

TABLE DES MATIÈRES

PREMIÈRE PARTIE

PROCESSUS DISCRETS DÉTERMINISTES

CHAPITRE I — Principe de la programmation dynamique	3
I.1 Énoncé de la méthode générale	3
I.2 Exemple d'application de la méthode générale	4
I.3 Problèmes à décisions séquentielles. Principe d'Optimalité	5
I.4 Exemple d'application du principe d'Optimalité	6
I.5 Remarques	8
CHAPITRE II — Processus à horizon borné.	9
II.1 Définition du processus	9
II.2 Définition du problème	9
II.3 Application du principe d'optimalité	10
II.4 Établissement direct de l'équation récurrente	11
II.5 Interprétation analogique de l'équation récurrente	12
II.6 Utilisation pratique de l'équation récurrente	13
II.6.1 Calcul des fonctions de commande optimale	13
II.6.2 Calcul de la loi de commande optimale	14
II.7 Cas des contraintes du type somme	16
II.7.1 Méthodes de résolution	17
II.7.2 Comparaison des méthodes	18
II.8 Sensibilité de la solution	18
II.8.1 Principe	18
II.8.2 Calcul du coefficient de sensibilité	20
II.8.3 Contraintes de sensibilité	20

CHAPITRE III — Processus à horizon infini ou non fixé a priori	22
III.1 <i>Processus à horizon infini</i>	22
III.2 <i>Processus à horizon non fixé a priori</i>	22
III.3 <i>Structure et stabilité du système à horizon infini</i>	23
III.4 <i>Résolution pratique de l'équation d'optimalité</i>	25
III.4.1 Principe de la méthode	25
III.4.2 Validité de la méthode	26
III.4.3 Initialisation	26
III.4.4 Itération dans l'espace des politiques	27
III.4.5 Conclusion	28
CHAPITRE IV — Résolution pratique de l'équation récurrente d'optimalité	30
IV.1 <i>Recherche d'un optimum</i>	31
IV.2 <i>Problème de la dimensionnalité</i>	32
IV.2.1 Principe de la tabulation	32
IV.2.2 Problème de la précision	32
IV.2.3 Problème de la dimensionnalité	33
IV.3 <i>Domaines de définition des fonctions revenu</i>	34
IV.4 <i>Résolution par approximations successives</i>	39
IV.4.1 Méthode de la grille large	39
IV.4.2 Méthode par relaxation	39
IV.5 <i>Méthode des polynômes de Legendre</i>	41
IV.5.1 Rappel sur les polynômes de Legendre	42
IV.5.2 Application aux processus du premier ordre	43
IV.5.3 Cas général	44
IV.5.4 Réalisation du système de commande	46
IV.6 <i>Systèmes linéaires avec critère quadratique</i>	48
IV.6.1 Définition et notations	48
IV.6.2 Équation récurrente d'optimalité	49
IV.6.3 Initialisation de l'équation récurrente	50
IV.6.4 Cas de l'état final non auto-maintenable	51
IV.6.5 Conclusion	52
IV.7 <i>Linéarisation</i>	53
IV.8 <i>Réduction de la dimensionnalité</i>	53

