

Invitation à l'algèbre : théorie des groupes, des anneaux, des corps et des modules

Auteur : Alain Jeanneret

Sommaire

Préface

Chapitre 1 — Groupes

- 1.1. Lois de composition
- 1.2. Groupes et sous-groupes
- 1.3. Groupes cycliques
- 1.4. Groupes de permutations
- 1.5. Morphismes de groupes
- 1.6. Sous-groupes distingués
- 1.7. Groupes quotients
- 1.8. Théorèmes d'isomorphisme
- 1.9. Actions de groupes

Chapitre 2 — Anneaux

- 2.1. Définitions et exemples
- 2.2. Sous-anneaux et morphismes
- 2.3. Idéaux
- 2.4. Anneaux quotients
- 2.5. Théorèmes d'isomorphisme
- 2.6. Anneaux intègres et corps
- 2.7. Divisibilité dans les anneaux
- 2.8. Anneaux euclidiens
- 2.9. Anneaux principaux et factoriels

Chapitre 3 — Polynômes

- 3.1. Anneaux de polynômes
- 3.2. Division euclidienne
- 3.3. Racines et facteurs
- 3.4. Polynômes irréductibles
- 3.5. Décomposition en facteurs irréductibles
- 3.6. Polynômes à plusieurs indéterminées

Chapitre 4 — Corps

- 4.1. Extensions de corps
- 4.2. Degré d'une extension
- 4.3. Extensions algébriques

- 4.4. Éléments algébriques et transcendants
- 4.5. Corps de rupture
- 4.6. Corps de décomposition
- 4.7. Extensions normales et séparables

Chapitre 5 — Théorie de Galois

- 5.1. Automorphismes d'un corps
- 5.2. Groupes de Galois
- 5.3. Correspondance de Galois
- 5.4. Extensions galoisiennes
- 5.5. Résolution des équations polynomiales
- 5.6. Applications de la théorie de Galois

Chapitre 6 — Modules

- 6.1. Définition et exemples
- 6.2. Sous-modules et modules quotients
- 6.3. Morphismes de modules
- 6.4. Modules libres
- 6.5. Modules de type fini
- 6.6. Sommes directes
- 6.7. Modules sur un anneau principal
- 6.8. Théorème de structure

Chapitre 7 — Applications et compléments

- 7.1. Modules et espaces vectoriels
- 7.2. Applications aux groupes abéliens
- 7.3. Formes normales de matrices
- 7.4. Applications à l'algèbre linéaire
- 7.5. Exercices et problèmes de synthèse

Bibliographie

Index