

# Sommaire

## CHAPITRE I : RÉFÉRENTIELS, CINÉMATIQUE DU SOLIDE

<b>1.</b>	<b>Référentiels ; espace et temps</b> .....	<b>2</b>
1.1	Événement.....	2
1.2	Espace de référence lié à un solide.....	2
1.3	Temps défini par une horloge.....	3
1.4	Référentiels.....	3
1.5	Le principe de relativité de Galilée.....	4
1.6	Les limites de la mécanique newtonienne.....	6
<b>2.</b>	<b>Cinématique du solide</b> .....	<b>9</b>
2.1	Champ des vitesses d'un solide.....	9
2.1.1	<i>Vecteur rotation et équiprojectivité du champ des vitesses</i> .....	9
2.1.2	<i>Outils mathématiques : champ de moments, torseurs</i> .....	10
2.1.3	<i>Mouvements particuliers du solide</i> .....	13
2.1.4	<i>Théorème de superposition des vecteurs rotation</i> .....	14
2.2	Changement de référentiel.....	15
2.2.1	<i>Dérivation temporelle d'un vecteur dans un référentiel et dans un autre</i> .....	15
2.2.2	<i>Composition des vecteurs rotation d'un solide</i> .....	16
2.2.3	<i>Application au calcul de l'accélération d'un point en cylindriques</i> .....	17
2.2.4	<i>Rappel de cinématique du point ; composition des vitesses et accélérations</i> .....	17
2.3	Contact ponctuel de deux solides. Vitesse de glissement.....	18

## CHAPITRE II : CINÉTIQUE

<b>1.</b>	<b>Notion de milieu continu</b> .....	<b>26</b>
1.1	Hypothèse de continuité.....	26
1.2	Validité de l'hypothèse de continuité.....	27
<b>2.</b>	<b>Propriétés et définitions valables pour tout système fermé</b> .....	<b>27</b>
2.1	Définitions du centre de masse et du référentiel propre.....	28
2.1.1	<i>Centre de masse pour un ensemble discret de points matériels</i> .....	28
2.1.2	<i>Centre de masse pour une portion de milieu continu</i> .....	28
2.1.3	<i>Référentiel propre d'un système matériel fermé</i> .....	29
2.1.4	<i>Point matériel G</i> .....	29
2.2	Quantités de mouvement et d'accélération d'une portion de milieu continu.....	30
2.2.1	<i>Quantité de mouvement (ou résultante cinétique) d'un système fermé</i> .....	30
2.2.2	<i>Quantité d'accélération (ou résultante dynamique) d'un système fermé</i> .....	31
2.2.3	<i>Relation entre quantités de mouvement et d'accélération d'un système fermé</i> .....	31

## VIII Mécanique des solides et des fluides

2.3	Moment cinétique d'une portion de milieu continu .....	32
2.3.1	<i>Moment cinétique par rapport à un point</i> .....	32
2.3.2	<i>Moment cinétique par rapport à un axe</i> .....	33
2.4	Énergie cinétique .....	33
2.5	Les théorèmes de Kœnig pour un système fermé .....	33
2.5.1	<i>Théorème de Kœnig pour le moment cinétique</i> .....	33
2.5.2	<i>Théorème de Kœnig pour l'énergie cinétique</i> .....	34
3.	<b>Cinétique du solide</b> .....	35
3.1	Moment cinétique d'un solide mobile autour d'un point fixe O .....	35
3.1.1	<i>Moment cinétique par rapport à l'axe instantané de rotation</i> .....	37
3.1.2	<i>Axes principaux d'inertie relatifs à un point O d'un solide</i> .....	37
3.2	Énergie cinétique d'un solide mobile autour de O fixe .....	39
3.3	Opérateur et matrice d'inertie relatifs à un point O d'un solide .....	39
3.3.1	<i>Opérateur et matrice d'inertie</i> .....	40
3.3.2	<i>Moment d'inertie</i> .....	41
3.3.3	<i>Axes principaux d'inertie du solide en O</i> .....	41
3.3.4	<i>Exemples de calculs de moments d'inertie usuels</i> .....	42
3.3.5	<i>Le théorème d'Huygens</i> .....	44
3.4	Moment cinétique et énergie cinétique d'un solide (mouvement quelconque) .....	45

