

## SOMMAIRE

|                                                           |     |
|-----------------------------------------------------------|-----|
| Préface .....                                             | V   |
| Chapitre 1 — L'anneau $\mathbb{Z}$ et ses quotients ..... | 1   |
| 1. Divisibilité .....                                     | 1   |
| 2. PGCD et algorithme d'Euclide .....                     | 7   |
| 3. Nombres premiers .....                                 | 15  |
| 4. Congruences .....                                      | 22  |
| 5. Anneaux quotient $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ .....        | 29  |
| Exercices .....                                           | 34  |
| Chapitre 2 — Anneaux principaux .....                     | 41  |
| 1. Définitions et exemples .....                          | 41  |
| 2. Idéaux principaux .....                                | 48  |
| 3. Divisibilité .....                                     | 54  |
| 4. PGCD et PPCM .....                                     | 61  |
| 5. Factorisation .....                                    | 69  |
| Exercices .....                                           | 76  |
| Chapitre 3 — Anneaux d'entiers quadratiques .....         | 83  |
| 1. Entiers quadratiques .....                             | 83  |
| 2. Norme et conjugaison .....                             | 90  |
| 3. Anneaux euclidiens .....                               | 97  |
| 4. Factorisation unique .....                             | 105 |
| Exercices .....                                           | 112 |
| Chapitre 4 — Généralités sur les anneaux .....            | 119 |
| 1. Anneaux et sous-anneaux .....                          | 119 |
| 2. Morphismes d'anneaux .....                             | 127 |
| 3. Idéaux .....                                           | 136 |
| 4. Anneaux quotient .....                                 | 145 |
| 5. Localisation .....                                     | 153 |
| Exercices .....                                           | 161 |
| Chapitre 5 — Anneaux d'entiers .....                      | 169 |
| 1. Corps de nombres .....                                 | 169 |
| 2. Entiers algébriques .....                              | 177 |
| 3. Norme et trace .....                                   | 186 |
| 4. Idéaux premiers .....                                  | 194 |

|                                                  |     |
|--------------------------------------------------|-----|
| Exercices .....                                  | 203 |
| Chapitre 6 — Arithmétique dans les anneaux ..... | 211 |
| 1. Anneaux factoriels .....                      | 211 |
| 2. Anneaux noethériens .....                     | 221 |
| 3. Anneaux intègres et normaux .....             | 232 |
| 4. Décomposition des idéaux .....                | 243 |
| Exercices .....                                  | 253 |
| Chapitre 7 — Polynômes .....                     | 261 |
| 1. Algèbres de polynômes .....                   | 261 |
| 2. Division euclidienne .....                    | 269 |
| 3. Racines et multiplicité .....                 | 278 |
| 4. Polynômes irréductibles .....                 | 288 |
| 5. Corps de décomposition .....                  | 298 |
| Exercices .....                                  | 307 |
| Chapitre 8 — Extensions de corps .....           | 315 |
| 1. Extensions algébriques .....                  | 315 |
| 2. Corps de rupture .....                        | 324 |
| 3. Extensions finies .....                       | 334 |
| 4. Extensions séparables .....                   | 344 |
| 5. Théorie de Galois (introduction) .....        | 353 |
| Exercices .....                                  | 362 |
| Chapitre 9 — Fonctions d'une variable .....      | 371 |
| 1. Fractions rationnelles .....                  | 371 |
| 2. Séries formelles .....                        | 379 |
| 3. Fonctions algébriques .....                   | 388 |
| 4. Applications .....                            | 397 |
| Exercices .....                                  | 405 |
| Corrigés des exercices .....                     | 413 |
| Bibliographie .....                              | 465 |
| Index .....                                      | 469 |
| Table des matières .....                         | 475 |