

TABLE DES MATIÈRES

Chapitre 1. Le problème de la description du comportement d'un système par un modèle mathématique	1
1.1 <i>Propriétés des systèmes physiques et des modèles mathématiques de ces systèmes. Le divorce entre la théorie et la pratique pour l'étude et la réalisation des systèmes de commande automatique</i>	1
1.2 <i>Le problème de l'établissement de modèles mathématiques « a priori »</i>	6
1.3 <i>La théorie moderne des systèmes linéaires et les modèles mathématiques</i>	8
1.4 <i>Propriétés générales de modèles « a priori » ne contenant pas explicitement des fonctionnelles</i>	10
1.4.1 Sensibilité par rapport à de petites variations de paramètres	11
1.4.2 Sensibilité par rapport à de faibles variations de structure qui ne modifient pas l'ordre d'un système d'équations différentielles	15
1.4.3 Sensibilité par rapport à de petits termes coefficients de dérivées d'ordre élevé	24
1.4.4 Sensibilité par rapport à un petit retard	38
1.4.5 Sensibilité par discrétisation	41
1.4.6 Sensibilité par rapport au bruit	56
1.5 <i>Propriétés générales des modèles « a priori » qui contiennent des fonctionnelles sous forme explicite</i>	60
1.6 <i>Formulation équivalente de problèmes de recherche d'extrémum</i>	62
1.7 <i>Transformation d'un problème de recherche d'extrémum en une forme équivalente</i>	65
1.8 <i>Procédés d'immersion et transformations singulières des problèmes de recherche d'extrémum</i>	69
Chapitre 2. Propriétés fondamentales de problèmes élémentaires de recherche d'extrémum	73
2.1 <i>Quelques propriétés de problèmes de recherche d'extrémum</i>	73
2.2 <i>Extrémums des fonctions ordinaires sans contraintes</i>	76
2.2.1 Fonctions définies sur un ensemble fini de points	76
2.2.2 Fonctions définies sur un ensemble dénombrable de points	76
2.2.3 Fonctions définies sur un ensemble non dénombrable de points	79

2.2.3.1 Fonctions discontinues	79
2.2.3.2 Fonctions continues et continues par morceaux	80
2.2.3.3 Fonctions différentiables par morceaux	81
2.2.3.4 Fonctions continûment différentiables	82
2.2.3.5 Fonctions possédant des dérivées d'ordre supérieur	83
2.3 <i>Extréma des fonctions ordinaires soumises à des contraintes</i>	84
2.4 <i>Quelques propriétés des fonctionnelles</i>	86
2.4.1 Champ de définition d'une fonctionnelle	86
2.4.2 Espaces fonctionnels et continuité des fonctionnelles	89
2.4.3 Continuité unilatérale des fonctionnelles	91
2.4.4 Continuité des fonctionnelles au sens d'Hadamard	93
2.4.5 La plus petite valeur d'une fonctionnelle	96
2.5 <i>Étude des fonctionnelles par les méthodes directes</i>	97
2.5.1 Fonctionnelles définies sur un ensemble dénombrable	97
2.5.2 Propriétés des fonctionnelles définies sur un ensemble non dénombrable	98
2.5.3 Fonctionnelles continues	100
2.5.4 Fonctionnelles continues d'ordre $k \neq 0$ en h	102
2.6 <i>Étude indirecte des fonctionnelles à l'aide des équations d'Euler</i>	111
2.6.1 Différentielles et dérivées des fonctionnelles	111
2.6.2 Équivalence des méthodes directes et des méthodes basées sur l'équation d'Euler	114
2.6.3 Effet des conditions aux limites sur les propriétés du minimum d'une fonctionnelle	125
2.6.4 Conditions aux limites accessibles et non accessibles	129
2.6.5 L'additivité locale	134
2.6.6 Sensibilité des fonctionnelles	138
2.7 <i>Extréma de fonctionnelles en présence de contraintes</i>	145
2.7.1 Généralités sur les effets des contraintes	145
2.7.2 Contraintes isopérimétriques	148
2.7.3 Contraintes holonomes d'inégalité	149
2.7.4 Contraintes non holonomes d'inégalité	152
2.7.5 Contraintes holonomes et non holonomes d'égalité	154
2.7.6 Problèmes de commande optimale	155
2.8 <i>Transformations singulières</i>	162
2.9 <i>Remarques sur la transformation de Friedrichs</i>	169
Chapitre 3. Formulation équivalente d'un problème d'extrémalisation.	169
3.1 <i>Transformation d'un problème d'extrémalisation en un problème aux limites associé à une équation aux dérivées partielles</i>	169
3.1.1 Formulation équivalente de Carathéodory	169

3.1.2	Le problème aux limites équivalent	176
3.1.3	Solution des problèmes d'extrémalisation au moyen de l'équation de Carathéodory	181
3.1.4	Problèmes d'extrémalisation avec limites variables	189
3.2	<i>Problèmes d'extrémalisation avec contraintes</i>	192
3.2.1	Contraintes isopérimétriques d'inégalité	192
3.2.2	Contraintes holonomes d'inégalité	193
3.2.3	Contraintes non holonomes d'inégalité	199
3.2.4	Contraintes holonomes et non holonomes d'égalité	207
3.2.4.1	Contraintes holonomes d'égalité	211
3.2.4.2	Contraintes non holonomes d'égalités	211
3.2.5	Problèmes dégénérés de Lagrange	211
3.2.6	Problèmes de Lagrange avec plus d'une contrainte non holonome d'égalité	215
3.2.7	Solution des problèmes dégénérés de Lagrange à l'aide de la formulation de Carathéodory	219
3.2.8	Cas des problèmes de commande optimale	222
3.2.9	Exemple de problème de commande optimale	224
3.2.10	Problèmes de Lagrange avec plus d'une fonction minimisante	236
Chapitre 4.	Relations entre le calcul des variations, la programmation dynamique et le principe du maximum	239
4.1	<i>Le calcul des variations et la programmation dynamique</i>	239
4.1.1	La programmation dynamique dans le cas d'un problème continu d'extrémalisation.	239
4.1.2	Relations entre la programmation dynamique, l'équation d'Euler et la formulation de Carathéodory	245
4.2	<i>Le calcul des variations et le principe du maximum</i>	247
4.2.1	Le problème de Mayer	247
4.2.2	Le principe du maximum et les problèmes dégénérés de Mayer	248
4.2.3	Relations entre le principe du maximum et le calcul des variations	257
4.3	<i>Absence de grossièreté au sens d'Andronov-Pontryagin des systèmes optimisés</i>	261
Chapitre 5.	Résolution approchée des problèmes d'optimisation	267
5.1	<i>Méthodes directes</i>	267
5.1.1	Problèmes d'extrémalisation voisins	267
5.1.2	Méthode de l'ensemble dénombrable des variables indépendantes	269
5.2	<i>Méthode du problème aux limites ordinaire, associé</i>	281
5.2.1	Nature des solutions approchées	281
5.2.2	Méthode des différences finies	283
5.2.3	Méthode des problèmes aux limites voisins	287
5.2.4	Méthode des variations admissibles	293

XVI *Table des matières*

5.3	<i>Méthode d'un problème aux limites associé, relatif à une équation aux dérivées partielles</i>	297
5.4	<i>Conséquences de l'absence de grossièreté au sens d'Andronov-Pontryagin des systèmes optimisés</i>	301
	Références	303
	Appendice	319
	Index	325