## CHAPITRE III : LES INTERACTIONS

1.	<b>Description des actions</b> .....	52
1.1	Les interactions fondamentales .....	52
1.1.1	<i>L'interaction de gravitation</i> .....	53
1.1.2	<i>L'interaction électromagnétique</i> .....	54
1.2	Actions extérieures et intérieures pour un système .....	55
1.3	Description des actions extérieures sur un élément matériel .....	55
1.3.1	<i>Les actions dues aux champs</i> .....	55
1.3.2	<i>Les actions de contact</i> .....	56
1.4	Rudiments de la théorie de l'élasticité .....	59
2.	<b>Liaisons et actions de contacts entre deux solides</b> .....	61
2.1	Contact ponctuel entre deux solides .....	63
2.2	Contact non ponctuel entre deux solides .....	65
2.2.1	<i>Liaison pivot (ou rotoïde)</i> .....	65
2.2.2	<i>Liaison rotule</i> .....	66
2.2.3	<i>Liaison glissière</i> .....	67
3.	<b>Description des actions extérieures sur un système matériel</b> .....	67

## CHAPITRE IV : LES LOIS FONDAMENTALES DE LA DYNAMIQUE

1.	<b>Les lois fondamentales de la dynamique</b> .....	70
1.1	Théorème de la quantité de mouvement (ou de la résultante cinétique) .....	70
1.2	Théorème du moment cinétique (en O fixe dans un référentiel galiléen) .....	70
1.3	Remarque : formulation torsorielle .....	70
2.	<b>Les théorèmes généraux</b> .....	71
2.1	Théorème du mouvement du centre d'inertie .....	71
2.2	Théorème du moment cinétique propre (barycentrique) .....	72
2.3	Théorème du moment cinétique par rapport à un axe .....	73
2.4	Théorèmes de la résultante dynamique et du moment dynamique .....	73
2.5	Théorème de l'action et de la réaction .....	75
2.5.1	<i>Énoncé et démonstration</i> .....	75
2.5.2	<i>Application</i> .....	76

- 2.5.3 *Les limitations du théorème de l'action et de la réaction*..... 77
- 3. **L'invariance galiléenne des forces d'interaction** ..... 78
  - 3.1 Énoncé et démonstration ..... 78
  - 3.2 Limitations ..... 79
- 4. **Lois de la dynamique dans un référentiel non galiléen** ..... 80
  - 4.1 Théorème de la résultante dynamique ..... 80
  - 4.2 Théorème du moment dynamique ..... 81
  - 4.3 Lois de la dynamique dans un référentiel non galiléen ..... 81
  - 4.4 Réduction du système des forces d'inertie ..... 82
  - 4.5 Les forces de pesanteur terrestre ..... 83
    - 4.5.1 *Le champ de pesanteur terrestre* ..... 83
    - 4.5.2 *Réduction des forces de pesanteur, poids* ..... 84
- 5. **Choix du référentiel** ..... 84

**CHAPITRE V : APPLICATIONS DIRECTES DES LOIS DE LA DYNAMIQUE**

- 1. **Recherche d'un référentiel galiléen, référentiel de Copernic** ..... 86
  - 1.1 Le problème de la recherche d'un référentiel galiléen ..... 86
  - 1.2 Le référentiel de Copernic..... 87
- 2. **Mouvement de la Terre dans le référentiel de Copernic**..... 88
  - 2.1 Théorème de la quantité de mouvement appliqué à la Terre dans (RC) ..... 89
  - 2.2 Théorème du moment cinétique appliqué à la Terre en C dans (RC) ..... 90
  - 2.3 Choix d'un référentiel considéré comme galiléen..... 91
- 3. **Le référentiel terrestre**..... 92
- 4. **Étude des petits mouvements d'une corde homogène tendue**..... 95
  - 4.1 Tension d'une corde ..... 95
  - 4.2 Étude des petits mouvements transversaux plans d'une corde sans raideur ..... 96
- 5. **Étude d'un effet rétro** ..... 97
- 6. **Étude dans le référentiel terrestre d'une machine d'Atwood**..... 101
- 7. **Quelques exemples de mouvements de précession**..... 105
  - 7.1 Précession régulière de la toupie symétrique rapide..... 105
  - 7.2 Précession d'un spin dans un champ magnétique ..... 107

