikolaï Nikolski

Calvage et Mounet — Collection « Mathématiques en devenir »

ISBN : 978-2-916352-47-3

Édition : 2017

SOMMAIRE

I. INTRODUCTION À LA THÉORIE DES OPÉRATEURS DE TOEPLITZ

1. Origines et développement de la théorie

- Historique de la théorie de Toeplitz
- Les premières constructions
- Évolution de la théorie des opérateurs de Toeplitz et de Hankel

2. Les matrices de Toeplitz

- Définition et propriétés
- Exemples fondamentaux
- Propriétés algébriques

II. PRÉREQUIS ET THÉORIES ANTÉRIEURES

3. Espaces de Banach et espaces de Hilbert

- Espaces normés
- Espaces de Banach
- Espaces de Hilbert
- Opérateurs linéaires

4. Espaces de Hardy

- Fonctions analytiques
- Espaces de Hardy
- Propriétés fondamentales
- Opérateurs associés

5. Algèbres de Banach

- Définitions et propriétés
- Spectre
- Idéaux et homomorphismes
- Applications aux opérateurs

III. OPÉRATEURS DE TOEPLITZ ET DE HANKEL

6. Opérateurs de Toeplitz

- Définition
- Symboles
- Propriétés spectrales
- Exemples et applications

7. Opérateurs de Hankel

- Définition
- Relations avec les opérateurs de Toeplitz
- Propriétés fondamentales

IV. THÉORIE DE L'INDICE

8. Indice de Fredholm–Noether

- Opérateurs de Fredholm
- Indice
- Théorèmes fondamentaux
- Applications aux opérateurs de Toeplitz

9. Applications de la théorie de l'indice

- Calcul de l'indice
- Conditions de Fredholm
- Exemples

V. FACTORISATION ET ALGÈBRES D'OPÉRATEURS

10. Factorisation de Birkhoff–Wiener–Hopf

- Principe de factorisation

- Factorisation des symboles
- Applications aux opérateurs de Toeplitz

11. Classes BMO et VMO

- Fonctions à oscillation moyenne bornée
- Fonctions VMO
- Relations avec les opérateurs de Toeplitz

12. Poids de Muckenhoupt

- Définition des poids
- Propriétés
- Applications aux intégrales singulières

VI. MATRICES ET APPROXIMATIONS

13. Inversion par troncatures finies

- Troncatures des opérateurs
- Méthodes d'inversion
- Convergence

14. Matrices circulantes

- Définition
- Propriétés spectrales
- Approximation par matrices circulantes
- Applications numériques

15. Distribution asymptotique des spectres

- Valeurs propres
- Distribution spectrale
- Théorèmes asymptotiques
- Applications aux matrices de Toeplitz

VII. DÉTERMINANTS ET ASYMPTOTIQUES

16. Déterminants de Toeplitz

- Définition
- Propriétés
- Formules asymptotiques
- Applications

17. Asymptotiques des déterminants

- Résultats classiques
- Développements asymptotiques
- Applications

VIII. INTÉGRALES SINGULIÈRES ET APPLICATIONS

18. Intégrales singulières

- Opérateurs singuliers
- Propriétés
- Applications

19. Estimations à deux poids

- Théorie des poids
- Conditions de deux poids
- Applications aux opérateurs

IX. EXERCICES

- Exercices d'application
- Exercices théoriques
- Exercices résolus
- Problèmes complémentaires

Environ 155 exercices résolus sont signalés dans les notices bibliographiques de l'ouvrage.

X. APPENDICES

Appendice A — Rappels sur les espaces de Banach

Appendice B — Rappels sur les espaces de Hilbert

Appendice C — Rappels sur les espaces de Hardy

Appendice D — Rappels sur les algèbres de Banach

BIBLIOGRAPHIE

Références bibliographiques et historiques relatives à la théorie des opérateurs de Toeplitz, des opérateurs de Hankel, aux espaces de Hardy, aux algèbres de Banach et aux intégrales singulières.

Bibliographie : pp. 371–399 selon une notice bibliographique de l'édition.

INDEX

Index des notions, auteurs et résultats mathématiques.