DEUXIÈME PARTIE

PROCESSUS DISCRETS ALÉATOIRES

CHAPITRE V — Théorie générale	59
V.1 <i>Notion de commande optimale des processus stochastiques</i>	59
V.1.1 Processus stochastiques	59
V.1.2 Définition de la commande optimale	60
V.2 <i>Processus à horizon borné et état mesurable</i>	61
V.2.1 Équation de base	61
V.2.2 Problème général	62
V.2.3 Cas particulier	63
V.2.4 Applications aux systèmes linéaires avec critère quadratique	63
V.2.5 Système de commande stochastique	64
V.3 <i>Processus à horizon aléatoire et état mesurable</i>	66
V.3.1 Exemple de calcul de $\pi(x, u)$	66
V.3.2 Équation récurrente, cas non stationnaire	66
V.3.3 Équation récurrente, cas stationnaire	67
V.4 <i>Processus à état non totalement mesurable</i>	68
V.4.1 Position du problème	68
V.4.2 Équation d'optimalité	68
V.4.3 Cas particulier d'un système de commande sans mémoire	69
V.5 <i>Conclusions</i>	70
CHAPITRE VI — Processus à états discrets	72
VI.1 <i>Rappels</i>	72
VI.1.1 Définition d'un processus discret à états discrets	72
VI.1.2 Probabilité a priori — Régime permanent stochastique	73
VI.1.3 Exemple	74
VI.2 <i>Problèmes terminaux</i>	75
VI.2.1 Horizon fixé à l'avance	75
VI.2.2 Exemple	76
VI.2.3 Horizon aléatoire	78
VI.2.4 Exemple	79
VI.3 <i>Optimalisation d'une fonction revenu</i>	80
VI.3.1 Problème	80
VI.3.2 Calcul du revenu moyen pour une politique quelconque	81
VI.3.3 Exemple	82
VI.3.4 Équation d'optimalité	83
VI.3.5 Existence de la solution optimale	84
VI.3.6 Résolution pratique	86
VI.3.7 Exemple	86

VI.4 <i>Processus stochastiques discrets à états discrets non mesurables</i>	89
VI.4.1 Définition du problème	89
VI.4.2 Équation récurrente de probabilités a priori	89
VI.4.3 Équation récurrente d'optimalité	91
VI.4.4 Interprétation des résultats	92

TROISIÈME PARTIE

SYNTHÈSE DE LA COMMANDE NUMÉRIQUE OPTIMALE DES PROCESSUS LINÉAIRES

CHAPITRE VII — Exposé du problème	97
VII.1 <i>Définition du problème</i>	97
VII.2 <i>Modèle mathématique des différents éléments</i>	98
VII.3 <i>Modèle canonique</i>	100
VII.4 <i>Définition de la mission</i>	102
VII.5 <i>Problèmes types</i>	104
CHAPITRE VIII — Commande numérique optimale d'un processus déterministe mesurable	106
VIII.1 <i>Influence des contraintes terminales</i>	108
VIII.1.1 Cas général	108
VIII.1.2 Problèmes particuliers	111
VIII.1.3 Utilisation d'une fonction de pénalisation	113
VIII.2 <i>Recalage en temps minimum avec une énergie bornée</i>	114
VIII.2.1 Définition du problème	114
VIII.2.2 Mise en œuvre pratique	114
VIII.3 <i>Problème avec contraintes quadratiques</i>	116
VIII.3.1 Principe de résolution	116
VIII.3.2 Calcul de la contrainte	117
VIII.3.3 Détermination du paramètre de Lagrange	117
VIII.3.4 Résolution pratique	117
VIII.4 <i>Cas de l'horizon infini</i>	120
VIII.4.1 Aspect théorique	120
VIII.4.2 Aspect pratique	120
CHAPITRE IX — Commande numérique optimale d'un processus stochastique	122
IX.1 <i>Processus mesurable</i>	122
IX.1.1 Équation récurrente d'optimalité	122

IX.1.2	Résolution de l'équation récurrente	123
IX.1.3	Interprétation des résultats	124
IX.2	<i>Cas des systèmes de commande avec manque</i>	124
IX.2.1	Position du problème	124
IX.2.2	Cas où l'on utilise la commande nulle	125
IX.2.3	Cas où l'on utilise la commande antérieure	125
IX.3	<i>Processus non mesurable</i>	128
IX.3.1	Formules préliminaires	128
IX.3.2	Théorème de la séparabilité	129
IX.3.3	Rappel sur l'estimation d'un vecteur d'état	130
IX.3.4	Structure de la commande numérique	131
IX.3.5	Extension au cas d'informations asynchrones	131
IX.4	<i>Conclusions</i>	133