**CHAPITRE VI : THÉORÈME DE L'ÉNERGIE CINÉTIQUE. ÉNERGIE MÉCANIQUE**

- 1. **Théorème de l'énergie cinétique (système de points matériels)**..... 128
  - 1.1 L'énoncé..... 128
  - 1.2 Puissance de forces appliquées à un ensemble solide de points matériels ..... 128
  - 1.3 Théorème de l'énergie cinétique pour un système solide de points matériels..... 130
- 2. **Théorème de l'énergie cinétique et milieu continu déformable**..... 130
- 3. **Théorème de l'énergie cinétique (solides indéformables)** ..... 133
  - 3.1 Cas d'un solide..... 133
  - 3.2 Système formé de plusieurs solides ..... 136
    - 3.2.1 *Puissance des forces de contact entre deux solides*..... 136
      - 3.2.1.1 Contact ponctuel entre deux solides ..... 136
      - 3.2.1.2 Contact non ponctuel entre deux solides ..... 137
    - 3.2.1.3 Liaison parfaite ..... 137
    - 3.2.2 *Théorème de l'énergie cinétique pour un ensemble de solides* ..... 138

3.2.3	<i>Énergie mécanique et les conditions de sa conservation</i> .....	139
<b>4.</b>	<b>Énergie potentielle</b> .....	<b>140</b>
4.1	Forces dérivant d'une fonction énergie potentielle .....	140
4.2	Énergie potentielle d'un système de points matériels .....	140
4.2.1	<i>Définition</i> .....	140
4.2.2	<i>Expression de l'énergie potentielle</i> .....	141
4.2.2.1	Énergie potentielle de gravitation d'un ensemble de points matériels.....	142
4.2.2.2	Énergie d'interaction électrostatique d'un ensemble de charges ponctuelles.....	143
4.3	Système isolé de points matériels .....	144
4.3.1	<i>Énergie mécanique, sa conservation et l'écoulement uniforme du temps</i> .....	144
4.3.2	<i>Homogénéité et isotropie de l'espace attaché à un référentiel galiléen</i> .....	145
<b>5.</b>	<b>Potentiel extérieur ; énergie potentielle de pesanteur</b> .....	<b>146</b>
<b>6.</b>	<b>Système de solides et de ressorts</b> .....	<b>149</b>
6.1	Énergie potentielle d'un ressort .....	149
6.2	Énergie mécanique d'un système de solides et de ressorts, sa conservation.....	151
<b>7.</b>	<b>Conseils pour la résolution de problèmes</b> .....	<b>152</b>
<b>CHAPITRE VII : SOLIDE EN ROTATION AUTOUR D'UN AXE FIXE</b>		
<b>1.</b>	<b>Aspect général et importance de l'étude</b> .....	<b>164</b>
<b>2.</b>	<b>Pendule pesant</b> .....	<b>165</b>
<b>3.</b>	<b>Percussion sur un solide mobile autour d'un axe fixe</b> .....	<b>166</b>
<b>4.</b>	<b>Solide à vitesse angulaire constante, réactions d'axe</b> .....	<b>168</b>
<b>CHAPITRE VIII : OSCILLATEURS HARMONIQUES COUPLÉS</b>		
<b>1.</b>	<b>Deux oscillateurs linéaires couplés, non amortis, non excités</b> .....	<b>176</b>
1.1	Équations couplées du mouvement.....	176
1.2	Formation de la solution générale par superposition de modes propres .....	177
1.3	Résolution par découplage des équations .....	179
1.4	Résolution avec des conditions initiales particulières .....	179
<b>2.</b>	<b>Deux oscillateurs linéaires couplés, non amortis, excités</b> .....	<b>181</b>
<b>3.</b>	<b>Chaîne d'oscillateurs couplés</b> .....	<b>184</b>
3.1	Modes propres .....	184
3.2	Solution générale .....	186
3.3	Approximation des milieux continus .....	186
<b>CHAPITRE IX : ONDES ET PHÉNOMÈNES DE PROPAGATION</b>		
<b>1.</b>	<b>Ondes. Équations d'ondes</b> .....	<b>194</b>
1.1	Définitions d'une onde et de l'équation d'onde.....	194
1.2	L'équation classique des ondes.....	194
1.3	Autres équations d'ondes linéaires.....	196
<b>2.</b>	<b>Solutions de l'équation classique des ondes à une dimension</b> .....	<b>198</b>
2.1	Ondes progressives .....	198
2.2	Formulation de la solution générale à l'aide d'ondes progressives.....	199
2.3	Ondes progressives harmoniques (sinusoïdales) .....	200
2.4	Théorème de Fourier .....	202
2.5	Solution générale formée à l'aide d'ondes progressives sinusoïdales .....	202

