

Sommaire :

I. ALGÈBRE

I.1 — Compléments d'algèbre

- Nombres complexes
- Polynômes
- Fractions rationnelles
- Arithmétique
- Corps finis
- Applications et exercices

I.2 — Actions de groupes

- Groupes et sous-groupes
- Morphismes de groupes
- Actions de groupes
- Orbites et stabilisateurs
- Groupes finis
- Applications aux groupes finis
- Applications à la combinatoire

I.3 — Algèbre bilinéaire

- Dualité
 - Formes linéaires et hyperplans
 - Orthogonalité
 - Transposition
 - Dualité en dimension finie
- Applications multilinéaires
- Déterminant
- Formes bilinéaires
- Formes bilinéaires symétriques et antisymétriques
- Formes quadratiques
- Décomposition de Gauss
- Formes quadratiques réelles
- Signature et théorème d'inertie de Sylvester
- Matrices symétriques définies positives

I.4 — Espaces préhilbertiens

- Produit scalaire et norme euclidienne
- Orthogonalité
- Projecteurs orthogonaux
- Symétries orthogonales
- Distance à un sous-espace
- Inégalité de Bessel
- Orthogonalisation de Gram-Schmidt
- Adjoint d'un endomorphisme

- Groupe orthogonal
- Endomorphismes symétriques
- Formes sesquilinéaires
- Formes hermitiennes
- Espaces hermitiens

I.5 — Réduction des matrices

- Sommes directes de sous-espaces vectoriels
- Matrices par blocs
- Polynômes d'endomorphismes
- Trace
- Sous-espaces propres et stables
- Théorème de Cayley-Hamilton
- Diagonalisabilité
- Trigonalisabilité
- Réduction des endomorphismes
- Applications aux matrices

I.6 — Groupes classiques

- Groupe linéaire
- Groupe spécial linéaire
- Groupe orthogonal
- Groupe unitaire
- Groupes symplectiques
- Géométrie et groupes de transformations

I.7 — Polynômes à plusieurs indéterminées

- Polynômes à plusieurs variables
- Monômes et degrés
- Division et divisibilité
- Polynômes symétriques
- Fonctions polynomiales
- Résultant
- Discriminant

I.8 — Structures discrètes et récursivité

- Mots et langages
- Algèbre des mots
- Langages
- Graphes
 - Graphes non orientés
 - Graphes orientés
 - Arbres
- Récursion
- Analyse d'algorithmes récursifs

II. ANALYSE

II.1 — Espaces vectoriels normés

- Normes
- Espaces métriques
- Suites dans les espaces métriques
- Limites
- Parties ouvertes et fermées
- Applications continues
- Compacité
- Connexité
- Espaces vectoriels normés de dimension finie
- Applications linéaires continues

II.2 — Suites et séries de fonctions

- Suites de fonctions
- Convergence simple
- Convergence uniforme
- Convergence normale
- Continuité et convergence
- Dérivation terme à terme
- Intégration terme à terme
- Théorème d'approximation de Weierstrass
- Séries de fonctions
- Séries entières
- Rayon et domaine de convergence
- Opérations sur les séries entières
- Dérivation des séries entières
- Développements en séries entières

II.3 — Intégration

- Intégrale de Riemann
- Subdivisions d'un segment
- Fonctions en escalier
- Fonctions intégrables
- Sommes de Darboux
- Sommes de Riemann
- Intégration des fonctions à valeurs vectorielles
- Théorèmes fondamentaux de l'intégration
- Intégration sur des espaces plus généraux
- Applications de l'intégration

II.4 — Séries de Fourier

- Fonctions périodiques
- Coefficients de Fourier
- Propriétés des coefficients
- Taille des coefficients
- Convergence des séries de Fourier
- Produit de convolution
- Formule de Parseval

- Théorème de Dirichlet
- Théorème de Fejér
- Phénomène de Gibbs
- Applications
 - Équation de la chaleur
 - Théorème ergodique

II.5 — Fonctions de plusieurs variables

- Fonctions de plusieurs variables
- Différentielle
- Dérivées partielles
- Théorème d'inversion locale
- Théorème des fonctions implicites
- Extrema locaux
- Formule de Taylor
- Formes quadratiques et Hessienne
- Extrema sous contraintes
- Multiplicateurs de Lagrange
- Applications différentiables
- Intégrales multiples

II.6 — Fonctions analytiques

- Fonctions holomorphes
- Nombres complexes
- Dérivation complexe
- Fonctions analytiques
- Séries entières
- Intégrales curvilignes
- Théorème de Cauchy
- Formule intégrale de Cauchy
- Séries de Laurent
- Singularités
- Résidus
- Applications

II.7 — Équations différentielles

- Équations différentielles ordinaires
- Équations du premier ordre
- Équations linéaires
- Équations à coefficients constants
- Systèmes différentiels
- Exponentielle de matrices
- Théorème de Cauchy-Lipschitz
- Existence et unicité
- Problèmes aux conditions initiales
- Applications

II.8 — Méthodes numériques

- Approximation numérique
- Erreurs et stabilité
- Résolution numérique d'équations
- Méthodes itératives
- Interpolation
- Approximation polynomiale
- Intégration numérique
- Méthodes numériques pour les équations différentielles
- Applications informatiques