QUATRIÈME PARTIE

PROCESSUS CONTINUS

CHAPITRE X — Processus continus déterministes

X.1	<i>Passage d'un processus discret à un processus continu</i>	139
X.2	<i>Établissement des équations fonctionnelles d'optimalité</i>	140
X.2.1	Horizon borné	140
X.2.2	Horizon infini	142
X.2.3	Horizon non fixé à l'avance	142
X.3	<i>Cas particulier des commandes libres</i>	143
X.3.1	Cas général	143
X.3.2	Système du premier ordre	144
X.3.3	Système linéaire et critère quadratique.	145
X.4	<i>Application au calcul des variations</i>	146
X.5	<i>Établissement du principe du maximum</i>	148
X.5.1	Horizon infini ou indéterminé	148
X.5.2	Horizon fini	150
X.5.3	Discussion	150
X.6	<i>Recherche pratique d'une solution</i>	151

CHAPITRE XI — Processus continus aléatoires

XI.1	<i>Processus stochastiques continus à état continu</i>	153
XI.1.1	Définition du problème	153
XI.1.2	Résolution	154

XI.1.3 Discussion	155
XI.2 <i>Systèmes linéaires et critère quadratique</i>	155
XI.3 <i>Systèmes continus à états discrets</i>	156
XI.3.1 Définition du problème	156
XI.3.2 Résolution du problème	157
XI.3. Calcul pratique de la solution	158
XI.3.4 Cas de l'horizon infini ou non fixé a priori	159

CINQUIÈME PARTIE

PROBLÈMES D'APPLICATION

P.1 Problème introductif	163
P1.1 Problème A	163
P1.2 Problème B	168
P1.3 Problème C	168
P2 Système du premier ordre (minimisation de la consommation)	172
P2.1 Énoncé du problème	172
P2.2 Cas sans contrainte	173
P2.3 Cas avec contrainte	175
P2.4 Passage au système continu	182
P3 Tabulation optimale de fonctions	184
P3.1 Énoncé du problème	184
P3.2 Organigramme de l'évaluation de la fonction	184
P3.3 Mise en équation	185
P3.4 Cas d'un critère quadratique	187
P4 Minimisation d'un critère pour un asservissement de rotation	190
P4.1 Énoncé du problème	190
P4.2 Mise en équation	191
P4.3 Commande en temps minimal sans contrainte	192
P4.4 Équation récurrente d'optimalité	195
P4.5 Exemple de trajectoires optimales	199
P4.6 Commande en temps minimal avec énergie bornée	201
P5 Commande d'un système stochastique	202
P5.1 Énoncé du problème	202
P5.2 Modèle mathématique stochastique	203
P5.3 Équation récurrente d'optimalité	204
P5.4 Résolution de l'équation d'optimalité	204
P5.5 Critère du temps minimal	207

P6 Changement d'immersion d'un submersible en temps minimal	209
P6.1 Énoncé du problème	209
P6.2 Mise en équation	211
P6.3 Formule du critère	211
P6.5 Équation récurrente d'optimalité	212
P6.6 Introduction des contraintes	213
P6.7 Organigramme du système de commande	216
P7 Interception optimale	217
P7.1 Énoncé du problème	217
P7.2 Établissement du modèle mathématique	218
P7.3 Équation d'optimalité	219
P7.4 Espace d'état discret	221
P8 Commande d'un processus continu	225
P8.1 Énoncé du problème	225
P8.2 Équation d'optimalité	225
P8.3 Recherche de la politique optimale	226
P8.4 Étude d'une loi bang-bang	227
P8.5 Application du principe du maximum	229
P8.6 Réalisation du système de commande	230

ANNEXE

Notions de filtrage

A.1 Problème du filtrage et de la prédiction	237
A1.1 Définition du problème	237
A1.2 Définition du filtrage optimum	238
A1.3 Rappel de résultats théoriques	239
A1.4 Représentation géométrique des variables aléatoires	240
A.2 Estimation de l'état d'un processus discret	241
A2.1 Définition du problème	241
A2.2 Établissement du prédicteur récursif	242
A2.3 Calcul des éléments du prédicteur	243
A2.4 Passage à l'estimateur optimal	244
A2.5 Mise en œuvre	246
A2.6 Exemple	246
A.3 Estimation de l'état d'un processus continu	248
A3.1 Établissement du filtre optimal	248
A3.2 Mise en œuvre pratique	250
A.4 Conclusions	250
Bibliographie	253
Index alphabétique	255