2.6	Ondes stationnaires .....	203
2.7	Formation de la solution générale par superposition d'ondes stationnaires .....	204
	<b>Étude des petits mouvements plans d'une corde tendue.....</b>	<b>205</b>
3.	Oscillations libres d'une corde fixée à ses extrémités. Modes propres.....	205
3.1	Corde de Melde excitée sinusoïdalement. Oscillations forcées. Résonances.....	207
3.2		
	<b>Équation d'onde linéaire à une dimension, dispersion.....</b>	<b>209</b>
4.	Équation d'onde de Klein-Gordon, exemple de dispersion .....	209
4.1	Dispersion et absorption .....	211
4.2	Paquet d'ondes à une dimension d'espace ; vitesse de groupe .....	212
4.3		
	<b>Ondes à trois dimensions d'espace.....</b>	<b>215</b>
5.	Onde plane, onde plane progressive harmonique.....	215
5.1	Solution générale de l'équation classique des ondes à trois dimensions .....	217
5.2		
	<b>Équation d'onde linéaire à trois dimensions.....</b>	<b>218</b>
6.	Paquet d'ondes à trois dimensions d'espace ; vitesse de groupe.....	218
6.1	Onde plane inhomogène, onde plane de diffusion thermique.....	218
6.2		

## CHAPITRE X : CINÉMATIQUE DES FLUIDES

	<b>Variables de Lagrange et variables d'Euler.....</b>	<b>228</b>
1.	Variables de Lagrange .....	228
1.1	Variables d'Euler .....	228
1.2		
	<b>Étude du champ des vitesses.....</b>	<b>230</b>
2.	Trajectoires et lignes de courant.....	230
2.1	Étude de la distribution locale des vitesses .....	231
2.2	<i>Vecteur tourbillon, matrice des taux de déformation .....</i>	<i>232</i>
2.2.1	<i>Dérivée particulaire du volume attaché à une particule fluide .....</i>	<i>233</i>
2.2.2	<i>Écoulements incompressibles. Écoulements incompressibles et homogènes.....</i>	<i>234</i>
2.2.3	<i>Champ des vecteurs tourbillons, lignes de vorticité .....</i>	<i>234</i>
2.2.4	<i>Écoulements rotationnels (tourbillonnaires), irrotationnels (ou potentiels) .....</i>	<i>236</i>
2.2.5		
	<b>Densités de courants, débits.....</b>	<b>239</b>
3.		
	<b>Conservation de la masse ; équation locale de sa conservation .....</b>	<b>241</b>
4.	Équation de continuité en variables d'Euler .....	241
4.1	Équation de continuité et tube de courant .....	243
4.2		

## CHAPITRE XI : NOTION DE DYNAMIQUE DES FLUIDES

	<b>Notion élémentaire de viscosité .....</b>	<b>250</b>
1.	Coefficients de viscosité, les fluides newtoniens.....	250
1.1	Gaz : pression, viscosité, conductivité thermique (modèle microscopique).....	253
1.2	<i>Pression .....</i>	<i>255</i>
1.2.1	<i>Viscosité.....</i>	<i>256</i>
1.2.2	<i>Conductivité thermique .....</i>	<i>257</i>
1.2.3	Quelques valeurs comparées des coefficients de transport.....	257
1.3	Première approche du nombre de Reynolds .....	258
1.4	Force de viscosité par unité de volume .....	259
1.5		
	<b>Équations de la dynamique des fluides.....</b>	<b>260</b>
2.	La relation fondamentale de la dynamique pour une particule fluide .....	261
2.1	L'écoulement parfait, l'équation d'Euler.....	262
2.2	Fluide newtonien incompressible, équation de Navier-Stokes.....	262
2.3		

