

Table des matières

Avant-propos	IX
1. Modèles mathématiques	1
1.1. Introduction	1
1.2. Problèmes elliptiques linéaires	6
1.3. Problèmes paraboliques linéaires	10
1.4. L'équation des ondes et les problèmes hyperboliques	10
Annexe. Terminologie	14
Bibliographie du chapitre 1.	15
2. La méthode des différences finies	17
2.1. Introduction	17
2.2. Les différences finies pour les problèmes elliptiques	17
2.2.1. En une dimension d'espace	18
2.2.2. En deux dimensions d'espace	25
2.2.3. Influence du traitement des conditions aux limites sur la précision globale du schéma	28
2.3. Les différences finies pour les problèmes hyperboliques	35
2.4. Les différences finies pour les problèmes paraboliques	49
2.5. Une méthode de différences finies pour la mécanique des fluides	56
Bibliographie du chapitre 2.	69
3. La méthode des éléments finis	71
3.1. Introduction	71
3.2. Approximation des fonctions en une dimension	72
3.3. Formulation variationnelle en une dimension	78
3.4. Approximation des fonctions en deux dimensions	85
3.5. Formulation variationnelle en deux dimensions	91
3.6. Mise en œuvre pratique de la méthode des éléments finis en 2D	97
3.6.1. Mise sous forme matricielle du problème discret	97
3.6.2. Assemblage des matrices élémentaires	98
3.6.3. Assemblage de la matrice de rigidité	100
3.6.4. Illustrations	103
Bibliographie du chapitre 3.	106
4. Algorithmes de résolution des systèmes linéaires	107
4.1. Introduction	107
4.2. Méthodes directes	108
4.2.1. Procédé d'élimination de Gauss	108
4.2.2. Factorisation LU d'une matrice	112
4.2.3. Factorisation de Cholewsky	114
4.3. Méthodes itératives I. Jacobi et Gauss-Seidel	115
4.4. Méthodes itératives II. Gradient et gradient conjugué	120
4.4.1. Méthodes du gradient à pas fixe et à pas optimal	120
4.4.2. La méthode du gradient conjugué	124
4.4.3. Préconditionnement de la méthode du gradient conjugué	128
Bibliographie du chapitre 4.	134
5. Modélisation numérique d'un problème de thermique	135
5.1. Introduction	135
5.2. Une hiérarchie de modèles	136
5.2.1. Un modèle fluide	136

5.2.2. Simplification de la modélisation fluide : obtention d'une équation unidimensionnelle	146
5.2.3. Comportement des solutions du problème unidimensionnel	146
5.3. Simulation numérique du problème unidimensionnel	146
5.3.1. Une famille de solutions analytiques	146
5.3.2. Une méthode de pas fractionnaires	146
5.3.3. Test de la méthode de pas fractionnaires	146
5.3.4. Simulation numérique du système relaxé	146
5.4. Conclusion	146
Bibliographie du chapitre 5.	146
6. Problèmes de valeurs propres et méthodes spectrales	
6.1. Introduction	146
6.2. Généralités mathématiques	146
6.2.1. Théorie spectrale des opérateurs elliptiques avec conditions aux limites homogènes de Dirichlet	146
6.2.2. Une méthode spectrale pour résoudre le problème de Dirichlet pour le Laplacien	146
6.2.3. Un phénomène de résonance	146
6.2.4. Illustrations numériques	146
6.2.5. Discussion	146
6.3. Calcul approché des modes propres d'un opérateur elliptique	146
6.3.1. Utilisation des différences finies	146
6.3.2. Formulation variationnelle des problèmes de valeurs propres	146
6.4. La méthode de la puissance inverse	146
6.4.1. Calcul de la valeur propre de plus petit module	146
6.4.2. Calcul des premières valeurs propres d'une matrice	146
6.4.3. Premiers modes propres du problème $Ae = \lambda Me$	146
6.5. Illustrations	146
6.6. Méthodes spectrales	146
6.6.1. Méthode des résidus pondérés	146
6.6.2. Utilisation des polynômes de Tchebycheff et de la transformation de Fourier rapide	146
6.6.3. Mise en œuvre de la méthode spectrale	146
6.6.4. Discussion	146
Bibliographie du chapitre 6.	146
7. Analyse d'erreur pour la méthode des éléments finis	
7.1. Introduction	146
7.2. Analyse d'erreur <i>a priori</i> en une dimension d'espace	146
7.3. Analyse d'erreur <i>a posteriori</i> en une dimension d'espace	146
7.4. Analyse de l'erreur en deux dimensions d'espace	146
7.4.1. Introduction	146
7.4.2. Estimations fondamentales	146
7.4.3. Analyse d'erreur <i>a priori</i> en deux dimensions d'espace au sens de la norme H_0^1	146
7.4.4. Analyse d'erreur <i>a priori</i> en deux dimensions d'espace au sens de la norme L^2	146
7.4.5. Erreur <i>a posteriori</i> au sens de la norme H_0^1	146
7.4.6. Erreur <i>a posteriori</i> au sens de la norme L^2	146
7.5. Preuve des résultats techniques	146
Bibliographie du chapitre 7.	146
Corrigé des exercices	146
Index	146