**CHAPITRE XII : LES ÉCOULEMENTS PARFAITS**

<b>1.</b>	<b>Équation d'Euler. Forme intégrée de l'équation d'Euler .....</b>	<b>266</b>
1.1	Fluide parfait incompressible et homogène .....	266
1.2	Fluide barotrope .....	268
<b>2.</b>	<b>Mouvements permanents, théorème de Bernoulli .....</b>	<b>269</b>
2.1	Les différentes formes du théorème .....	269
2.2	Interprétation énergétique du théorème .....	270
2.3	Applications du théorème de Bernoulli .....	271
<b>3.</b>	<b>Écoulements irrotationnels incompressibles et homogènes .....</b>	<b>274</b>
3.1	Discussion sur les équations du champ des vitesses .....	274
3.2	Écoulement stationnaire autour d'un cylindre infiniment long .....	276
3.2.1	Étude d'une solution à circulation nulle .....	276
3.2.2	Solution avec circulation, effet Magnus .....	278
<b>4.</b>	<b>Écoulements tourbillonnaires incompressibles et homogènes .....</b>	<b>280</b>

**CHAPITRE XIII : FLUIDES NEWTONIENS VISQUEUX**

<b>1.</b>	<b>Les équations de l'écoulement laminaire incompressible .....</b>	<b>294</b>
1.1	Loi de similitude, le nombre de Reynolds .....	295
1.2	Interprétation physique du nombre de Reynolds .....	296
<b>2.</b>	<b>Étude phénoménologique des fluides .....</b>	<b>300</b>
2.1	Notion de couche limite .....	300
2.1.1	Couche limite laminaire .....	300
2.1.2	Couche limite turbulente .....	301
2.1.3	Décollement de la couche limite .....	302
2.2	Régimes d'écoulement autour d'un cylindre selon le nombre de Reynolds .....	303
2.3	Sphère dans un écoulement uniforme à l'infini .....	306
2.4	Applications pratiques .....	307
<b>3.</b>	<b>Étude de quelques écoulements visqueux .....</b>	<b>307</b>
3.1	Écoulement de Poiseuille .....	308
3.2	Écoulement de Couette plan .....	310

**CHAPITRE XIV : BILANS DYNAMIQUES ET THERMODYNAMIQUES**

<b>1.</b>	<b>Introduction .....</b>	<b>318</b>
<b>2.</b>	<b>Bilans de quantité de mouvement et d'énergie cinétique .....</b>	<b>319</b>
2.1	Mélange de deux courants fluides .....	319
2.2	Auget Pelton .....	321
2.3	Écoulements dans les canaux à l'air libre .....	324
<b>3.</b>	<b>Bilan de moment cinétique : le tourniquet .....</b>	<b>328</b>
<b>4.</b>	<b>Bilan thermodynamique : détente d'un gaz dans une tuyère .....</b>	<b>330</b>

**CHAPITRE XV : ONDES SONORES DANS LES FLUIDES**

<b>1.</b>	<b>Propagation par onde plane d'un ébranlement acoustique .....</b>	<b>336</b>
1.1	Les équations de la propagation .....	336
1.2	Vitesse (célérité) du son dans les fluides .....	339
<b>2.</b>	<b>Équations des ondes sonores (approximation acoustique) .....</b>	<b>341</b>

3.	<b>Aspects énergétiques .....</b>	<b>345</b>
3.1	L'exemple de l'onde plane, l'énergie acoustique, sa propagation.....	345
3.2	Énergie acoustique volumique et vecteur densité de courant.....	346
4.	<b>Ondes sonores planes progressives harmoniques .....</b>	<b>347</b>
5.	<b>Réflexion, transmission d'une OPPH sur une interface plane .....</b>	<b>352</b>
5.1	Les lois de la réflexion et de la réfraction .....	353
5.2	Coefficients de réflexion et transmission en amplitude (incidence normale) .....	354
5.3	Coefficients de réflexion et de transmission en énergie (incidence normale).....	355
6.	<b>Superposition onde incidente et réfléchie: onde stationnaire .....</b>	<b>356</b>
7.	<b>Ondes sonores dans les tuyaux .....</b>	<b>357</b>